



UNIVERZITET U KRAGUJEVCU
FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA U ČAČKU

Dimitrije S. Rozgić

**NOVI ALGORITMI ZA ESTIMACIJU
PARAMETARA FAZORA U
ELEKTROENERGETSKOM SISTEMU SA
POSEBNIM OSVRTOM NA
JEDNOSMERENE KOMPONENTE I
STRUJU KVARA**

doktorska disertacija

Čačak, 2022.



UNIVERSITY OF KRAGUJEVAC
FACULTY OF TECHNICAL SCIENCES ČAČAK

Dimitrije S. Rozgić

**NEW ALGORITHMS FOR ESTIMATION
OF PHASORS PARAMETERS IN POWER
SYSTEMS WITH EMPHASIS ON FAULT
CURRENT AND DC COMPONENTS**

Doctoral Dissertation

Čačak, 2022

Autor
Ime i prezime: Dimitrije S. Rozgić
Datum i mesto rođenja: 03.09.1977. Čačak
Sadašnje zaposlenje: Saradnik u visokom obrazovanju
Doktorska disertacija
Naslov: Novi algoritmi za estimaciju parametara fazora u elektroenergetskom sistemu sa posebnim osvrtom na jednosmerene komponente i struju kvara
Broj stranica: 144
Broj slika: 66
Broj bibliografskih podataka: 96
Ustanova i mesto gde je rad izrađen: Univerzitet u Kragujevcu, Fakultet tehničkih nauka u Čačku
Naučna oblast (UDK): 621.313 (043.3)
Mentor: Prof. dr Predrag Petrović, redovni profesor, Fakultet tehničkih nauka u Čačku, Univerzitet u Kragujevcu
Ocena i obrana
Datum prijave teme: 02.04.2021
Broj odluke i datum prihvatanja teme doktorske/umetničke disertacije: IV-04-560/20, 14.07.2021.
Komisija za ocenu naučne zasnovanosti teme i ispunjenosti uslova kandidata:
<ol style="list-style-type: none"> 1. Prof. dr Aleksandar Ranković, redovni profesor, Fakultet tehničkih nauka u Čačku, Univerzitet u Kragujevcu, predsednik 2. Prof. dr Predrag Petrović, redovni profesor, Fakultet tehničkih nauka u Čačku, Univerzitet u Kragujevcu, mentor 3. Prof. dr Andrija Sarić, redovni profesor, Fakultet tehničkih nauka u Novom Sadu, Univerzitet u Novom Sadu, član
Komisija za ocenu i odbranu doktorske/umetničke disertacije:
<ol style="list-style-type: none"> 1. Dr Aleksandar Ranković, redovni profesor, predsednik Naučna oblast: Elektroenergetika, Fakultet tehničkih nauka u Čačku, Univerzitet u Kragujevcu datum izbora: 25.06.2020. god. 2. Dr Dragan Ćetenović, docent, član Naučna oblast: Elektroenergetika, Fakultet tehničkih nauka u Čačku, Univerzitet u Kragujevcu datum izbora: 11.09.2019. god. 3. Dr Jordan Radosavljević, redovni profesor, član Naučna oblast: Elektroenergetika, Fakultet tehničkih nauka u Kosovskoj Mitrovici, Univerzitet u Prištini datum izbora: 05.12.2018. god.
Datum odbrane disertacije:

Author
Name and surname: Dimitrije S. Rozgić
Date and place of birth: 03.09.1977. Čačak
Current employment: Associate in higher education
Doctoral Dissertation
Title: New algorithms for estimation of phasors parameters in power systems with emphasis on fault current and DC components
No. of pages: 144
No. of images: 66
No. of bibliographic data: 96
Institution and place of work: Faculty of Technical Sciences Čačak, University of Kragujevac
Scientific area (UDK): 621.313(043.3)
Mentor: dr Predrag Petrović, Full professor, Faculty of Technical Sciences Čačak, University of Kragujevac
Grade and Dissertation Defense
Topic Application Date: 02.04.2021
Decision number and date of acceptance of the doctoral / artistic dissertation topic: IV-04-560/20, 14.07.2021
Commission for evaluation of the scientific merit of the topic and the eligibility of the candidate:
<ol style="list-style-type: none"> 1. Prof. dr Aleksandar Ranković, Full professor, Faculty of Technical Sciences Čačak, University of Kragujevac, president 2. Prof. dr Predrag Petrović, Full professor, Faculty of Technical Sciences Čačak, University of Kragujevac, mentor 3. Prof. dr Andrija Sarić, Full professor, Faculty of Technical Sciences Čačak, University of Kragujevac, member
Commission for evaluation and defense of doctoral / artistic dissertation:
<ol style="list-style-type: none"> 1. Prof. dr Aleksandar Ranković, Full professor, Faculty of Technical Sciences Čačak, University of Kragujevac, president 2. Dr Dragan Ćetenović, Assistant Professor, Faculty of Technical Sciences Čačak, University of Kragujevac, member 3. Prof. dr Jordan Radosavljević, Full professor, Faculty of Technical Sciences Kosovska Mitrovica, University of Pristina, member
Date of Dissertation Defense:

ZAHVALNICA

Najveću zahvalnost dugujem svom mentoru, prof. dr Predragu Petroviću na uloženom trudu, upornosti i mnoštvu novih ideja koje je predlagao, na kontinuiranoj i nesebičnoj pomoći, kao i izuzetnoj prijateljskoj podršci tokom izrade ove disertacije.

Veliku zahvalnost dugujem prof. dr Aleksandru Rankoviću, prof. dr Jordanu Radosavljeviću i dr Draganu Četenoviću, docentu, na pažljivom čitanju teksta disertacije, kao i na dobronamernim i opravdanim sugestijama, bez kojih disertacija ne bi imala oblik u kojem je sada. Zahvalnost dugujem prof. dr Vladići Mijailoviću, kao i svim ostalim profesorima i kolegama sa Katedre za elektroenergetiku.

Na kraju, želim da se zahvalim svojoj porodici: Nataši, Sofiji, Jeleni i Petru, bez čije podrške i ljubavi sve ovo ne bi bilo moguće. Posebnu zahvalnost dugujem i svom drugu i kolegi Mladenu Janjiću na razumevanju, podršci i tehničkoj pomoći u pripremi teksta i preloma.

Novi algoritmi za estimaciju parametara fazora u elektroenergetskom sistemu sa posebnim osvrtom na jednosmerne komponente i struju kvara

Rezime

U savremenom elektroenergetskom sistemu (EES-u), rad sistema za zaštitu, upravljanje, monitoring i kontrolu bazira se na preciznoj i brznoj estimaciji fazora osnovnog i viših harmonika, kao i estimaciji frekvencije signala napona i struje. Estimacija parametara fazora se vrši tehnikama za digitalnu obradu signala, pri čemu je Diskretna Furijeova Transformacija (DFT) najčešće korišćen algoritam za ovu namenu. DFT algoritam postiže odlične performanse kada procesirani signal sadrži samo osnovni i više harmonike i kada je usklađena frekvencija odabiranja sa frekvencijom sistema. Dva osnovna uzroka pogrešne estimacije fazora DFT metodom su: opadajuća jednosmerna komponenta u procesiranom signalu i neusklađenost frekvencije odabiranja sa frekvencijom procesiranog signala.

Savremeni EES-i su veoma složeni zbog sve veće integracije obnovljivih izvora energije (OIE). Proizvodnja iz obnovljivih izvora je nekontrolabilna i nezavisna od potrošnje u EES-u. Ovo dovodi do debalansa između proizvodnje i potrošnje, što se direktno odražava na noseću frekvenciju sistema, odnosno dovodi do fluktuacije frekvencije signala napona i struje. Pored toga, integracija OIE dovodi do smanjenja ukupne inercije obrtnih masa u sistemu i time sistem postaje osetljiviji na debalanse u proizvodnji i potrošnji - promene frekvencije postaju brže. Rad savremenih zaštitnih uređaja i uređaja za sinhrono merenje fazora, baziran na digitalnoj obradi signala, zahteva praćenje harmonijskog sadržaja procesiranog signala i noseće frekvencije odnosno kontinualnu estimaciju ovih veličina. U disertaciji su predložena tri algoritma za estimaciju harmonijskih komponenti procesiranog signala i noseće frekvencije, pri čemu je osnovna ideja bazirana na prilagođavanju dužine prozora podataka stvarnoj frekvenciji sistema, čime se rešava problem devijacije frekvencije u numeričkim zaštitnim relejima.

U slučaju kratkog spoja u EES-u opadajuća jednosmerna komponenta se superponira na već postojeću složenoperiodičnu komponentu strujnog signala, a merni strujni transformator prilagođava struju kratkog spoja sistemu za akviziciju. Tokom trajanja kratkog spoja, sekundarna struja strujnog transformatora sadrži dve opadajuće jednosmerne komponente, koje su po svojoj prirodi aperiodični signali širokog frekvencijskog spektra. Iz ovog razloga, opadajuće jednosmerne komponente zajedno sa višim harmonicima i šumom imaju veliki uticaj na tačnost i brzinu konvergencije algoritama za estimaciju fazora, odnosno na brzinu i pouzdanost rada zaštitnog sistema. U savremenim digitalnim i numeričkim relejima DFT se najčešće koristi za estimaciju fazora osnovnog i viših harmonika signala napona i struje, međutim, kao aperiodični signali, opadajuće jednosmerne komponente prouzrokuju veliku grešku pri estimaciji fazora DFT metodom. U disertaciji su predložena četiri nova algoritma za korekciju greške u DFT rezultatima koja nastaje kao posledica opadajućih jednosmernih komponenti.

Ključne reči: Numerički releji, estimacija fazora, digitalna obrada signala, DFT, devijacija frekvencije, struja kratkog spoja.

New algorithms for estimation of phasors parameters in power systems with emphasis on fault current and DC components

Abstract

In the modern power system, the operation of the system for protection, management, monitoring and control is based on the precise and fast phasor estimation of the fundamental and higher harmonics, along with the estimation of the frequency of voltage and current signals. Estimation of phasor parameters is performed using digital signal processing techniques, with the Discrete Fourier Transform (DFT) being the most commonly used algorithm for this purpose. The DFT algorithm achieves excellent performance when the processed signal contains only the fundamental and higher harmonics and when the sampling frequency is matched to the system frequency. The two main causes of wrong phasor estimation by the DFT method are: the decaying DC component in the processed signal and mismatch between the sampling frequency and the frequency of the processed signal.

Modern power systems are very complex due to the increasing integration of renewable energy sources (RES). Production from renewable sources is uncontrollable and independent of consumption in the power system. This leads to an imbalance between production and consumption, which directly influences the carrier frequency of the system, that is, it leads to fluctuations in the frequency of voltage and current signals. In addition, the integration of RES leads to a reduction of the total inertia of the rotating masses in the system and thus the system becomes more sensitive to imbalances in production and consumption, i.e., the frequency changes become faster. The operation of modern protective devices and devices for synchronous phasor metering, based on digital signal processing, requires monitoring of harmonics content and carrier frequency, i.e. continuous processing of signals harmonics and frequency estimation. Three algorithms for carrier frequency estimation are proposed in the dissertation, where the basic idea is based on adjusting the length of the data window to the actual frequency of the system, which solves the problem of frequency deviation in numerical protective relays.

In the case of a fault in the power system, the decaying DC component is superimposed on the existing complex periodic component of the current signal, while the current measuring transformer adjusts the fault current to the acquisition system. During the fault, the secondary current of the current transformer contains two decaying DC components, which are, by their nature, aperiodic signals of a wide frequency spectrum. For this reason, decaying DC components, together with higher harmonics and noise, have a strong influence on the accuracy and convergence speed of algorithms for phasor estimation, that is, on the speed and reliability of the protection system. In modern digital and numerical relays, DFT is most often used to estimate the phasor of the fundamental and higher harmonics of voltage and current signals. However, as aperiodic signals, the decaying DC components cause a large error in phasor estimation when using the DFT method. This dissertation proposes four new algorithms for error correction in DFT results that arise as a consequence of decaying DC components.

Key words: Numerical relays, phasor estimation, digital signal processing, DFT, frequency deviation, fault current.

Sadržaj

1. Uvod.....	1
2. Matematičke osnove algoritama za estimaciju fazora električnih signala.....	13
2.1. Fazori.....	13
2.2. Furijeovi redovi i Furijeova transformacija.....	15
2.3. Diskretna Furijeova transformacija (DFT).....	18
2.3.1. Diskretna Furijeova transformacija punog ciklusa.....	25
2.3.2. Diskretna Furijeova transformacija polovine ciklusa.....	26
2.3.3. Nerekurzivna DFT.....	27
2.3.4. Rekurzivna DFT.....	27
2.4. Metoda najmanjih kvadrata.....	28
2.5. Pronijeva metoda.....	29
2.6. Njutn-Rapsonova metoda za rešavanje sistema nelinearnih jednačina.....	33
3. Algoritmi za estimaciju harmonika i noseće frekvencije energetskog signala.....	41
3.1. Uzroci varijacije noseće frekvencije u EES-u i značaj njene estimacije.....	41
3.1.1. Uticaj devijacije frekvencije na DFT algoritam.....	43
3.2. Modifikovani Njutn-Rapsonov algoritam za estimaciju amplituda, faza i frekvencije harmonijskih komponenti.....	46
3.2.1. Inicijalna estimacija noseće frekvencije ZC metodom.....	47
3.2.2. Digitalno filtriranje i umanjeње uticaja prisutne opadajuće jednosmerne komponente na tačnost estimacije.....	48
3.2.3. Struktura predložene estimacione procedure zasnovane na modifikaciji Njutn-Rapsonove metode – NR algoritam.....	50
3.2.4. Procena performansi predloženog NR algoritma.....	53
3.2.4.1. Statički signal.....	55
3.2.4.2. Estimacija parametara harmonika u slučaju kvara u EES-u.....	59
3.2.4.3. Estimacija harmonika u slučaju dinamičkog signala.....	62

3.3. Algoritam za estimaciju amplitude, faze i frekvencije osnovnog harmonika procesiranog signala baziran na Pronijevoj metodi – PM algoritam	65
3.4. Algoritam za estimaciju amplitude, faze i frekvencije osnovnog harmonika procesiranog signala baziran na klasičnoj metodi najmanjih kvadrata – MNK algoritam	67
3.5. Uticaj viših harmonika i slučajnog šuma na performanse predloženih algoritama za estimaciju frekvencije.....	70
4. Algoritmi za estimaciju fazora u uslovima kratkog spoja u EES-u.....	76
4.1. Kratki spojevi u EES-u.....	76
4.1.1. Model struja kratkog spoja na sekundarnoj strani ST	78
4.1.2. Model struje kratkog spoja na sekundarnoj strani pomoćnog strujnog transformatora.....	81
4.1.3. Model naponskog signala na izlazu niskopropusnog filtra	82
4.2. Estimacija fazora nerekurzivnom DFT metodom u uslovima kratkog spoja u EES-u	83
4.3. Algoritmi za korekciju greške u DFT rezultatima uslovljene prisutnim OJK - ama	88
4.3.1. Algoritam 1 baziran na klasičnoj metodi najmanjih kvadrata - MNK	93
4.3.2. Algoritam 2 baziran na Pronijevoj metodi	95
4.3.3. Algoritam 3 baziran na zareznom filtru i Pronijevoj metodi.....	100
4.3.3.1. Algoritam 3a baziran na zareznom filtru i logaritamskoj transformaciji.....	103
4.4. Testiranje predloženih algoritama	104
4.4.1. Uticaj slučajnog šuma na performanse predloženih algoritama	104
4.4.1.1. Testni signali sa jednom OJK - tom	104
4.4.1.2. Testni signali sa dve OJK - te	114
4.4.1.3. Testni signali sa dve OJK - te različitog znaka.....	122
4.4.1.4. Testiranje algoritama pomoću kompjuterskih simulacija	130
4.4.2. Uticaj neusklađenosti frekvencije odabiranja sa frekvencijom procesiranog signala (<i>frequency mismatch</i>).....	132
Zaključak	136
Literatura.....	139

1. Uvod

Numerički releji i uređaji za merenje fazora (PMU - *Phasor measuerement unit*) su vitalni elementi savremenih sistema za zaštitu, upravljanje i nadzor u EES - u. Poslednjih decenija ovi sistemi su pretrpeli krupne tehnološke i konceptijske promene: klasični sistemi bazirani na elektromehaničkim i statičkim relejima, analognim mernim i registrujućim instrumentima, sklopkama i niskonaponskim prekidačima, u potpunosti su zamenjeni uređajima baziranim na digitalnoj tehnologiji [1].

Prva generacija zaštitnih releja pojavila se još davne 1905. god. Bila je bazirana na jednostavnim elektromehaničkim prekostrujnim i podnaponskim relejima. Pronalazak tranzistora (1947. god.) doveo je do krupne promene u tehnologiji relejne zaštite, tako da je druga generacija statičkih releja (analogni elektronski releji) uvedena u upotrebu 1955. god. Statički releji nemaju pokretnih delova (osim izvršnog elementa), njihovi operativni kriterijumi su isti kao i kod elektromehaničkih releja, međutim upravljačke akcije se generišu obradom signala. Prve varijante statičkih releja bazirane su na upotrebi diskretnih elektronskih komponenti. Napretkom elektronike, omogućena je upotreba analognih i digitalnih integrisanih kola za obradu signala i implementaciju logičkih funkcija. Statički releji su uneli značajne prednosti u odnosu na prethodnu generaciju: manje opterećenje sekundarnog kola strujnih transformatora, smanjene dimenzije i modularnost, olakšano testiranje i održavanje, povećanje brzine rada [2].

Osamdesetih godina prošlog veka, zahvaljujući brzom razvoju i padu cena digitalnih računara i memorija, u upotrebu je uvedena treća generacija zaštitnih digitalnih releja koji pored ostalog sadrže i mikroprocesor u kome se implementira i izvršava zaštitni algoritam. Zaštitni releji prve i druge generacije nisu merili ulazne veličine, tako da se njihov rad zasnivao na komparaciji - poređenju kontrolisane veličine i unapred podešene vrednosti te iste kontrolne promenljive. Za razliku od njih, digitalni releji mere ulazne veličine, a poređenje sa zadatim vrednostima se vrši naknadno. Ova vrsta releja postaje dominantna u ponudi proizvođača od sredine osamdesetih godina prošlog veka [2].

Zahvaljujući veoma brzom razvoju mikroprocesora, naročito upotrebom digitalnih signal procesora (DSP), omogućena je realizacija složenih mernih algoritama i drugih zaštitnih funkcija. Sve precizniji i moćniji procesori nude hardversku platformu za implementaciju sofisticiranih procedura i algoritama, što je zajedno sa napretkom na polju telekomunikacija i informacionih tehnologija dovelo do razvoja četvrte generacije numeričkih releja. Numerički releji su u upotrebu uvedeni sredinom devedesetih godina dvadesetog veka. Oni su u potpunosti potisnuli zaštitne releje prve i druge generacije iz više razloga [3, 4]:

- kompaktan dizajn modularne izvedbe, što omogućava jednostavno i brzo održavanje - zamenu neispravnog modula u sklopu,
- integracija mnogih zaštitnih funkcija unutar samog releja,
- sposobnost samodijagnostike i samonadzora, čime je postignuta mnogo veća pouzdanost u odnosu na zaštitne releje prve dve generacije,
- mogućnost rada u širokom opsegu temperatura,
- mogućnost komunikacije sa ostalom digitalnom opremom u postrojenju, čime postaju vitalni deo modernih sistema za upravljanje, regulaciju, monitoring itd.,

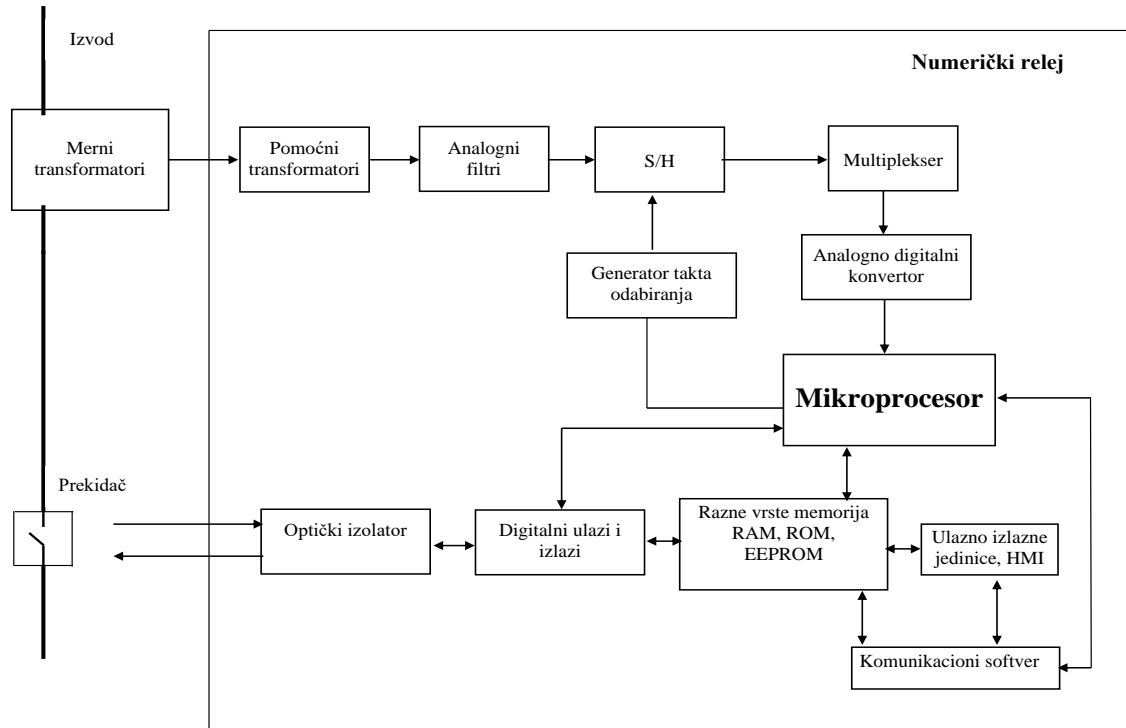
- pored zaštitnih funkcija, omogućena je integracija mnogih dodatnih funkcija kao što je na primer: nadzor potrošnje, nadzor stanja kontakata prekidača (otvoreno, zatvoreno) itd.,
- nadzor stanja prekidača (broj operacija, kumulativna struja prekidanja) čime je omogućen novi koncept održavanja prema stanju (*condition based maintenance*),
- smanjeno ožičenje u sekundarnim kolima zbog integracije zaštitnih i drugih funkcija,
- vreme reagovanja je znatno manje nego kod zaštitnih releja prve dve generacije – reaguju u vremenu manjem od 40 ms,
- mogućnost čuvanja informacija o događajima i vrednostima signala. U skladu sa ovim omogućeno je jednostavno i sigurno čitanje informacija preko serijskog porta,
- korišćenje grafičkog korisničkog interfejsa (HMI - *Human machine interface*),
- dodatno smanjenje opterećenja sekundarnog kola strujnih i naponskih transformatora,
- ekonomičniji su jer se proizvode u velikim serijama,
- visoka tačnost merenja zahvaljujući digitalnom filtriranju i optimizacionim mernim algoritmima.

Releji četvrte generacije kombinuju sofisticiranu digitalnu obradu signala sa brзом i pouzdanom razmenom informacija. Procesiranje merenih signala vrši se preko posebnog aplikativnog softvera, dizajniranog na način da realizuje predviđeni algoritam zaštite. Uobičajeno je da se takvim algoritmom prvo izvrši estimacija amplitude i početne faze signala napona i struje osnovnog ili (opciono) viših harmonika. Estimacija nepoznatih parametara procesiranog signala vrši se na osnovu vrednosti procesiranih odbiraka, zbog toga je važno precizno estimirati frekvenciju osnovnog harmonika, kako bi se uskladila frekvencija odabiranja sa frekvencijom procesiranog signala. Pored toga, neke zaštitne funkcije kao što su podfrekventna ili nadfrekventna zaštita, zahtevaju estimaciju noseće frekvencije. Mnogi od do sada poznatih algoritma zaštite su jako osetljivi na frekvencijsku neusklađenost, što je generalno opšti problem u digitalnoj obradi signala napona i struje. Pored ostalog, estimirane vrednosti se koriste za izračunavanje i drugih veličina koje su od interesa u procesu monitoringa EES - a: impedansa, direktna, inverzna i nulta komponenta struje, aktivna i reaktivna snaga, itd. Estimirane vrednosti ili na osnovu njih izračunate veličine porede se sa unapred zadatim vrednostima (pragovima) kako bi se generisali adekvatni digitalni izlazi koji se šalju odgovarajućem prekidaču ili preko eksterne komunikacione magistrale drugim digitalnim uređajima u sistemu [4].

Način funkcionisanja savremenih numeričkih releja u mnogome određuje i način na koji se moraju koncipirati i razvijati algoritmi za estimaciju fazora [2], što i predstavlja temu ove doktorske disertacije. U tu svrhu moraju se sagledati i glavni funkcionalni blokovi zaštitnog sistema [3]:

- numerički relej,
- merni transformatori (naponski (NT) i strujni transformatori (ST)),
- visokonaponski prekidači.

Jedan zaštitni sistem, zajedno sa osnovnom arhitekturom numeričkog releja prikazan je na slici 1.1 [5-7].

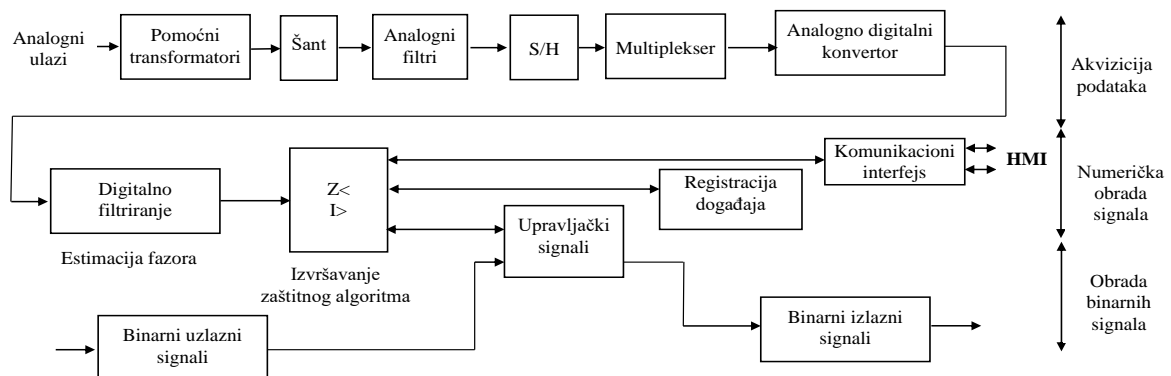


Slika 1.1. Blok dijagram zaštitnog sistema.

Arhitektura numeričkog releja može se podeliti na nekoliko podsistema, kako je to i prikazano na gornjoj slici [6, 7]. Signali uzeti sa sekundarne strane mernih transformatora dovode se na ulaz analognog podsistema za kondicioniranje (prilagođavanje) signala, koji se sastoji od pomoćnih strujnih i naponskih transformatora i analognog filtra. Pomoćni strujni i naponski transformatori galvanski izoluju relej od EES - a i vrše prilagođavanje amplitude ulaznih signala na vrednosti koje zahteva analogno - digitalni (AD) konvertor. Pored osnovnog harmonika, naponski i strujni signali u EES - u, kako je to već i navedeno u prethodnom tekstu disertacije, sadrže više harmonike generisane od strane prisutnih nelinearnih elemenata i opterećenja u EES - u, kao i visokofrekventni aditivni šum. Ove visokofrekventne komponente ometaju rad zaštitnog sistema i moraju se ukloniti iz dva razloga. Prvo, numerički relej ih ne koristi u svom radu. Releji su predviđeni da rade u određenom opsegu frekvencija, odnosno zahtevaju estimaciju fazora određenih harmonika (fazor osnovnog, drugog, petog harmonika, itd.). Drugo, visokofrekventne komponente u procesiranom signalu mogu dovesti do *aliasing* efekta (preklapanja - klizanja u spektru). Kako je nepraktično za frekvenciju odabiranja uzeti vrlo veliku vrednost u cilju eliminacije *aliasing* efekta, analogni signali sa izlaza pomoćnih transformatora se propuštaju kroz analogni niskopropusni filter prvog ili drugog reda. Semplovanjem (odabiranjem) se kontinualni vremenski signal napona ili struje pretvara u diskretan vremenski signal, pri čemu frekvencija semplovanja zavisi i od mogućnosti (brzine) samog mikroprocesora i AD konvertora. Multiplekser na slici 1.1 služi za očitavanje različitih signala, npr. za istovremeno očitavanje tri fazne struje i tri fazna napona kako bi se sprečio unos fazne greške u izmerenim rezultatima. AD konvertor konvertuje ulazni analogni signal u niz numeričkih ekvivalenata izmerenih odbiraka procesiranog signala. Mikroprocesor na slici 1.1 obezbeđuje platformu za izvršavanje algoritama zaštite i komunikacioni interfejs ka perifernoj opremi. Nakon konverzije odbirci se obrađuju nekom od tehnika za digitalnu obradu signala tokom koje se vrši i estimacija fazora. Estimirane vrednosti amplitude i početne faze osnovnog i/ili viših harmonika, zajedno sa drugim relevantnim podacima,

koriste se za izvršavanje algoritma zaštite. Za komunikaciju sa spoljnim okruženjem (slika 1.1) koriste se ulazno izlazne jedinice (tastatura, monitor, miš, štampač), digitalni ulazi i izlazi, HMI i komunikacioni softver. HMI omogućava korisniku releja da ima brz pristup različitim parametrima releja, kao što su konfiguraciona podešavanja, stanje digitalnih ulaza i izlaza, prikaz rezultata raznih merenja koja se realizuju uz upotrebu releja. Status visokonaponskih prekidača i rastavljača u EES - u se takođe prosleđuje numeričkom releju preko digitalnog ulaznog podsistema. Ako je neki kriterijum za reagovanje releja ispunjen, preko digitalnog izlaznog podsistema šalje se signal za isključenje prekidaču. Obično se ovi digitalni signali dovode na relej ili šalju prekidaču preko optičkih izolatora, koji služe da fizički razdvoje numerički relej od EES - a. Svaka od tri memorije (memorijska modula) prikazane na slici 1.1 ima specifičan značaj u radu numeričkog releja. ROM memorija služi za trajno čuvanje programa koji se izvršavaju, pri čemu se njihovo izvršavanje može obaviti direktno iz ROM memorije ako je pristup memoriji pogodan za direktno izvršenje u realnom vremenu. Programske instrukcije mogu se kopirati u RAM, što je uobičajeno u savremenoj praksi zbog veće brzine RAM memorija u odnosu na ROM memorije. Pored toga, RAM se koristi za čuvanje podataka o vrednosti izmerenih odbiraka koji dolaze sa AD konvertora. Sa druge strane, i sami numerički releji moraju biti konfigurisani pre njihove ugradnje u transformatorsku stanicu. Tako ustanovljene postavke se čuvaju u memoriji kako bi se izbegla njihova rekonfiguracija u slučaju da se releju isključi napajanje. Iz ovog razloga se datoteka sa podešavanjima čuva u EEPROM - u (EEPROM - *Electrically Erasable Read Only Memory*), memoriji koja svoj sadržaja čuva i u slučaju nestanka napajanja.

Dijagram toka signala u numeričkom releju prikazan je na slici 1.2 [7].



Slika 1.2. Dijagram toka signala u numeričkom releju.

Za estimaciju parametara fazora osnovnog i/ili viših harmonika signala napona i struje, numerički releji koriste različite tehnike digitalne obrade signala [6]:

- filtriranje ulaznih analognih signala,
- odabiranje i pretvaranje analognog signala u nizove odbiraka pomoću AD konvertora,
- digitalno filtriranje kako bi se izdvojio određeni harmonik od interesa (najčešće osnovni),
- izračunavanje parametara signala kao što su amplituda i fazni ugao, koji su neophodni za pravilno funkcionisanje algoritama za zaštitu,

- generisanje zaštitne odluke poređenjem estimiranih vrednosti sa unapred specificiranim pragovima (postavkama). Ako je EES u kvaru ili opasnom pogonskom stanju, preduzima se odgovarajuća upravljačka akcija (isključenje prekidača, signalizacija pogonskom osoblju ili alarm).

Na osnovu prethodnog iznetog može se jasno zaključiti koliko je važna precizna estimacija parametara fazora i frekvencije za rad numeričkog releja. Da bi se izvršila estimacija nepoznatih parametara, između ostalog, neophodno je u sistemu akvizicije posedovati naponske i strujne merne transformatore. Tačnost estimacije direktno zavisi od klase tačnosti ovih transformatora. Ovde treba istaći bitnu razliku između algoritama za tačna pogonska merenja i obračun energije, sa jedne strane, i algoritama koji se koriste u svrhu zaštite i upravljanja, sa druge strane. Za praktična merenja u EES - u koriste se strujni merni transformatori obično niže klase tačnosti sa jezgrom posebnih karakteristika, a od algoritama koji se koriste za ovu svrhu se zahteva na prvom mestu zadovoljavajuća tačnost, ali ne i brzina u procesiranju. Tačnost estimacije za potrebe zaštite i upravljanja treba da bude dovoljna za pouzdano funkcionisanje zaštitnog sistema i sistema za upravljanje, ali je pri tome važna brzina donošenja odluke. Pored navedenog, ovi algoritmi moraju biti imuni na prisustvo viših harmonijskih komponenti, eventualnu varijaciju frekvencije, opadajuću jednosmernu komponentu (ili više takvih komponenti), šum. Sve veća upotreba energetske elektronike, dovela je do povećanja broja nelinearnih opterećenja u EES - a, koja sa svoje strane dovode do izobličenja talasnog oblika napona i struje. Talasni oblici više nisu čista sinusna funkcija, već složenoperiodična funkcija dobijena kombinacijom osnovnog i viših harmonijskih komponenti na frekvencijama koje su celobrojni umnošci noseće frekvencije. Dobro je poznata činjenica da noseća frekvencija u sistemu može da varira oko nazivne vrednosti zbog neusklađenosti između proizvodnje i potrošnje i sve većeg udela obnovljivih izvora u proizvodnji energije. Na sve već pobrojano treba dodati i sveprisutan šum u procesiranom signalu, pri čemu su njegovi izvori u EES - u razni nelinearni potrošači, korona, elektromagnetna interferencija, itd. Posebna šumna komponenta se superponira na signal u procesu AD konverzije, takozvani konverzioni šum.

Poslednjih decenija publikovan je veliki broj radova upravo na temu estimacije parametara fazora i frekvencije. Algoritmi se generalno mogu klasifikovati u parametarske i neparametarske ili njihovu kombinaciju (hibridne algoritme). Parametarske metode koriste unapred definisan matematički model signala i tačnost im zavisi od toga u kojoj meri se slažu pretpostavljeni talasni oblik i stvarni procesirani signal. Najpoznatiji parametarski algoritmi bazirani su na: metodi najmanjih kvadrata - MNK (*Least Error Squares*), Njutn - Rapsonovoj metodi (*Newton - Raphson method*), Kalmanovom filtru (KF - *Kalman filter*), proširenom Kalmanovom filtru (EKF - *Extended Kalman filter*), Pronijevoj metodi (*Prony method*), MUSIC metodi (*MUSIC - Multiple signal classification*), veštačkim neuronskim mrežama (ANN - *Artificial neural network*), itd. Najpoznatiji neparametarski algoritmi su: Diskretna Furijeova Transformacija (DFT - *Discrete Fourier Transform*), metoda bazirana na takozvanim talasićima (*Wavelet transformation*), *Chirp - z* transformacija, *Hilbert - Huang* metoda, itd. [8 - 23] Najširu primenu u komercijalnim digitalnim relejima imaju algoritmi bazirani na DFT zbog svoje jednostavnosti, tačnosti i brzine. Pored toga, DFT je imuna na slučajni šum, više harmonike, mala odstupanja frekvencije i uz dodatni algoritam (podešavanje) može značajno da umanja uticaj opadajuće jednosmerne komponente (OJK - te) na tačnost estimacije. Iz ovih razloga veoma česta klasifikacija estimacionih algoritama je na one bazirane na DFT i na ostale takozvane *Non - DFT algorithms*, algoritme koji nisu

zasnovani na primeni DFT. Njihova zajednička karakteristika je da su složeniji za implementaciju i računski zahtevniji, što je još jedan razlog za dominaciju algoritama baziranih na DFT.

U radovima [8, 9] prikazani su algoritmi koji se baziraju na metodi najmanjih kvadrata, pri čemu osnovna ideja u realizaciji polazi od minimizacije srednje kvadratne greške između stvarnog i pretpostavljenog talasnog oblika signala. Ako se pretpostavljeni i stvarni oblik signala slažu onda algoritam daje tačan rezultat. Ukoliko u signalu postoji OJK, matematički model se dobija linearizacijom eksponencijalno opadajuće jednosmerne komponente, a tačnost algoritma zavisi od njene dinamike. U slučaju da je noseća frekvencija nepoznata, matematički model se dobija razvojem trigonometrijskih funkcija u Tejlorov red u okolini pretpostavljene frekvencije. Ovakvi algoritmi su primenljivi u situacijama u kojima je odstupanje frekvencije u uskom opsegu oko pretpostavljene vrednosti.

U radu [10] je prikazan iterativni algoritam baziran na optimizacionoj Njutn - Rapsonovoj metodi. Algoritam zahteva inverziju matrice velikog reda u svakoj iteraciji, pa zbog prevelike računске složenosti nije primenljiv u realnom vremenu. Pored toga, greška raste ako postoji razlika između pretpostavljenog talasnog oblika i stvarno procesiranog signala. Rekurzivni algoritmi Njutnovog tipa predloženi su u [11, 12]. Uz pretpostavku da je sistemska frekvencija unapred nepoznat parametar, tako da se procena spektra i frekvencije energetskog signala obavlja istovremeno. Ovaj pristup omogućava prevazilaženje problema osetljivosti algoritma na varijaciju sistemske frekvencije. Model pretpostavlja nelinearan ulazni signal, sprovodeći nelinearnu procenu estimiranih parametara na bazi rekurzivnog algoritma. Primena ovakvog tipa algoritma zahteva sekvencijalna podešavanja sa definisanim faktorom zaboravljanja (*forgetting factor*), čime se postiže mnogo bolja konvergencija i povećava tačnost algoritma.

Kalmanov filter se može posmatrati kao generalizacija metode najmanjih kvadrata (rekurzivne metode najmanjih kvadrata). Model signala obuhvata sve neželjene signalne komponente kako bi se ostvarilo što preciznije merenje estimiranog fazora, pri čemu je Kalmanov filter računski mnogo zahtevniji od DFT algoritma. Kao što je prikazano u [13], ako je signal modelovan osnovnim, drugim i trećim harmonikom, OJK - tom i šumom, Kalmanov filter zahteva trinaest puta više osnovnih računskih operacija nego DFT. U radu [14] prikazan je algoritam za procenu harmonijskih komponenti, baziran na primeni proširenog Kalmanovog filtra. Ovaj algoritam omogućava praćenje vremenski promenljivih parametara koji zavise od vrednosti komponente šuma, bez prethodnog poznavanja karakteristika procesa i šuma. Iz ovih razloga je izuzetno značajno pravilno modelovati promenljive stanja.

Pronijeva metoda je razvijena pre dobro poznate Furijeove metode. Teoretski, Pronijevom metodom je moguće iz niza ekvidistantno uzetih odbiraka procesiranog signala estimirati sve parametre procesiranog signala kao što su: amplitude i početne faze svih harmonijskih komponenti, amplitude i vremenske konstante svih OJK - ti, amplitude, vremenske konstante i početne faze pseudo periodičnih komponenti. Zbog izuzetne računске kompleksnosti, velike osetljivosti na prisutan šum i velike osetljivosti na odstupanje matematičkog modela signala od pretpostavljenog, Pronijeva metoda nije toliko zastupljena u radovima koji se bave estimacijom fazora i frekvencije. U radu [15] je prvi put prikazana mogućnost primene Pronijeve metode u estimaciji parametara signala u EES - u.

U radu [16] predložen je adaptivni ubrzani MUSIC algoritam za estimaciju frekvencije u EES - u. Algoritam ubrzava skeniranje frekvencije i prilagođava se tranzijentnim procesima u EES - u da bi očuvao projektovanu tačnost estimacije uz minimalne zahteve po pitanju neophodnih proračuna - broja računskih operacija za realizaciju.

Veštačke neuronske mreže poput BPN (*Back Propagation Network*) i RBFNN (*Radian Basis Function Neural Network*), predložene su u [17, 18]. Međutim, osim velike količine podataka potrebnih za ispravan rad ovih algoritama što je u realnim mrežama teško ostvarivo, posebno teško je prikupiti dovoljno informacija o signalu kako bi se izvršilo treniranje same neuronske mreže, zbog same dinamike signala u EES - u i vrlo izraženih vremenski promenljivih karakteristika prisutnih nelinearnih opterećenja. Sve ovo otežava kondicioniranje slojevitih struktura u realnom vremenu [18]. Linearna adaptivna neuronska mreža pod posebnim nazivom ADALINE predstavljena je u [19]. Ovo je jednostavan tip neuronske mreže sa brzom konvergencijom, koji se može koristiti za mrežni monitoring vremenski promenljivih harmonijskih komponenata, pri čemu je metoda osetljiva na prisustvo harmonika koji nisu obuhvaćeni samim modelom [20].

Talasići, kako je to uobičajeno u našoj literaturi, ili *wavelet* metoda, predstavljaju veoma popularnu matematičku tehniku i efikasan alat za analizu signala, kao i za predstavljanje signala u vremensko - frekvencijskom domenu. U poslednjih 20 godina ove tehnike se vrlo intenzivno primenjuju za analizu poremećaja u EES - u i dosta su pomogle u boljem razumevanju dinamike EES - a [21].

U radu [22] je prikazan algoritam baziran na *Chirp Z* - transformaciji, koja se primenjuje na odbirke procesiranog signala u cilju estimacije frekvencije, nakon čega se frekvencija odabiranja sinhronizuje sa estimiranom frekvencijom. Hilbert - Huang transformacija otvara nove mogućnosti za analizu nestacionarnih signala [23]. Iako teorijska osnova metode još nije dovoljno utemeljena, njena efikasnost je testirana i potvrđena u praktičnim inženjerskim primenama.

Najširu primenu u komercijalnim digitalnim relejima imaju algoritmi bazirani na DFT zbog svoje jednostavnosti, tačnosti i brzine. DFT je veoma moćan algoritam za estimaciju parametara fazora osnovnog i viših harmonika. Na tačnost DFT algoritma utiču:

- neperiodični signali - komponente, kao što je OJK struje kvara. OJK prouzrokuje nedozvoljene oscilacije rezultata tokom kontinualne estimacije fazora. Iako se ove oscilacije vremenom prigušuju (brzina prigušenja zavisi od vremenske konstante OJK - te), one imaju veliki uticaj na brzinu i pouzdanost rada numeričkog releja. Za pravilno funkcionisanje zaštitnog sistema potrebne su dodatne tehnike za umanjeње oscilacija u DFT rezultatima,
- usklađenost frekvencije odabiranja sa frekvencijom procesiranog signala. DFT zahteva da količnik periode procesiranog signala i periode odabiranja bude ceo broj kako bi proračun bio tačan, što je nemoguće obezbediti u uslovima kada frekvencija procesiranog signala varira. Ova pojava je poznata kao efekat spektralnog curenja - *leakage*. Iz ovog razloga potrebno je ostvariti što tačniju estimaciju frekvencije procesiranog signala i po mogućstvu prilagoditi periodu odabiranja stvarnoj frekvenciji - metoda merenja mora biti adaptivna,
- efekat preklapanja - ukoliko nije zadovoljena teorema o odabiranju. U praksi se ovaj zahtev najlakše ispunjava upotrebom kvalitetnog niskopropusnog filtra (NF).

Tokom poslednje dve decenije, pojavio se veliki broj radova sa temom umanjavanja uticaja OJK - ti na DFT rezultate. Generalno, ovi radovi se mogu svrstati u dve grupe: u prvoj grupi predloženih algoritama, OJK - te sadržane u ulaznom signalu se prvo filtriraju i fazor osnovnog harmonika se estimira iz filtriranog signala primenom FCDFT (*Full Cycle Discrete Fourier Transform*) ili HCDFT (*Half Cycle Discrete Fourier Transform*). U drugoj grupi opisanih metoda, pomoću FCDFT (ili HCDFT) estimira se fazor osnovnog harmonika iz ulaznog signala, a zatim se izračunava i uklanja deo fazora prouzrokovan OJK - ama. Svi ovi algoritmi su jako osetljivi na šum u ulaznom signalu.

U radu [24] se za estimaciju OJK - te koriste tri uzastopna fazora dobijena pomoću FCDFT i to njihovi realni delovi. Od odbiraka ulaznog signala oduzima se estimirani eksponencijalni deo i na taj način otklanja greška koja je nastala kao posledica prisutne OJK - te. Ako u signalu postoje dve ili više OJK - ti, ovim algoritmom se estimira samo jedna jedinstvena OJK - ta kojom se vrši aproksimacija svih prisutnih OJK - ti. Na ovaj način se dobijaju korektni rezultati ukoliko su vremenske konstante OJK - ti približnog reda veličina. Algoritam zahteva $N+2$ odbiraka procesiranog signala, pri čemu se podrazumeva da se sa N odbiraka pokriva cela perioda. Ukoliko u signalu nema parnih harmonika, a pored OJK - ti postoji i konstantna jednosmerna komponenta, tada se estimacija jednosmernih komponenti dobija na osnovu četiri uzastopna fazora koji su izračunati pomoću HCDFT i to njihovih realnih delova. Od odbiraka ulaznog signala oduzimaju se estimirane jednosmerne komponente, a sam algoritam u ovom slučaju zahteva $N/2+3$ odbiraka procesiranog signala. Algoritam je zahtevan za izračunavanje i osetljiv na prisustvo šuma u ulaznom signalu.

Kao posledica primene niskopropusnog filtra prvog reda na signal koji je predmet obrade, generiše se nova OJK sa poznatom vremenskom konstantom. Ako je niskopropusni filter drugog reda, nastaju dve OJK - te sa poznatim vremenskim konstantama. U radu [25] prikazan je algoritam kojim se mogu odrediti parametri signala nakon primene niskopropusnog filtra. Za estimaciju parametara koriste se četiri uzastopna fazora dobijena pomoću FCDFT tehnike, uz upotrebu niskopropusnog filtra prvog reda, odnosno pet uzastopnih fazora dobijenih pomoću FCDFT uz upotrebu niskopropusnog filtra drugog reda. Ukoliko u signalu nema parnih harmonika i u slučaju primene niskopropusnog filtra prvog reda, za estimaciju je potrebno pet uzastopnih fazora dobijenih pomoću HCDFT. I ovako koncipiran algoritam je numerički zahtevan i jako osetljiv na prisustvo šuma u ulaznom procesiranom signalu.

U radu [26] OJK - te se aproksimiraju pravom linijom ili kvadratnim polinomom. Koeficijenti pravca tako definisane prave određuju se preko parcijalne sume parnih i neparnih indeksa, ili kao najbolja ravnomerna aproksimacija eksponencijalne funkcije pravom linijom, dok se koeficijenti kvadratnog polinoma određuju preko tri parcijalne sume. Primenom FCDFT na ovako modelovan signal, jednostavno se otklanja deo koji je posledica OJK - te. Algoritam je primenljiv i u slučaju da u signalu postoji više OJK - ti, dok se njegove performanse degradiraju u situaciji kada su vrednosti vremenskih konstanti male (velika dinamika) i pri većem nivou šuma u ulaznom signalu. U radu [27] primenom FCDFT procesirani signal se razlaže na dve parcijalne sume parnih i neparnih indeksa. Oduzimanjem sume neparnih od sume parnih indeksa može se odrediti greška u izračunatom fazoru osnovnog harmonika, koja je posledica prisutne OJK - te. U ovom algoritmu dve i više OJK - ti se mogu zameniti jednom ekvivalentnom OJK - tom, ali je i ovaj algoritam jako osetljiv na prisustvo šuma. U radu [28] predložena su dva nova algoritma za estimaciju, pri čemu se u prvom algoritmu vrši estimacija dve OJK - te uz pomoć Pronijeve metode upotrebom sinusnog filtra (imaginarni deo FCDFT), a zatim FIR

Notch filtra. Pronijeva metoda je efikasna u situaciji kada se estimacija eksponencijalnih komponenti iz skupa ekvidistanthih uzoraka signala vrši nad signalom koji nije opterećen šumnom komponentom. Šum u ulaznom signalu ograničava primenu predloženog algoritma, što autori eksplicitno navode u svom radu i zbog čega predlažu drugačiji pristup. Drugi algoritam zasniva se na primeni FCDFT/HCDFT i FIR *Notch* filtra drugog reda da bi se postiglo eliminisanje višestrukih OJK - ti. Inicijalnim filtriranjem eliminiše se harmonik reda $N/4$, da bi se smanjila numerička složenost *Notch* filtra i minimiziralo vreme realizacije. Na kraju, koristeći FCDFT estimira se fazor reda $N/4$, a time i parametri ekvivalentne OJK - te. Teorijski je pokazano da se višestruke OJK - te mogu zameniti jednom za svaki indeks odbirka. U radu [29] greška prouzrokovana OJK - tom se otklanja kombinovanjem dva uzastopna fazora dobijena pomoću FCDFT i parcijalnim sumiranjem parnih indeksa realnog dela FCDFT. Ukoliko u signalu nema parnih harmonika, algoritam se može realizovati i primenom HCDFT, ali je i on osetljiv na šum u ulaznom signalu. U radu [30] predlaže se metoda zasnovana na FCDFT sa tri dodatna odbirka za estimaciju dve OJK - te primenom Pronijeve metode. Estimacija se vrši sa dva tipa koeficijenata za harmonike reda $N/4$ i $N/2$ u cilju umanjenja uticaja slučajnog šuma, a takođe i radi povećanja brzine estimacije. U [31] predložen je algoritam za povećanje tačnosti estimacije mesta prolaznog ili trajnog kvara na nadzemnim vodovima, za šta su potrebni fazori napona i struje. Smanjenje uticaja OJK - te na tačnost estimacije fazora vrši se pomoću RMS *wavelet* metode (RMS - *Root Mean Square*) i nelinearne metode najmanjih kvadrata. Autori rada [32] predlažu novu hibridnu metodu za određivanje parametara OJK - te primenom Hilbertove transformacije i integracijom struje kvara na intervalu dužine jedne periode. U radu [33] koristi se frekvencijska modulacija i Pronijeva metoda da bi se izvršila estimacija nepoznatih parametara OJK - te. Autori su koristili potpuni izraz za struju kvara, koji obuhvata promenu reaktanse sinhronne mašine od subtranzijentne do ustaljene, čime se dobija složen matematički model signala. U prvom koraku Pronijeve metode treba odrediti 6 vremenskih konstanti, a kako je Pronijeva metoda jako osetljiva na šum, ovakav algoritam je praktično neupotrebljiv. Upravo iz ovog razloga u većini radova se koristi jednostavniji izraz za struju kvara, gde se koristi ustaljena reaktansa sinhronne mašine. U radu [34], greška u estimiranim parametrima fazora zbog OJK - te je izračunata i eliminisana auto regresivnim (AR - *Auto Regressive*) pristupom. Algoritam za estimaciju fazora osnovnog harmonika baziran na primeni kompleksnog filtra prikazan je u [35], pri čemu su nule filtra podešene na način da se izvrši prigušenje OJK - te, a polovi filtra moraju biti specifikirani tako da kompenzuju fazni pomeraj koji unose nule filtra.

Zajedničko za sve algoritme bazirane na primeni DFT je to da se sama transformacija koristi kao filter koji generiše dva nova signala koji su znatno manje izobličeni od procesiranog originalnog signala. Eventualno prisutno spektralno curenje, može dovesti do velike greške prilikom estimacije frekvencije ovim algoritmima, iz tog razloga se često koriste dodatne metode obrade kako bi se kompenzovala greška koja je posledica spektralnog curenja – npr. prozorski interpolirana brza Furijeova transformacija (WIpFFT - *Windowed Interpolated Fast Fourier Transform*) [36]. U radu [37] dat je sažet pregled različitih prozorskih funkcija i njihova primena u ograničavanju spektralnog curenja. Najčešće korišćene prozorske funkcije sa nepromenljivim parametrima su: Bartlettov (*Bartlett*) ili trougaoni prozor, Hanov (*Hann*), Hamingov (*Hamming*) i Blekmanov (*Blackman*). Na tačnost estimacije frekvencije WIpFFT metodom veliki uticaj ima širokopojasni šum [38].

U radu [39] je predložen algoritam za estimaciju frekvencije baziran na DFT filteru, prozorskim funkcijama i Pronijevoj metodi. Procesirani signal preuzet sa naponskog

transformatora, filtrira se filtrom koji je baziran na DFT, dok su koeficijenti filtra izračunati uz pretpostavljenu nazivnu frekvenciju (50 Hz ili 60 Hz). Zbog odstupanja noseće frekvencije filtriranje nije dovoljno tačno, i da bi se poboljšalo koriste se Hamingova i Blekmanova prozorska funkcija. Estimacija frekvencije se vrši algoritmom baziranim na Pronijevoj metodi. U radu [40] je predložen algoritam za estimaciju frekvencije baziran na DFT filtru i ZC metodi (*zero - crossing*) koja se primenjuje ili na kosinusnu ili na sinusnu komponentu procesiranog signala (frekvencija signala generisanog sinusnim ili kosinusnim filtrom je ista kao frekvencija procesiranog signala). Da bi se povećala preciznost estimacije frekvencije primenom ZC metode, vrši se linearizacija generisanog signala u okolini prolaska kroz nulu.

Predmet istraživanja ove doktorske disertacije je razvoj hibridnih algoritama baziranih na DFT u cilju digitalnog procesiranja signala napona i struje u uslovima kratkog spoja i fluktuacije frekvencije u EES - u. Doktorska disertacija, pored uvodnog poglavlja, ima još četiri poglavlja koja čine jasnu logičku celinu.

U drugom poglavlju disertacije date su neophodne matematičke osnove za razvoj novih algoritama za estimaciju osnovnog fazora. Prvo je definisan sam fazor, a zatim je dat osnovni koncept fazorskog računa u rešavanju linearnih električnih kola. Prikazane su osnove Furijeove analize i posebno DFT kao osnovnog alata za estimaciju fazora. Takođe, date su osnove metode najmanjih kvadrata, Njutn - Rapsonove metode i Pronijeve metode na kojima se temelje razvijeni algoritmi u disertaciji.

U trećem poglavlju su predložena tri nova algoritma za estimaciju frekvencije, ali i parametara fazora osnovnog harmonika. Već ranije u tekstu disertacije je istaknuto da je jedan od osnovnih razlog za pogrešnu estimaciju neusklađenost dužine prozora podataka sa periodom procesiranog signala. Jedno od rešenja opisano u [41], kojim se postiže poboljšanje tačnosti estimacije, bazira se na korišćenju prozora podataka promenljive dužine. Međutim, takvi algoritmi su primenljivi samo za diskretne vrednosti noseće frekvencije, i za veću tačnost zahtevaju veću frekvenciju odabiranja. Pored toga, takvi algoritmi su računski dosta zahtevni. Sva tri algoritma, koja se za ovu namenu predlažu u disertaciji, su iterativna, tako da se u svakom koraku proračuna koriguje dužina prozora podataka, odnosno dužina prozora podataka se prilagođava frekvenciji procesiranog signala. U sva tri algoritma procesirani signal, preuzet sa naponskog transformatora, filtrira se uz pomoć FCDFT filtra, za šta se koristiti sinusni filtar zbog svojih boljih karakteristika (manjeg izobličenja u odnosu na signal generisan kosinusnim filtrom pri istim uslovima) i većeg slabljenja viših harmonijskih komponenti. Koeficijenti filtra će se izračunati na osnovu pretpostavljene vrednosti nazivne frekvencije (50 Hz ili 60 Hz). Zbog odstupanja frekvencije od nazivne, filtrirani odbirci se mogu modelovati kao složenoperiodični signal, pri čemu stepen izobličenja direktno zavisi od frekvencijskog odstupanja (*frequency mismatch*). Iterativnom procedurom koriguje se dužine prozora podataka, odnosno u svakom koraku dolazi do korekcije koeficijenata filtra. U poslednjoj iteraciji, kada je zadovoljen kriterijum konvergencije, predloženi algoritmi nude mogućnost dodatne korekcije frekvencije i parametara fazora. Ovo je veoma važno za praktičnu primenu jer se sa malim brojem odbiraka postiže zadovoljavajuća tačnost.

Prvi od algoritama je baziran na Njutn - Rapsonovoj metodi. Nakon inicijalnog filtriranja sinusnim filtrom, generisani signal je znatno manje izobličen i može se modelovati prostoperiodičnom funkcijom. Kako je i frekvencija u ovom modelu nepoznata, estimacioni problem je nelinearan iz tog razloga se upravo i predlaže upotreba Njutn - Rapsonove metode. Prva temeljno opisana primena Njutn - Rapsonove metode za

estimaciju frekvencije prikazana je u [10]. Dva glavna nedostatka algoritma predloženog u tom radu su rešena u ovde predloženoj proceduri. Prvi nedostatak je inverzija matrice velikog reda u svakom koraku, dok se u predloženoj proceduri broj nepoznatih u matematičkom modelu svodi na samo tri nepoznate, ne zahtevajući inverziju matrice. Drugi nedostatak pristupa [10] je greška koja nastaje kao rezultat neslaganja pretpostavljenog i stvarnog oblika signala. Iterativnom procedurom koja se predlaže u disertaciji, u svakom koraku omogućena je bolja korelacija između pretpostavljenog i stvarnog talasnog oblika signala, čime se značajno smanjuje numerička greška. Još jedna od prednosti ovde predloženog algoritma je mogućnost poboljšanja inicijalnih vrednosti nepoznatih parametara u svakom koraku proračuna, pri čemu se Njutn - Rapsonova metoda primenjuje samo jedan put, uz brzu konvergenciju rezultata.

Drugi predloženi algoritam se zasniva na primeni Pronijeve metode, na signalu generisanim sinusnim filtrom. Izveden je jednostavan analitički izraz pomoću kojeg se u jednom koraku može izračunati nepoznata frekvencija. U svakom koraku je potrebno korigovati koeficijente sinusnog filtra, a kada se zadovolji kriterijum konvergencije, kao izlaz se određuje noseća frekvencija sistema. Ovo predstavlja potencijalni nedostatak ovako predložene procedure, jer zahteva dodatne tehnike za izračunavanje parametara fazora, koji se određuju metodom najmanjih kvadrata.

U trećem algoritmu, na osnovu klasične metode najmanjih kvadrata, nakon filtriranja sinusnim filtrom, dobijeni signal je modelovan kao prostoperiodična vremenska funkcija. Frekvencija kao nepoznata promenljiva, čini ovako definisan estimacioni problem nelinearnim. Linearizacija preodređenog sistema nelinearnih jednačina izvršena je razvojem trigonometrijskih funkcija u Tejlorov red u okolini pretpostavljene frekvencije. Dobijeni preodređen sistem linearnih jednačina se rešava metodom najmanjih kvadrata i na taj način se određuje nepoznato odstupanje frekvencije. U narednom koraku, potrebno je koeficijente sinusnog filtra ažurirati prema estimiranoj frekvenciji. Procedura se zaustavlja kada se ispuni kriterijum konvergencije. Kao sastavni deo procedure određuje se i noseća frekvencija sistema kao i parametri fazora osnovnog harmonika. Za razliku od prethodna dva algoritma, ovaj algoritam je računski zahtevan.

U četvrtom poglavlju disertacije predlažu se četiri nova algoritma za korekciju greške u DFT rezultatima koji nastaju kao posledica prisutnih OJK - ti, čime se obezbeđuje pouzdan rad sistema za relejnu zaštitu. Procesirani signal, preuzet sa strujnog transformatora, propušta se kroz analogni niskopropusni filter (NF) prvog ili drugog reda. Ovim filtrom umanjuju se amplitude viših harmonika ali se ne eliminišu u potpunosti, čime se generiše dodatni šum. NF slabi postojeći slučajni šum iz EES - a koji je superponiran na strujni signal koji je predmet merenja. NF ne eliminiše postojeće OJK - te, već unosi nove OJK - te sa poznatim vremenskim konstantama. Nakon AD konverzije, signal se digitalno filtrira putem FCDFT. Sva četiri predložena algoritma kao ulazne podatke koriste izlaz iz imaginarnog dela FCDFT (sinusnog) filtra. Svaki novi sukcesivno formiran niz imaginarnih odbiraka osnovnog fazora se dobija pomeranjem prozora podataka za jedan odbirak, tj. uzimanjem novog odbirka i odbacivanjem najstarijeg odbirka u prethodnom prozoru podataka. Primenom sinusnog filtra na procesirani signal formira se signal čiji se matematički model može prikazati jednom sinusnom komponentom, OJK - tom i slučajnim šumom. Dobijena OJK - ta ima znatno umanjenu amplitudu i istu vremensku konstantu kao pre primene sinusnog filtra, čime novoformirani signal postaje mnogo jednostavniji po svojoj formi za dalju obradu. Ukoliko u procesiranom signalu ima više OJK - ti, filtriranjem se uklanjaju viši harmonici u ulaznom strujnom signalu i umanjuju amplitude OJK - ti. U prvom algoritmu je signal na izlazu sinusnog filtra modelovan kao zbir

prostoperiodične i linearne funkcije. Nepoznati parametri u modelu signala se određuju metodom najmanjih kvadrata. Osnovna ideja drugog algoritma je u aproksimaciji svih OJK - ti na izlazu sinusnog filtra jednom jedinstvenom OJK - tom za svaki indeks odbirka, dok se estimacija parametara ekvivalentne OJK - te vrši Pronijevom metodom. U ovakvom modelu signala, Pronijeva metoda je efikasna i robustna na prisutan šum. Izvedeni su analitički izrazi za izračunavanje parametara ekvivalente OJK - te, iz tog razloga je algoritam jednostavan za softversku implementaciju. U trećem algoritmu signal generisan sinusnim filtrom prvo se propušta kroz zarezni filter (*Notch Filter*), čime on poprima jednostavniji oblik od onog na izlazu sinusnog filtra, odnosno sastoji se samo od OJK - ti. Sve prisutne OJK - te su aproksimirane jednom ekvivalentnom OJK - tom, čiji parametri se određuju primenom Pronijeve metode. Ovakvim pristupom dolazi se do još kompaktnijih i jednostavnijih analitičkih izraza za estimaciju nepoznatih parametara. Međutim, parametri ekvivalentne OJK - te moguće je odrediti i bez primene Pronijeve metode. U četvrtom predloženom algoritmu, za estimaciju parametara ekvivalente OJK - te koristi se logaritamska transformacija, iz tog razloga je ovaj algoritam računski zahtevniji od trećeg algoritama, što dovoljno govori o efikasnosti Pronijeve metode. Sva četiri predložena algoritma izuzetno su robustna na prisutan šum, jednostavni su za programiranje i zahtevaju odbirke iz vremenskog intervala malo dužeg od periode procesiranog signala. Po cenu malog smanjenja brzine realizacije, predloženi algoritmi obezbeđuje veću preciznost i smanjivanje oscilacija u izlaznim rezultatima u odnosu na do sada poznate algoritme, publikovane u stručnoj i naučnoj literaturi.

U petom poglavlju disertacije dat je osvrt na ukupno istraživanje i sumirani su ostvareni naučni i praktični doprinosi.

2. Matematičke osnove algoritama za estimaciju fazora električnih signala

2.1. Fazori

Primenu fazora u određivanju ustaljenog (prinudnog) odziva u kolima naizmenične struje prvi je predložio nemački matematičar, inženjer elektrotehnike i profesor Čarls Proteus Štajnmec (*Charles Proteus Steinmets* 1865 - 1923). U svom čuvenom radu „*Complex Quantities and their use in Electrical Engineering*“, koji je prezentovan na Međunarodnom kongresu elektrotehnike 1893. god. u Čikagu, predstavio je novi metod za rešavanje kola naizmenične struje. Metod je baziran na konceptu fazora i koristi se pri određivanju ustaljenog odziva na prostoperiodičnu (ili složenoperiodičnu) pobudu u prostim ili složenim linearnim električnim kolima [42, 43]. Linearna diferencijalna jednačina koja opisuje prosto električno kolo u vremenskom domenu, ili sistem linearnih diferencijalnih jednačina u slučaju složenog električnog kola, pomoću fazorskog računa transformišu se u algebarsku ili sistem algebarskih jednačina nad poljem kompleksnih brojeva [44, 45]. Ovakvim pristupom se prostoperiodičan kosinusni signal:

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi), \quad (2.1)$$

gde je X_m amplituda prostoperiodičnog signala, φ je početni fazni ugao, a ω je kružna frekvencija, može predstaviti kao:

$$\begin{aligned} x(t) &= \Re \{ X_m \cos(\omega t + \varphi) + jX_m \sin(\omega t + \varphi) \} \\ &= \Re \{ X_m e^{j\varphi} e^{j\omega t} \} = \Re \{ \underline{X} e^{j\omega t} \}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

pri čemu je $\underline{X} = X_m e^{j\varphi}$ fazor, odnosno kompleksna predstava prostoperiodične funkcije definisane sa (2.1). Na ovaj način je pomoću fazora utvrđena veza, odnosno definisano bijektivno preslikavanje skupa prostoperiodičnih funkcija kružne učestanosti ω na skup kompleksnih brojeva oblika:

$$x(t) \leftrightarrow \underline{X}. \quad (2.3)$$

Za transformaciju linearnih diferencijalnih jednačina proizvoljnog reda u algebarske, potrebno je uspostaviti vezu između izvoda prostoperiodične funkcije proizvoljnog reda i njene kompleksne fazorske predstava. Diferenciranjem izraza (2.1) se dobija:

$$\frac{dx(t)}{dt} = -X_m \omega \sin(\omega t + \varphi) = X_m \omega \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right), \quad (2.4)$$

odnosno:

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= \Re \left\{ X_m \omega \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) + jX_m \omega \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \right\} \\ &= \Re \left\{ \omega e^{j\frac{\pi}{2}} X_m e^{j\varphi} e^{j\omega t} \right\} = \Re \{ j\omega \underline{X} e^{j\omega t} \}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Kompleksna predstava prvog izvoda prostoperiodične funkcije je shodno uvedenoj notaciji (formalizmu) oblika:

$$\frac{dx(t)}{dt} \leftrightarrow j\omega \underline{X}. \quad (2.6)$$

Diferenciranjem izraza (2.4) dobija se:

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -X_m \omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = X_m \omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi), \quad (2.7)$$

tj.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x(t)}{dt^2} &= \Re \left\{ X_m \omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi) + j X_m \omega^2 \sin(\omega t + \varphi + \pi) \right\} \\ &= \Re \left\{ \omega^2 e^{j\frac{\pi}{2}} e^{j\frac{\pi}{2}} X_m e^{j\varphi} e^{j\omega t} \right\} = \Re \left\{ (j\omega)^2 \underline{X} e^{j\omega t} \right\}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Kompleksna predstava (zapis) drugog izvoda prostoperiodične funkcije je analogno tome:

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} \leftrightarrow (j\omega)^2 \underline{X}. \quad (2.9)$$

Produžavajući ovaj postupak dolazi se do kompleksne predstave n -tog izvoda prostoperiodične funkcije:

$$\frac{d^n x(t)}{dt^n} \leftrightarrow (j\omega)^n \underline{X}. \quad (2.10)$$

Da bi se praktično ilustrirao koncept fazorskog računa, posmatraćemo primer linearne diferencijalne jednačine drugog reda sa konstantnim koeficijentima, koja u stvarnosti korespondira linearnom električnom kolu:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a \frac{dy(t)}{dt} + by(t) = x(t) = A \cos(\omega t + \varphi), \quad (2.11)$$

pri čemu su a, b konstante. Opšte rešenje diferencijalne jednačine (2.11) je zbir rešenja homogene jednačine, u tom slučaju je $x(t) = 0$ (sopstveni odziv) i partikularnog rešenja nehomogene jednačine za $x(t) \neq 0$ (prinudni odziv ili tzv. ustaljeno rešenje). Iz teorije električnih kola poznato je da je odziv linearnog električnog kola na prostoperiodičnu eksitaciju takođe prostoperiodična funkcija, iste kružne učestanosti, ali nepoznate amplitude i faze. Pri tome je sopstvena učestanost koja odgovara odzivu linearnog električnog kola mnogo veća od učestanosti prostoperiodičnog izvora. Upravo ova činjenica omogućava primenu fazorskog računa (koncepta), u rešavanju ovih kola. Ako želimo da odredimo samo ustaljeno rešenje, pomoću fazorske predstave se diferencijalna jednačina (2.11) transformiše u algebarsku:

$$(j\omega)^2 \underline{Y} + j\omega \cdot a \cdot \underline{Y} + b \underline{Y} = \underline{X}, \quad (2.12)$$

gde je $\underline{X} = A e^{j\varphi}$ fazor koji odgovara prostoperiodičnom pobudnom signalu (funkciji), a \underline{Y} je fazor prinudnog odziva. Rešenje jednačine (2.12) u kompleksnom (fazorskom) domenu je oblika:

$$\underline{Y} = \frac{\underline{X}}{-\omega^2 + b + j\omega \cdot a} = \frac{X}{\sqrt{(b - \omega^2)^2 + \omega^2 \cdot a^2}} e^{j\left(\varphi - \arctg \frac{\omega \cdot a}{b - \omega^2}\right)}. \quad (2.13)$$

Odgovarajuća prostoperiodična funkcija u vremenskom domenu je:

$$y(t) = \frac{X}{\sqrt{(b - \omega^2)^2 + \omega^2 \cdot a^2}} \cos\left(\omega t + \varphi - \arctg \frac{\omega \cdot a}{b - \omega^2}\right). \quad (2.14)$$

Fazorski račun je veoma efikasan u situaciji kada je potrebno odrediti ustaljen odziv u linearnom električnom kolu, kao i kod drugih linearnih vremenski invarijantnih sistema u kojima je pobuda oblika prostoperiodičnog signala. Njegova prednost naročito dolazi do izražaja pri analizi i rešavanju složenih električnih kola koja poseduju veći broj grana, što je vrlo čest slučaj kod realnih EES - a.

Određivanje ustaljenog stanja - odziva (prostoperiodičan režim), i proračun u režimu kratkih spojeva su najčešći proračuni koji se vrše u EES - u. Ovi proračuni se baziraju na primeni fazorskog računa, pri čemu su upravo oni osnova za pravilno podešavanje relejne zaštite.

Pored primene u rešavanju linearnih električnih kola, fazori imaju veoma važnu ulogu i u radu sistema za zaštitu i upravljanje u EES - u, baziranih na primeni savremenih numeričkih releja. Rad ovih sistema se bazira upravo na preciznoj estimaciji fazora. Numerički releji koriste različite algoritme za estimaciju fazora na osnovu diskretizovanih vrednosti (odbiraka) ulaznih naponskih i strujnih signala. U svom radu releji porede podešenu (zadatu) vrednost kontrolisane veličine (najčešće vrednost fazora osnovnog harmonika struje i napona) i estimiranu (procenjenu) vrednost opserviranog fazora. Zaštita će reagovati u situaciji ako je zadovoljen unapred definisan kriterijum zaštite. Problem estimacije fazora je shodno tome najviše istraživani i dokumentovan problem u zaštiti i upravljanju u EES - u. [45].

Prvi algoritmi za estimaciju koji su implementirani u digitalnim relejima koristili su mali broj odbiraka (*Mann - Morison, Rockfeler*), jer sami mikroprocesori koji su korišćeni za njihovu implementaciju nisu posedovali dovoljan kapacitet za obradu većeg broja odbiraka. Razvojem savremenih numeričkih releja ponuđena je hardverska platforma, koja pruža mogućnost za razvoj novih i mnogo složenijih algoritama zaštite, kao i poboljšanje performansi već postojećih algoritama. U proteklih par decenija razvijeno je više različitih tipova algoritama koji su našli svoju primenu u savremenim numeričkim relejima, koji su u stanju da ponude visok stepen zaštite. DFT je praktično standardna platforma u procesu estimacije fazora u komercijalno dostupnim digitalnim i numeričkim relejima [46].

2.2. Furijeovi redovi i Furijeova transformacija

Francuski matematičar i fizičar *Joseph Fourier* je prvi uočio (1807. god.) da se proizvoljna periodična funkcija (signal) $f(t)$, koja zadovoljava određene matematičke uslove vezane za njenu ograničenost, broj ekstremuma i prekide prve vrste, može predstaviti kao zbir njene srednje vrednosti (jednosmerne komponente) i prostoperiodičnih funkcija različitih frekvencija (harmonika) [47]:

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega t + \varphi_n), \quad (2.15)$$

pri čemu je: A_0 jednosmerna komponenta, $A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ osnovni harmonik signala, $A_n \cos(n\omega t + \varphi_n)$ n -ti harmonik signala, A_n amplituda n -tog harmonika signala, $\omega = 2\pi/T$ kružna učestanost signala, T perioda signala, a φ_n fazni ugao n -tog harmonika signala. Kako je:

$$\begin{aligned} A_n \cos(n\omega t + \varphi_n) &= A_n \cos \varphi_n \cos n\omega t - A_n \sin \varphi_n \sin n\omega t \\ &= a_n \cos n\omega t - b_n \sin n\omega t, \end{aligned} \quad (2.16)$$

razvoj (2.15) se može zapisati kao:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t - \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t. \quad (2.17)$$

Koeficijenti u razvoju (2.17) se izračunavaju na osnovu sledećih formula:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T} \int_d^{d+T} f(t) \cos n\omega t \, dt, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_d^{d+T} f(t) \sin n\omega t \, dt, \quad n = 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (2.18)$$

gde je d proizvoljan realan broj (najčešće je $d = -T/2$ ili $d = 0$). Furijeovi redovi su našli svoju primenu u određivanju odziva kod linearnih električnih kola koja su pobuđena periodičnim signalom koji nije prostoperiodična funkcija vremena. Uz primenu Furijeovih redova i principa superpozicije, moguće je odrediti ustaljen odziv ovakvih kola pošto je moguće složenoperiodični signal predstaviti kao sumu prostoperiodičnih signala. Odziv u ustaljenom stanju se dobija kao zbir odziva na pojedinačne prostoperiodične komponente, pri čemu se svaki od pojedinačnih odziva lako može odrediti uz pomoć fazorskog računa. Frekvencije prostoperiodičnih komponenti su jednake celobrojnim umnošcima frekvencije ulaznog signala, a ako je neka od ovih frekvencija bliska sopstvenoj frekvenciji kola, u kolu će se pojaviti rezonancija, čak i u situaciji kada je frekvencija ulaznog periodičnog signala znatno niža od sopstvene frekvencije kola. Problemi koji nastaju u radu kola u situaciji kada nastupi rezonancija se vrlo lako mogu identifikovati upravo primenom pristupa baziranog na primeni Furijeovih redova. Razvojem periodičnog kontinualnog signala u Furijeov red, lakše se može razumeti kako pojedinačne prostoperiodične komponente oblikuju talasni oblik (određuju sadržaj) izlaznog signala, što je od posebnog značaja za proces projektovanja filtera kojim se harmonijski sadržaj signala odziva prilagođava dizajnerskim zahtevima. Na osnovu predstave u obliku Furijeovog reda određuje se diskretan frekvencijski spektar vremenski kontinualnog periodičnog signala, čime se dobija njegov alternativni prikaz u frekvencijskom domenu. Trigonometrijski zapis periodične funkcije $f(t)$ sa periodom T preko Furijeovog reda, naveden u (2.15) i (2.17), može se prevesti u kompleksni oblik:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega t}. \quad (2.19)$$

Koeficijenti c_n se izračunavaju na osnovu sledećih definicionih formula:

$$\underline{c}_n = \frac{1}{T} \int_d^{d+T} f(t) e^{-jn\omega t} dt, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.20)$$

Koeficijenti u (2.15) i koeficijenti iz razvoja (2.20) su međusobno povezani preko sledećih relacionih veza:

$$\underline{c}_n = |\underline{c}_n| e^{j\phi_n}, \quad |\underline{c}_n| = \frac{1}{2} \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.21)$$

Fazor n -tog harmonika i kompleksni koeficijent \underline{c}_n su relaciono povezani sa:

$$\underline{X}_n = 2\underline{c}_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.22)$$

Furijeovi redovi se kako je to u prethodnom tekstu i opisano, koriste za analizu periodičnih kontinualnih signala. Uvođenjem Furijeove transformacije ova ideja je proširena i na neperiodične (aperiodične) signale. Za dati kontinualan neperiodičan signal $f(t)$, njegova Furijeova transformacija je definisana na sledeći način:

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (2.23)$$

pri čemu je $F(j\omega)$ kompleksni frekvencijski spektar signala $f(t)$.

Savremeni mikroprocesorski uređaji za zaštitu u EES - u u svom radu koriste diskretizovane ulazne signala, pri čemu se diskretizacija (u vremenu) izvodi uniformnim odabiranjem (odabiranje u jednakim vremenskim intervalima) vremenski kontinualnog ulaznog signala. Uniformnim odabiranjem dobija se signal $f[n]$, koji je definisan u diskretnim vremenskim trenucima:

$$f[n] = f(nT_s), \quad (2.24)$$

pri čemu je: $n \in Z$ indeks odbirka, a T_s vremenski interval između dva uzastopna odbirka (perioda odabiranja).

Furijeova transformacija diskretnog signal $f[n]$ (DTFT - *Discrete Time Fourier Transform*) definisana je zamenjujući integral u (2.23) sumom oblika:

$$F(j\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f[n] e^{-jn\omega T_s}. \quad (2.25)$$

U praktičnim aplikacijama za procesor koji upravlja radom numeričkog releja je nepraktično da vrši sumiranje beskonačnog broja odbiraka (tj. velikog broja odbiraka), kako je to definisano relacijom (2.25). Iz ovog razloga se u praksi (realnom procesiranju) posmatra samo deo signala na vremenski ograničenom segmentu, što se postiže uz pomoć diskretne prozorske funkcije $w[n]$ kojom se praktično iz teorijski beskonačnog niza izdvaja samo ograničen skup odbiraka:

$$w[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N-1, \\ 0, & \text{za druge vrednosti } n. \end{cases} \quad (2.26)$$

Niz tako dobijenih odbiraka čini „prozor“ podataka (*data window*) ili vektor podataka:

$$f^*[n] = \begin{cases} f[n], & 0 \leq n \leq N-1, \\ 0, & \text{za druge vrednosti } n. \end{cases} \quad (2.27)$$

Furijeova transformacija niza $f^*[n]$ je kontinualna funkcija promenljive ω , definisana na sledeći način:

$$F(j\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} f[n] e^{-j\omega n T_s}. \quad (2.28)$$

Međutim, kao takva je nepraktična za primenu na digitalnom procesoru podataka. Uvođenjem smene:

$$\omega T_s = \theta, \quad (2.29)$$

dobija se periodična kontinualna funkcija promenljive θ , čija je perioda 2π :

$$G(j\theta) = \sum_{n=0}^{N-1} f[n] e^{-jn\theta}. \quad (2.30)$$

2.3. Diskretna Furijeova transformacija (DFT)

DFT se dobija odabiranjem u ekvidistantnim tačkama unutar frekvencijskog domena jedne periode funkcije $G(j\theta)$ [47]:

$$\theta_k = k \frac{2\pi}{N}, \quad 0 \leq k \leq N-1. \quad (2.31)$$

DFT niza $f^*[n]$ definiše se na sledeći način:

$$G_k = \sum_{n=0}^{N-1} f[n] e^{-j \frac{2\pi}{N} nk}, \quad 0 \leq k \leq N-1. \quad (2.32)$$

Niz dobijen odabiranjem funkcije $G(j\theta)$ je periodičan sa periodom N i može se formirati periodičnim produžavanjem niza $\{G_k\}_{k=0}^{N-1}$. Na taj način spektar signala se predstavlja nizom brojeva, što omogućava obradu na digitalnim procesorima podataka [47].

Inverzna diskretna Furijeova transformacija (IDFT - *Inverse Discrete Fourier Transform*) definisana je na sledeći način:

$$f^*[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} G_k e^{j \frac{2\pi}{N} nk}, \quad 0 \leq k \leq N-1. \quad (2.33)$$

Periodičnim produžavanjem niza $\{f^*[k]\}_{k=0}^{N-1}$ dobija se niz koji je periodičan sa periodom N , ali se on neće uvek poklapati sa nizom $\{f[n]\}_{n \in \mathbb{Z}}$, što je potpuno razumljivo u slučaju kada je signal $f(t)$ aperiodičan.

Za primenu DFT u savremenim digitalnim uređajima za upravljanje i zaštitu od posebnog značaja je slučaj u kome se procesira periodični kontinualni signal. Da bi se uspostavila veza između koeficijenata kompleksnog oblika Furijeovog reda periodične funkcije $f(t)$, i DFT niza $\{f^*[k]\}_{k=0}^{N-1}$ dobijenog odabiranjem jedne periode funkcije $f(t)$, u (2.32) i (2.33) uvedimo smenu oblika:

$$C_k = \frac{G_k}{N}. \quad (2.34)$$

Transformacioni par DFT i IDFT nakon smene definisane sa (2.34) postaje oblika:

$$C_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f^*[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}, \quad 0 \leq k \leq N-1, \quad (2.35)$$

$$f^*[k] = \sum_{n=0}^{N-1} C_n e^{j\frac{2\pi}{N}nk}, \quad 0 \leq k \leq N-1. \quad (2.36)$$

Ako je perioda kontinualnog signala T , periodu odabiranja T_s treba odabrati tako da važi:

$$N = \frac{T}{T_s}. \quad (2.37)$$

Ako pretpostavimo da je red najvišeg harmonika periodičnog signala M , odnosno da je frekvencijski spektar periodičnog signala ograničen, radi preglednosti, relaciju (2.20) ćemo ponovo zapisati za slučaju kada je $d = 0$:

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-j\omega t} dt, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm M. \quad (2.38)$$

Primenom tehnike trapezne integracije, integral (2.38) se može aproksimirati sumom uz smenu oblika: $dt = T_s$, $t = nT_s$, $f(t) = f[n]$ i $T = N \cdot T_s$. Na ovaj način se mogu približno odrediti vrednosti koeficijenata u kompleksnom obliku Furijeovog reda:

$$c_k \approx \sum_{n=0}^{N-1} f[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm M. \quad (2.39)$$

Implementacija DFT algoritama postaje vrlo efikasna u situaciji kada je N paran broj, u kom slučaju se izraz (2.35) za $k = \frac{N}{2} + 1, \frac{N}{2} + 2, \dots, N-1$ može zapisati u obliku:

$$C_k = C_{N-l} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f^*[n] e^{j\frac{2\pi}{N}nk}, \quad l = 0, 1, 2, \dots, \left(\frac{N}{2} - 1\right). \quad (2.40)$$

Kako je pri tome:

$$C_{N-l} = C_l^* = C_{-l}, \quad l = 0, 1, 2, \dots, \left(\frac{N}{2} - 1\right), \quad (2.41)$$

to se elementi niza $\{C_k\}_{k=0}^{N-1}$ mogu odrediti na osnovu:

$$C_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \left(\frac{N}{2}-1\right), \quad (2.42)$$

$$C_{\frac{N}{2}} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (-1)^n f^*[n]. \quad (2.43)$$

Poređenjem (2.39) i (2.42) može se zaključiti da se DFT - om mogu odrediti i neki koeficijenti u izrazu (2.39). Ako je pri tome ispunjen uslov:

$$M \leq \frac{N}{2} - 1, \quad (2.44)$$

DFT - om se mogu odrediti svi kompleksni koeficijenti u (2.39), i tada umesto znaka za približnu vrednost u izrazu (2.39) treba da stoji znak jednakosti:

$$C_k = c_k = \sum_{n=0}^{N-1} f[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm M. \quad (2.45)$$

Relacija (2.44) iskazuje, na drugi način, dobro poznatu teoremu o odabiranju ili Nikvist - Šenon - Koteljničkov - ovu teoremu (*Nyquist - Shannon - Котельников theorem*). Teorema o odabiranju tvrdi da se periodičan kontinualni signal, čiji je frekvencijski spektar ograničen, može tačno rekonstruisati iz odbiraka dobijenih uniformnim odabiranjem jedne njegove periode, ako je frekvencija odabiranja bar dva puta veća od frekvencije najvišeg harmonika u spektru procesiranog signala. Ova teorema uspostavlja vezu između frekvencije odabiranja i frekvencije najvišeg harmonika u signalu koji je predmet procesiranja, čime je omogućena verna prezentacija kontinualnog periodičnog signala preko diskretnog niza odbiraka.

Teorema o odabiranju [47]: Ako je $\omega_{\max} = 2\pi f_{\max}$ kružna frekvencija najvišeg harmonika u spektru signala, a f_s frekvencija odabiranja, za tačnu rekonstrukciju signala treba da bude zadovoljeno:

$$f_s \geq 2f_{\max}. \quad (2.46)$$

Frekvencija $f_s/2$ se naziva Nikvistovom frekvencijom. Ako je zadovoljena teorema o odabiranju, pomoću DFT moguće je tačno izračunati jednosmernu komponentu i fazore svih harmonika u periodičnom kontinualnom signalu u kome je red najvišeg harmonika M , odnosno čiji je frekvencijski spektar ograničen. Koristeći izraze (2.22) i (2.45) fazor k - tog harmonika je određen sa:

$$\underline{X}_k = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, M. \quad (2.47)$$

U daljem tekstu će prethodna tvrdnja, zbog njene izuzetne važnosti, biti dokazana i na drugi način. Furijeov red periodičnog kontinualnog signala u kome je red najvišeg harmonika M , definisan je (relacija (2.17)):

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^M (a_k \cos k\omega t - b_k \sin k\omega t). \quad (2.48)$$

Uniformnim odabiranjem periodičnog kontinualnog signala definisanog u (2.48) sa N odbiraka po periodi u vremenskim trenucima $t_k = t_0 + n \cdot T_s$, $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$, bez umanjena opštosti uzimajući da je $t_0 = 0$, dobija se niz $\{f[n]\}_{n=0}^{N-1}$:

$$f[n] = f_0[n] + \sum_{i=1}^M f_i[n], \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1, \quad (2.49)$$

pri čemu je za $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$:

$$f_0[n] = \frac{a_0}{2},$$

$$f_i[n] = a_i \cos\left(i \frac{2\pi}{N} n\right) - b_i \sin\left(i \frac{2\pi}{N} n\right), \quad i = 1, 2, \dots, M. \quad (2.50)$$

Zamenom (2.50) u (2.47) uz uslov (2.44) se dobija da je:

$$\underline{X}_k = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left(\sum_{i=0}^M f_i[n] \right) e^{-j \frac{2\pi}{N} nk}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, M. \quad (2.51)$$

Za $i = 0$, suma (2.51) se svodi na:

$$\sum_{n=0}^{N-1} f_0[n] e^{-j \frac{2\pi}{N} nk} = \frac{a_0}{2} \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j \frac{2\pi}{N} nk}. \quad (2.52)$$

Na osnovu Ojlerove formule važi:

$$\cos\left(i \frac{2\pi}{N} n\right) = \frac{e^{j \frac{2\pi}{N} ni} + e^{-j \frac{2\pi}{N} ni}}{2},$$

$$\sin\left(i \frac{2\pi}{N} n\right) = \frac{e^{j \frac{2\pi}{N} ni} - e^{-j \frac{2\pi}{N} ni}}{2j}, \quad (2.53)$$

a uzimajući da je $i = 1, 2, \dots, M$, smenom (2.53) u (2.51) nakon sređivanja se dobija da je:

$$\sum_{n=0}^{N-1} f_i[n] e^{-j \frac{2\pi}{N} nk} = \frac{a_i + j b_i}{2} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j \frac{2\pi}{N} n(i-k)} + \frac{a_i - j b_i}{2} \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j \frac{2\pi}{N} n(i+k)}. \quad (2.54)$$

Koristeći formulu za zbir prvih N članova geometrijske progresije:

$$1 + q + q^2 + \dots + q^{N-1} = \frac{q^N - 1}{q - 1}, \quad (2.55)$$

vrednosti suma u (2.52) i (2.54) mogu se odrediti kao:

$$\sum_{n=0}^{N-1} e^{j \frac{2\pi}{N} nk} = \frac{e^{j 2\pi nk} - 1}{e^{j \frac{2\pi}{N} nk} - 1} = \begin{cases} N, & k = 0, \\ 0, & k \neq 0, \end{cases} \quad (2.56)$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} e^{j \frac{2\pi}{N} n(i-k)} = \frac{e^{j 2\pi n(i-k)} - 1}{e^{j \frac{2\pi}{N} n(i-k)} - 1} = \begin{cases} N, & i = k, \\ 0, & i \neq k, \end{cases} \quad (2.57)$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} e^{-j\frac{2\pi}{N}n(i+k)} = \frac{e^{-j2\pi n(i+k)} - 1}{e^{-j\frac{2\pi}{N}n(i+k)} - 1} = 0. \quad (2.58)$$

Kada se (2.56) uvrsti u (2.52) dobija se:

$$\sum_{n=0}^{N-1} f_0[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} = \begin{cases} \frac{a_0}{2} N, & k = 0, \\ 0, & k \neq 0. \end{cases} \quad (2.59)$$

Nakon što se (2.57) i (2.58) uvrste u (2.54) dobija se:

$$\sum_{n=0}^{N-1} f_i[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} = \begin{cases} \frac{a_i + jb_i}{2} N, & i = k, \\ 0, & i \neq k. \end{cases} \quad (2.60)$$

Smenom (2.59) i (2.60) u (2.51) se dobija:

$$\underline{X}_k = \begin{cases} a_k + jb_k, & k = 1, 2, \dots, M, \\ a_0, & k = 0. \end{cases} \quad (2.61)$$

čime je jednakost (2.47) dokazana.

Ukoliko nije zadovoljena teorema o odabiranju, visokofrekventne komponente, čije su frekvencije veće od Nikvistove, a koje se mogu pojaviti u spektru procesiranog signala, biće detektovane DFT -om kao komponente nižih frekvencija. Ovo pogrešno predstavljanje visokofrekventne komponente komponentom niže frekvencije naziva se alijas efekat (*aliasing*) i predstavlja jedan od nedostataka DFT algoritma. Naime, ako se pretpostavi da nije zadovoljena teorema o odabiranju, odnosno da je red najvišeg harmonika u signalu jednak:

$$M = \frac{N}{2} + m, \quad 0 \leq m \leq \frac{N}{2} - 1, \quad (2.62)$$

i ako harmonijske komponente signala čije su frekvencije veće od Nikvistove, odnosno harmonike za koje je $N/2 \leq i \leq M$ u relaciji (2.49), numerišemo kao:

$$f_i = f_{N-l}, \quad N - M \leq l \leq \frac{N}{2}, \quad (2.63)$$

relacija (2.54) za $N/2 \leq i \leq M$, nakon smene (2.63) postaje oblika:

$$\sum_{n=0}^{N-1} f_i[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} = \frac{a_i + jb_i}{2} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi}{N}n(N-l-k)} + \frac{a_i - jb_i}{2} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi}{N}n(N-l+k)}, \quad (2.64)$$

odnosno:

$$\sum_{n=0}^{N-1} f_i[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} = \frac{a_i + jb_i}{2} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi}{N}n(-l-k)} + \frac{a_i - jb_i}{2} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi}{N}n(-l+k)}, \quad (2.65)$$

odakle, koristeći (2.57) i (2.58), se dobija:

$$\sum_{n=0}^{N-1} f_i[n] e^{-j \frac{2\pi}{N} nk} = \begin{cases} \frac{a_i - j b_i}{2} N, & k = N - i, \\ 0, & k \neq N - i. \end{cases} \quad (2.66)$$

Na ovaj način je analitički dokazano da ukoliko nije zadovoljena teorema o odabiranju, DFT - om će harmonik čiji je red i za $N/2 \leq i \leq M$ biti detektovan kao harmonik reda $k = N - i$.

Alijas efekat je posledica neusaglašene učestanosti odabiranja signala sa dinamikom samog signala, i mora se uzeti u obzir i kod drugih tehnika koje se koriste za estimaciju fazora. Alijas efekat se može objasniti i na drugi način: ako se opet pođe od pretpostavke da nije zadovoljena teorema o odabiranju i ako se posmatra i - ti harmonik signala koji je uniformno odabran sa N odbiraka po periodi, pri čemu je njegova frekvencija veća od Nikvistove, na osnovu (2.47) i (2.49) sledi da je:

$$f_i[n] = A_i \cos\left(i \frac{2\pi}{N} n + \varphi_n\right), \quad \frac{N}{2} \leq i \leq M. \quad (2.67)$$

Nakon smene oblika: $i = N - l$, $N - M \leq l \leq \frac{N}{2} - 1$, relacija (2.67) postaje:

$$\begin{aligned} f_i[n] &= A_i \cos\left((N - l) \frac{2\pi}{N} n + \varphi_n\right) \\ &= A_i \cos\left(\frac{2\pi}{N} nl - \varphi_n\right), \quad N - M \leq l \leq \frac{N}{2} - 1. \end{aligned} \quad (2.68)$$

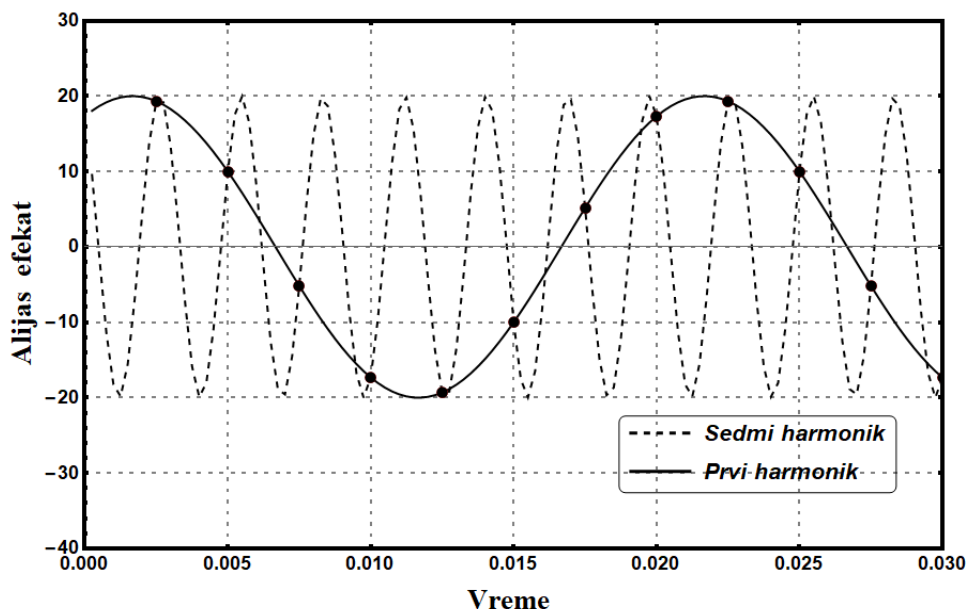
Sledi da se odabiranjem, i - ti harmonik, čija je frekvencija veća od Nikvistove, pogrešno predstavlja kao harmonik reda $N - i$ koji ima istu amplitudu kao i - ti harmonik, a suprotan fazni stav. Alijas efekat možemo praktično ilustrovati sledećim primerom. Neka je izvršeno uniformno odabiranje signala koji je definisan sledećom relacijom:

$$\begin{aligned} f(t) &= 100 \cos 314t + 50 \cos\left(3 \cdot 314t + \frac{\pi}{3}\right) \\ &\quad + 20 \cos\left(5 \cdot 314t + \frac{\pi}{6}\right) + 20 \cos\left(7 \cdot 314t + \frac{\pi}{6}\right), \end{aligned} \quad (2.69)$$

sa $N = 8$ odbiraka po periodi. Kako takvim odabiranjem nije zadovoljen Nikvistov uslov, dobijamo pogrešnu predstavu originalno procesiranog signala koja je oblika:

$$f(t) = 117,746 \cos(314t - 0,085) + 53,8516 \cos(3 \cdot 314t + 0,667). \quad (2.70)$$

Na slici 2.1. ilustrovan je alijas efekat na primeru signala definisanog sa (2.69). U ovom slučaju nestaje stvarni sedmi harmonik signala i nastaje lažni prvi harmonik signala.



Slika 2.1. Alijas efekat ilustrovan na primeru signala definisanog sa jednačinom (2.69).

Uz pomoć niskopropusnog filtra vrši se ograničavanje spektra periodičnog signala napona ili struje pre njegove dalje obrade u lancu za akviziciju podataka kako bi se prevazišao ovaj problem. Kako karakteristika niskopropusnog filtra nije idealna, u procesiranom signalu će se pojaviti visokofrekventne komponente čija je frekvencija veća od Nikvistove, što predstavlja izvor greške prilikom primene metoda koje su bazirane na primeni DFT, što je i razlog da se može govoriti samo o estimaciji (proceni) fazora. Međutim, i pored ovog nedostatka, DFT je najčešće korišćen algoritam u numeričkim zaštitnim relejima za estimaciju fazora naponskih i strujnih signala, iz razloga što obezbeđuje brz vremenski odziv, jednostavnu softversku implementaciju, imun je na više harmonijske komponente i na slučajni aditivni šum. Ono na šta DFT zasnovani algoritmi za estimaciju nisu imuni, tj. što predstavlja izvor greške prilikom njihove primene su:

- opadajuće jednosmerne komponente,
- odstupanje frekvencije u sistemu od nazivne (prisustvo tzv. *off-nominal frequency*).

OJK - te predstavljaju aperiodičane signale (njihov frekventni spektar nije ograničen) koji generišu značajnu grešku u DFT rezultatima. To je i uslovalo pojavu većeg broja radova u stručnoj literaturi, koji su za svoj cilj imali razvijanje procedura kojim se može umanjiti greška estimacije fazora DFT algoritmom. Ovi radovi se mogu uglavnom svrstati u dve grupe. U prvoj grupi radova, OJK - te koja nastaje kao posledica struje kvara se prvo filtriraju (Mimik filter [48], kompleksni frekventni filter [49], *Charm DF* [50], itd.), a zatim se na preostali filtrirani signal primenjuje DFT i vrši se estimacija fazora od interesa. Kod druge grupe radova, prvo se primeni DFT, nakon toga se estimiraju parametri OJK - ti (njihove amplitude i vremenske konstante) uz pomoć različitih tehnika. U nastavku, koriguje se greška koja je nastupila u DFT rezultatima tako što se vrši oduzimanje neželjene signalne komponente koja je posledica OJK - ti. U četvrtom poglavlju ove doktorske disertacije biće prikazani potpuno novi algoritmi koji su u stanju da koriguju grešku u DFT rezultatima, koja je nastala kao rezultat prisutnih OJK - ti u struji kvara. Po

svom konceptu ove novo predložene procedure pripadaju ovde pomenutoj drugoj grupi algoritama.

Kako je već navedeno, odstupanje frekvencije od nazivne vrednosti dovodi do pojave greške u algoritmima za estimaciju fazora osnovnog i viših harmonika DFT metodom. Naime, DFT zahteva da količnik frekvencije odabiranja i frekvencije procesiranog signala bude ceo broj, kako bi proračun bio tačan. Ovo je potrebno obezbediti i u uslovima kada noseća (osnovna) frekvencija procesiranog signala varira oko nazivne vrednosti, što je u realnim uslovima rada EES - a čest slučaj. Pojava neusklađenosti (odstupanja) između frekvencije odabiranja i noseće frekvencije je poznata kao efekat spektralnog curenja (spectral *leakage*). Preciznom estimacijom frekvencije u EES - u, numerički relej može podešavati frekvenciju odabiranja tako da količnik frekvencije odabiranja i noseće frekvencije uvek bude ceo broj. U trećem poglavlju doktorske disertacije prikazani su algoritmi koji koriguju grešku u DFT rezultatima zbog odstupanja frekvencije od nazivne vrednosti, iz tog razloga sastavni deo tih algoritama čine i nove poboljšane tehnike za preciznu estimaciju noseće frekvencije procesiranog signala. DFT se može odrediti samo deo spektra procesiranog signala $f(t)$, što je od izuzetnog značaja kod primene ovog algoritma u numeričkoj relejnoj zaštiti i digitalnoj obradi signala uopšte. Ako pretpostavimo da je izvršeno uniformno odabiranje periodičnog kontinualnog signala napona $v(t)$ sa N odbiraka po periodi, niz tako dobijenih odbiraka čini „prozor“ podataka (*data window*) ili vektor podataka. U situaciji kada se svi odbirci iz prozora podataka koriste u postupku obrade, tada se DFT označava kao Diskretna Furijeova transformacija punog ciklusa (FCDF - *Full cycle DFT*). Ukoliko pak u procesiranom signalu nema parnih harmonika tada je estimaciju željenog fazora moguće izvršiti DFT metodom koja je ograničena samo na prvu polovinu odbiraka iz prozora podataka. U ovom slučaju DFT se označava kao Diskretna Furijeova transformacija polovine ciklusa (HCDFT - *Half cycle DFT*).

2.3.1. Diskretna Furijeova transformacija punog ciklusa

Fazor k - tog harmonika procesiranog signala se može odrediti DFT metodom čija je opšta formulacija data izrazom oblika [51]:

$$\underline{X}_k = \frac{2}{G} \sum_{n=0}^{N-1} w[n] v[n] e^{-\frac{2\pi}{N}nk}, \quad 0 \leq k \leq N/2-1, \quad (2.71)$$

pri čemu je N dužina prozora podataka (dimenzija vektora odbiraka), n je indeks odbirka u vektoru odbiraka, $w[n]$ je koeficijent prozora podataka filtra sa konačnim impulsnim odzivom (FIR - *Finite Impulse Response*), $G = \sum_{n=0}^{N-1} w[n]$ je pojačanje (njegova transfer funkcija) filtra, a k je red harmonika koji se estimira. Ovako definisana DFT je poznata kao FCDF. U slučaju najjednostavnije pravougaone prozorske funkcije:

$$w[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N-1, \\ 0, & \text{inače.} \end{cases} \quad (2.72)$$

izraz (2.71) postaje oblika:

$$\underline{X}_k = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v[n] e^{-\frac{2\pi}{N}nk}, \quad 0 \leq k \leq N/2-1. \quad (2.73)$$

Fazor osnovnog harmonika se može izračunati pomoću (2.73) za $k = 1$:

$$\underline{X}_1 = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v[n] e^{-\frac{2\pi}{N}n} = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v[n] \cos \frac{2\pi}{N}n - j \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v[n] \sin \frac{2\pi}{N}n = X_{RF} - jX_{IF}, \quad (2.74)$$

pri čemu su:

$$\begin{aligned} X_{RF} &= \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v[n] \cos \frac{2\pi}{N}n, \\ X_{IF} &= \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v[n] \sin \frac{2\pi}{N}n, \end{aligned} \quad (2.75)$$

realni i imaginarni deo fazora osnovnog harmonika. Relacija (2.75) se može zapisati i na sledeći način:

$$\begin{aligned} X_{RF} &= \frac{2}{N} (\mathbf{V}, \mathbf{COS}), \\ X_{IF} &= \frac{2}{N} (\mathbf{V}, \mathbf{SIN}), \end{aligned} \quad (2.76)$$

gde je $\mathbf{V}=[v_1, v_2, \dots, v_N]$ vektor odbiraka signala dužine N , dok je vektor vrednosti kosinusne funkcije dat sa $\mathbf{COS}=(1 \cos 2\pi/N \cos 4\pi/N \dots \cos (N-1) \cdot 2\pi/N)$, vektor vrednosti sinusne funkcije $\mathbf{SIN}=(0 \sin 2\pi/N \sin 4\pi/N \dots \sin (N-1) \cdot 2\pi/N)$, a (\cdot, \cdot) je oznaka za skalarni proizvod vektora.

2.3.2. Diskretna Furijeova transformacija polovine ciklusa

Ukoliko u signalu koji je predmet procesiranja nema parnih harmonika, vreme potrebno za izvršenje DFT algoritma se može skratiti na polovinu u odnosu na standardnu realizaciju. U ovoj situaciji, fazor k -tog harmonika se može odrediti na osnovu sledeće funkcionalne relacije [46]:

$$\underline{X}_k = \frac{4}{N} \sum_{n=0}^{N/2-1} v[n] e^{-\frac{2\pi}{N}nk}, \quad 0 \leq k \leq N/2-1, \quad (2.77)$$

pri čemu su realni i imaginarni deo fazora definisani sa:

$$\begin{aligned} X_{RF}^k &= \frac{4}{N} \sum_{n=0}^{N/2-1} v[n] \cos \frac{2\pi}{N}nk, \\ X_{IF}^k &= \frac{4}{N} \sum_{n=0}^{N/2-1} v[n] \sin \frac{2\pi}{N}nk. \end{aligned} \quad (2.78)$$

Kako je proces prikupljanja podataka kontinualan, to je moguća i kontinualna estimacija fazora. Ona se može ostvariti na dva načina. Prvi od njih je zasnovan na sukcesivnom pomeranju prozora podataka uz fiksne vektore COS i SIN. Ovim postupkom estimacija fazora je direktna (nerekurzivna). Kod drugog načina sukcesivno pomeranje prozora podataka izvodi se uz istovremenu cikličnu zamenu mesta elemenata u vektorima COS i SIN. Ovakva estimacija fazora je po svom konceptu rekurzivna.

2.3.3. Nerekurzivna DFT

Pretpostavimo da se proces prikupljanja podataka započinje u trenutku t_0 , čime je praktično određen odbirak $v[0]$, a vektor odbiraka je oblika $(v[0] \ v[1] \ \dots \ v[N-1])$. Odbirci $v[1], v[2], \dots, v[N-1]$ odgovaraju vrednostima signala u trenucima $t_k = t_0 + k \cdot T_s$, $k = 1, 2, \dots, N-1$. Sa ovim prozorom podataka izračunava se realni $X_{RF}[0]$ i imaginarni $X_{IF}[0]$ deo fazora osnovnog harmonika uz pomoć (2.75). U sledećem koraku se prozor podataka pomera za jedno mesto unapred. Najstariji odbirak iz prethodnog prozora podataka se odbacuje, a preostali odbirci pomeraju se za jedno mesto unazad, tako da na mesto poslednjeg dolazi novi odbirak sa ADC konvertora. Novoformirani vektor odbiraka je $[v[1], v[2], \dots, v[N]]$. Na osnovu (2.75), sa ovim prozorom podataka izračunavaju se realni $X_{RF}[1]$ i imaginarni $X_{IF}[1]$ deo fazora osnovnog harmonika. Produžavajući ovaj postupak, formira se niz realnih $X_{RF}[0], X_{RF}[1], \dots, X_{RF}[k], \dots$ i niz imaginarnih $X_{IF}[0], X_{IF}[1], \dots, X_{IF}[k], \dots$ delova fazora, što se može sažeto zapisati na sledeći način [5, 52]:

$$X_{RF}[k] = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v[n+k] \cos \frac{2\pi}{N} n, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.79)$$

$$X_{IF}[k] = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v[n+k] \sin \frac{2\pi}{N} n, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.80)$$

2.3.4. Rekurzivna DFT

Posmatrajmo dva niza odbiraka sa indeksima $v_k, v_{k+1}, \dots, v_{k+N-1}$ i $v_{k+1}, v_{k+2}, \dots, v_{k+N}$. Drugi niz odbiraka se dobija tako što se iz prvog niza odbaci „najstariji“ odbirak sa ideksom k , a doda novi odbirak sa ideksom $k+N$. Realni i imaginarni deo fazora koji odgovaraju ovim nizovima odbiraka su određeni kao [5,52]:

$$X_{RF}[k] = \frac{2}{N} \sum_{n=k}^{N+k-1} v[n] \cos \frac{2\pi}{N} n, \quad (2.81)$$

$$X_{RF}[k+1] = \frac{2}{N} \sum_{n=k+1}^{N+k} v[n] \cos \frac{2\pi}{N} n, \quad (2.82)$$

$$X_{IF}[k] = \frac{2}{N} \sum_{n=k}^{N+k-1} v[n] \sin \frac{2\pi}{N} n, \quad (2.83)$$

$$X_{IF}[k+1] = \frac{2}{N} \sum_{n=k+1}^{N+k} v[n] \sin \frac{2\pi}{N} n. \quad (2.84)$$

Oduzimanjem (2.81) od (2.82), odnosno (2.83) od (2.84), dobija se relacija za rekurzivno izračunavanje fazora za $0 \leq k \leq N-1$:

$$\begin{aligned} X_{RF}[k+1] &= X_{RF}[k] + \frac{2}{N} (v[N+k] - v[k]) \cos \frac{2\pi}{N} k, \\ X_{IF}[k+1] &= X_{IF}[k] + \frac{2}{N} (v[N+k] - v[k]) \sin \frac{2\pi}{N} k. \end{aligned} \quad (2.85)$$

Ako je $k \geq N$, rekurzivna procedura kojom se određuju realni i imaginarni deo fazora se svodi na:

$$\begin{aligned} X_{RF}[k+1] &= X_{RF}[k] + \frac{2}{N} (v[N+k] - v[k]) \cos \frac{2\pi}{N} r, \\ X_{IF}[k+1] &= X_{IF}[k] + \frac{2}{N} (v[N+k] - v[k]) \sin \frac{2\pi}{N} r. \end{aligned} \quad (2.86)$$

gde je $k \equiv r \pmod{N}$. Za praktičnu primenu rekurzivne DFT potrebno je posmatrati jedinstven niz odbiraka dužine $N+1$. U svakom narednom koraku proračuna potrebno je odbaciti prvi odbirak u nizu, a na kraj niza dodati novo određen (izmeren) odbirak, pri čemu indeksi odbiraka odgovaraju mestu koje oni zauzimaju u formiranom nizu. Rekurzivna procedura kojom se vrši izračunavanje realnog i imaginarnog dela fazora se svodi na:

$$\begin{aligned} X_{RF}[novo] &= X_{RF}[staro] + \frac{2}{N} (v[N+1] - v[1]) \cos \frac{2\pi}{N} r, \\ X_{IF}[novo] &= X_{IF}[staro] + \frac{2}{N} (v[N+1] - v[1]) \sin \frac{2\pi}{N} r. \end{aligned} \quad (2.87)$$

2.4. Metoda najmanjih kvadrata

Metoda najmanjih kvadrata (LES - *Least Error Squared*) [8] je često primenjivana tehnika estimacije fazora osnovnog i viših harmonika signala napona ili struje, što je posledica njene jednostavne formulacije i efikasne implementacije. Metoda najmanjih kvadrata se bazira na minimizaciji srednje kvadratne greške između stvarnog i pretpostavljenog (estimiranog) talasnog oblika signala. Pretpostavimo da je talasni oblik procesiranog signala napona definisan na sledeći način:

$$v_p(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + \sum_{k=1}^M V_k \sin(k\omega_0 t + \varphi_k), \quad (2.88)$$

pri čemu je: $v_p(t)$ trenutna vrednost napona u trenutku t , V_0 amplituda OJK - te, τ vremenska konstanta OJK - te, V_k i φ_k su amplituda i fazni ugao k -tog harmonika signala, a M je red najvišeg harmonika. OJK u (2.88) se može zameniti (opisati) sa prva dva člana njoj odgovarajućeg Tejlorovog razvoja tako da dolazimo do sledeće formulacije naponskog signala koji je predmet procesiranja:

$$v_p(t) = V_0 - \frac{V_0}{\tau} t + \sum_{k=1}^M V_k \sin(k\omega_0 t + \varphi_k). \quad (2.89)$$

Koristeći adicijonu formulu:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta, \quad (2.90)$$

izraz (2.89) se može prikazati u obliku:

$$v_p(t) = V_0 - \frac{V_0}{\tau} t + \sum_{k=1}^M V_{sk} \sin k\omega_0 t + \sum_{k=1}^M V_{ck} \cos k\omega_0 t, \quad (2.91)$$

pri čemu su $V_{sk} = V_k \sin \varphi_k$ i $V_{ck} = V_k \cos \varphi_k$ sinusna i kosinusna komponenta k -tog harmonika, respektivno. Nepoznati parametri u ovako definisanom modelu signala mogu

se odrediti metodom najmanjih kvadrata, pri čemu je broj nepoznatih $2M + 2$. Vektor nepoznatih je:

$$\mathbf{X} = \left(V_0 \quad \frac{V_0}{\tau} \quad V_{s1} \quad V_{c1} \quad \dots \quad V_{sM} \quad V_{cM} \right)^T. \quad (2.92)$$

Da bi bila omogućena primena metode najmanjih kvadrata, stvarni (procesirani) signal je potrebno uniformno odabrati, pri čemu broj odbiraka stvarnog signala treba da bude veći od broja nepoznatih u pretpostavljenom modelu signala. Neka su odbirci stvarnog signala $v(t_1), v(t_2), \dots, v(t_m)$, uzeti u vremenskim trenucima $t_1, t_2 = t_1 + T_s, \dots, t_m = t_1 + (m-1)T_s$, gde je t_1 referentni (početni) vremenski trenutak, a T_s je perioda odabiranja. Ovako ustanovljenim procesom odabiranja formira se preodređen sistem od m linearnih jednačina (pri tome je $m > 2M + 2$):

$$\begin{aligned} v(t_1) &= V_0 - \frac{V_0}{\tau} t_1 + \sum_{k=1}^M V_{sk} \sin k\omega_0 t_1 + \sum_{k=1}^M V_{ck} \cos k\omega_0 t_1, \\ v(t_2) &= V_0 - \frac{V_0}{\tau} t_2 + \sum_{k=1}^M V_{sk} \sin k\omega_0 t_2 + \sum_{k=1}^M V_{ck} \cos k\omega_0 t_2, \\ &\vdots \\ v(t_m) &= V_0 - \frac{V_0}{\tau} t_m + \sum_{k=1}^M V_{sk} \sin k\omega_0 t_m + \sum_{k=1}^M V_{ck} \cos k\omega_0 t_m, \end{aligned} \quad (2.93)$$

koji se može napisati u matričnoj formi kao:

$$\mathbf{V} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} \quad (2.94)$$

$\mathbf{V} = (v(t_1), v(t_2), \dots, v(t_m))^T$ je vektor odbiraka stvarnog signala, a

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & t_1 & \sin \omega_0 t_1 & \cos \omega_0 t_1 & \dots & \sin N\omega_0 t_1 & \cos \omega_0 t_1 \\ 1 & t_2 & \sin \omega_0 t_2 & \cos \omega_0 t_2 & \dots & \sin N\omega_0 t_2 & \cos N\omega_0 t_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & t_m & \sin \omega_0 t_m & \cos \omega_0 t_m & \dots & \sin N\omega_0 t_m & \cos N\omega_0 t_m \end{pmatrix}, \quad (2.95)$$

matrica koeficijenata sistema (2.93). \mathbf{X} predstavlja vektor nepoznatih parametara pretpostavljenog modela signala. Ukoliko se sistem opisan sa (2.94) rešava metodom najmanjih kvadrata, vektor nepoznatih se može odrediti na osnovu:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{V}. \quad (2.96)$$

2.5. Pronijeva metoda

Pronijeva metoda je zasnovana na modelovanju niza ekvidistantnih odbiraka procesiranog signala sumom kompleksnih eksponencijalnih funkcija [15, 53, 54]. Razvio ju je francuski matematičar i fizičar *Gaspar de Prony* 1795. god., pri čemu funkcije koje se koriste u Pronijevoj metodi odgovaraju prirodi stvarnih signala tokom kratkog spoja u EES - u. Pretpostavimo da je talasni oblik procesiranog signala napona dat relacijom:

$$v_p(t) = \sum_{i=1}^{M_1} D_i e^{-\delta_i t} + \sum_{k=1}^{M_2} V_k e^{-\beta_k t} \sin(k\omega_0 t + \varphi_k), \quad (2.97)$$

pri čemu je: $v_p(t)$ trenutna vrednost napona u trenutku t , D_i amplituda i -te OJK - te, δ_i faktor prigušenja i -te OJK - te, V_k amplituda k -te harmonijske komponente, β_k faktor prigušenja k -te harmonijske komponente, φ_k fazni ugao k -te harmonijske komponente. Koristeći Ojlerovu formulu za trigonometrijske funkcije:

$$\begin{aligned}\cos x &= \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2} \\ \sin x &= \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}\end{aligned}\quad (2.98)$$

relacija (2.97) se može napisati u obliku:

$$v_p(t) = \sum_{k=1}^M A_k e^{(-\alpha_k + j\omega_k)t + \psi_k}, \quad (2.99)$$

pri čemu je $M = 2M_2 + M_1$ red modela signala. Neka su odbirci stvarnog signala $v(t_1), v(t_2), \dots, v(t_m)$ uzeti u vremenskim trenucima $t_1 = 0, t_2 = T_S, \dots, t_m = (m-1)T_S$, gde je t_1 referentni vremenski trenutak, a T_S perioda odabiranja. Vrednosti pretpostavljenog modela signala, određene u trenucima t_1, t_2, \dots, t_m , su $v_p(t_1), v_p(t_2), \dots, v_p(t_m)$. Ako označimo sa $v_p(t_i) = v_p[i]$, vremenski kontinualan signal (2.99) se može prikazati kao vremenski diskretizovan signal na sledeći način:

$$v_p[n] = \sum_{k=1}^M A_k e^{(-\alpha_k + j\omega_k)(n-1)T_S + \psi_k}, \quad (2.100)$$

pri čemu je $n = 0, 1, 2, \dots, m$. Vremenski diskretan signal može se sažeto predstaviti na sledeći način:

$$v_p[n] = \sum_{k=1}^M \underline{B}_k \underline{z}_k^{n-1}, \quad (2.101)$$

gde je $\underline{B}_k = A_k e^{j\psi_k}$, $\underline{z}_k = e^{(-\alpha_k + j\omega_k)T_S}$. Nepoznati parametri \underline{B}_k , \underline{z}_k u pretpostavljenom modelu signala (2.101) se određuju minimiziranjem srednje kvadratne greške između stvarnog i pretpostavljenog talasnog oblika signala u ekvidistantnim vremenskim trenucima $0, T_S, 2T_S, \dots, (m-1)T_S$:

$$\delta = \sum_{n=1}^m (v[n] - v_p[n])^2, \quad (2.102)$$

pri čemu su $v[n]$ odbirci stvarnog signala u vremenskim trenucima u kojima se vrši semplovanje. Ovako definisan nelinearan problem je težak za rešavanje, međutim primenom Pronijeve metode moguće ga je transformisati u linearan. Pronijeva metoda može biti optimizaciona i neoptimizaciona. Kod neoptimizacione metode broj odbiraka je tačno jednak broju nepoznatih u pretpostavljenom modelu signala.

U slučaju da se koristi optimizaciona metoda, potrebno je da broj odbiraka signala bude veći od broja nepoznatih u pretpostavljenom modelu signala. Optimalna procena se može dobiti iz preodređenog sistema jednačina:

$$\begin{aligned}
\underline{B}_1 + \underline{B}_2 + \dots + \underline{B}_M &= v[1], \\
\underline{B}_1 \underline{z}_1 + \underline{B}_2 \underline{z}_2 + \dots + \underline{B}_M \underline{z}_M &= v[2], \\
\underline{B}_1 \underline{z}_1^2 + \underline{B}_2 \underline{z}_2^2 + \dots + \underline{B}_M \underline{z}_M^2 &= v[3], \\
&\vdots \\
\underline{B}_1 \underline{z}_1^{m-1} + \underline{B}_2 \underline{z}_2^{m-1} + \dots + \underline{B}_M \underline{z}_M^{m-1} &= v[m].
\end{aligned} \tag{2.103}$$

Ovako definisan sistem jednačina (2.103) može se zapisati u matričnom obliku:

$$\underline{\mathbf{Z}} \cdot \underline{\mathbf{B}} = \underline{\mathbf{V}}, \tag{2.104}$$

gde je:

$$\underline{\mathbf{Z}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \underline{z}_1 & \underline{z}_2 & \dots & \underline{z}_M \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \underline{z}_1^{m-1} & \underline{z}_2^{m-1} & \dots & \underline{z}_M^{m-1} \end{pmatrix}, \quad \underline{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \underline{B}_1 \\ \underline{B}_2 \\ \vdots \\ \underline{B}_M \end{pmatrix}, \quad \underline{\mathbf{V}} = \begin{pmatrix} v[1] \\ v[2] \\ \vdots \\ v[m] \end{pmatrix}. \tag{2.105}$$

U sistemu (2.104) poznat je samo vektor odbiraka estimiranog signala $\underline{\mathbf{V}}$, a nepoznate su $\underline{B}_i, \underline{z}_i, i=1,2,\dots,m$. Prvi korak u realizaciji algoritma koji je baziran na primeni Pronijeve metode odnosi se na formiranje polinoma reda M čiji su koreni upravo kompleksne promenljive $\underline{z}_1, \underline{z}_2, \dots, \underline{z}_M$:

$$P(\underline{z}) = (\underline{z} - \underline{z}_1)(\underline{z} - \underline{z}_2) \dots (\underline{z} - \underline{z}_M). \tag{2.106}$$

Prema osnovnom stavu algebre, polinom $P(\underline{z})$ se može zapisati i kao:

$$P(\underline{z}) = \underline{z}^M + a_M \underline{z}^{M-1} + a_{M-1} \underline{z}^{M-2} + \dots + a_1. \tag{2.107}$$

Sledeći korak u ovako koncipiranoj proceduri je formiranje tzv. pomoćnih vektora $\underline{\mathbf{H}}_k$:

$$\begin{aligned}
\underline{\mathbf{H}}_1 &= (a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{M-1} \ a_M \ 1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0)_{1 \times m}, \\
\underline{\mathbf{H}}_2 &= (0 \ a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{M-1} \ a_M \ 1 \ 0 \ \dots \ 0)_{1 \times m}, \\
&\vdots \\
\underline{\mathbf{H}}_{m-M} &= (0 \ 0 \ \dots \ a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{M-1} \ a_M \ 1)_{1 \times m}.
\end{aligned} \tag{2.108}$$

Množenjem sistema definisanog u (2.104) vektorom $\underline{\mathbf{H}}_k$:

$$\underline{\mathbf{H}}_k \cdot \underline{\mathbf{Z}} \cdot \underline{\mathbf{B}} = \underline{\mathbf{H}}_k \cdot \underline{\mathbf{V}}, \tag{2.109}$$

za $k=1,2,\dots,m-M$ se dobija:

$$\underline{\mathbf{H}}_1 \cdot \underline{\mathbf{Z}} = (a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{M-1} \ a_M \ 1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \underline{z}_1 & \underline{z}_2 & \dots & \underline{z}_M \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \underline{z}_1^{m-1} & \underline{z}_2^{m-1} & \dots & \underline{z}_M^{m-1} \end{pmatrix} = (h_{11} \ h_{12} \ \dots \ h_{1M}), \tag{2.110}$$

pri čemu važi sledeće:

$$\begin{aligned}
h_{11} &= \underline{z}_1^M + a_M \underline{z}_1^{M-1} + \dots + a_1 = P(\underline{z}_1) = 0, \\
h_{12} &= \underline{z}_2^M + a_M \underline{z}_2^{M-1} + \dots + a_1 = P(\underline{z}_2) = 0, \\
&\vdots \\
h_{1M} &= \underline{z}_M^M + a_M \underline{z}_M^{M-1} + \dots + a_1 = P(\underline{z}_M) = 0.
\end{aligned} \tag{2.111}$$

Ponavljajući istu proceduru i za ostale vektore \mathbf{H}_k za poslednji vektor \mathbf{H}_{m-M} se dobija:

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}_{m-M} \cdot \underline{\mathbf{Z}} &= (0 \ 0 \ \dots \ a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{M-1} \ a_M \ 1) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \underline{z}_1 & \underline{z}_2 & \dots & \underline{z}_M \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \underline{z}_1^{m-1} & \underline{z}_2^{m-1} & \dots & \underline{z}_M^{m-1} \end{pmatrix} = \\
&= (h_{(m-M)1} \ h_{(m-M)2} \ \dots \ h_{(m-M)M}),
\end{aligned} \tag{2.112}$$

gde važi sledeće:

$$\begin{aligned}
h_{(m-M)1} &= \underline{z}_1^{m-1} + a_M \underline{z}_1^{m-2} + \dots + a_1 \underline{z}_1^{m-1-M} = \underline{z}_1^{m-1-M} P(\underline{z}_1) = 0, \\
h_{(m-M)2} &= \underline{z}_2^{m-1} + a_M \underline{z}_2^{m-2} + \dots + a_1 \underline{z}_2^{m-1-M} = \underline{z}_2^{m-1-M} P(\underline{z}_2) = 0, \\
&\vdots \\
h_{(m-M)M} &= \underline{z}_M^{m-1} + a_M \underline{z}_M^{m-2} + \dots + a_1 \underline{z}_M^{m-1-M} = \underline{z}_M^{m-1-M} P(\underline{z}_M) = 0.
\end{aligned} \tag{2.113}$$

Sledi da za $k = 1, 2, \dots, m-M$ važi:

$$\mathbf{H}_k \cdot \underline{\mathbf{Z}} = \mathbf{0}, \tag{2.114}$$

odnosno:

$$\mathbf{H}_k \cdot \underline{\mathbf{Z}} \cdot \underline{\mathbf{B}} = \mathbf{0}, \tag{2.115}$$

odakle sledi da je:

$$\mathbf{H}_k \cdot \underline{\mathbf{V}} = \mathbf{0}, \quad k = 1, 2, \dots, m-M, \tag{2.116}$$

gde je $\mathbf{0} = (0 \ 0 \ \dots \ 0)$ nula vektor.

Na ovaj način je formiran preodređen sistem linearnih jednačina sa nepoznatim a_M, a_{M-1}, \dots, a_1 :

$$\begin{aligned}
a_1 v[1] + a_2 v[2] + \dots + a_M v[M] + v[M+1] &= 0, \\
a_1 v[2] + a_2 v[3] + \dots + a_M v[M+1] + v[M+2] &= 0, \\
&\vdots \\
a_1 [m-M] + a_2 [m-M+1] + \dots + a_M v[m-1] + v[m] &= 0,
\end{aligned} \tag{2.117}$$

koji se može rešiti metodom najmanjih kvadrata. Rešavanjem sistema (2.114) određeni su koeficijenti polinoma (2.107) a_M, a_{M-1}, \dots, a_1 .

Sledeći korak u realizaciji algoritma za estimaciju koji je baziran na primeni Pronijevе metode odnosi se na pronalaženje korena polinoma (2.107) $\underline{z}_1, \underline{z}_2, \dots, \underline{z}_M$, nakon

čega se sistem (2.103) rešava metodom najmanjih kvadrata i određuju nepoznate $\underline{B}_1, \underline{B}_2, \dots, \underline{B}_M$. Kao rezultat dobijaju se vrednosti parametara $\{D_i, \alpha_i\}$, $i=1, 2, \dots, M_1$, $\{V_k, \beta_k, \omega_k, \varphi_k\}$, $k=1, 2, \dots, M_2$, čime su u potpunosti određene sve nepoznate pretpostavljenog matematičkog modela signala koji je predmet estimacije (procesiranja). Za razliku od DFT, primenom Pronijeve metode moguće je izvršiti estimaciju parametara signala oblika (2.97). Uz to treba istaći da postoji dosta potencijalno prisutnih problema pri implementaciji same metode u algoritmima na osnovu kojih se ostvaruje funkcija numeričkih releja:

- ova metoda je numerički veoma zahtevna (traži dosta procesorskog vremena za realizaciju) zbog potrebe da se izvrši inverzija dve matrice velikog reda, od kojih je jedna nad poljem kompleksnih brojeva,
- potrebno je odrediti korene polinoma velikog reda,
- osetljiva je na odstupanje stvarnog signala od pretpostavljenog matematičkog modela,
- veoma je osetljiva na prisustvo šuma u procesiranom signalu,
- pojavljuju se problemi sa numeričkom stabilnošću rešenja.

Iz ovih pobrojanih razloga, Pronijeva metoda nije našla tako široku praktičnu primenu kao DFT u algoritmima koji su implementirani u numeričke releje, a u skladu sa tim postoji i mali broj publikovanih radova na tu temu. I pored navedenih nedostataka, Pronijeva metoda je ipak u stanju da ponudi osnovu za značajno unapređenje estimacionih algoritma koji se mogu primeniti za zaštitu u EES - u. U ovoj disertaciji će se u skladu sa ovom pretpostavkom predložiti dve potpuno nove grupe algoritama baziranih na primeni Pronijeve metode:

- algoritmi za estimaciju fazora osnovnog harmonika tokom kratkog spoja u EES - u,
- algoritmi za estimaciju frekvencije tokom ustaljenog stanja u EES - u.

2.6. Njutn - Rapsonova metoda za rešavanje sistema nelinearnih jednačina

Njutn - Rapsonova metoda u suštini predstavlja n - dimenzionu generalizaciju Njutnove metode za rešavanje nelinearnih jednačina sa jednom nepoznatom [55, 56, 57]. Radi preglednosti prvo će biti analizirana primena Njutnove metode na funkciji jedne promenljive, a zatim izvršeno njeno uopštenje u slučaju sistema nelinearnih jednačina.

Posmatrajmo nelinearnu diferencijabilnu funkciju $f(x): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sa jednom promenljivom x . Neka je $x^{(0)}$ početna procena rešenja jednačine $f(x) = 0$. Funkcija $f(x)$ može se u okolini tačke $x^{(0)}$ razviti u Tejlorov red. Zadržavanjem samo prva dva člana u razvoju, dobija se jednačina oblika:

$$f(x) \approx f(x^{(0)}) + f'(x^{(0)})(x - x^{(0)}) = 0, \quad (2.118)$$

čije je rešenje:

$$x^{(1)} = x^{(0)} - \frac{f(x^{(0)})}{f'(x^{(0)})} = x^{(0)} - \Delta x^{(1)}. \quad (2.119)$$

Metoda je iterativna i kao početnu vrednost za nepoznatu koristi $x^{(0)}$, a zatim se u svakoj narednoj iteraciji vrši njeno ažuriranje. U opštem slučaju, prelaz sa jedne na drugu iteraciju je određen sa:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \frac{f(x^{(k)})}{f'(x^{(k)})} = x^{(k)} - \Delta x^{(k+1)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.120)$$

Od izuzetnog značaja je dobra procena početnog pogađanja, jer to smanjuje broj potrebnih iteracija. U suprotnom, može doći do divergencije rešenja.

U opštem slučaju posmatra se n nelinearnih diferencijabilnih funkcija $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n): \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$, $i = 1, 2, \dots, n$, sa n promenljivih x_1, x_2, \dots, x_n :

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0, \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0, \\ &\vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0. \end{aligned} \quad (2.121)$$

Sistem (2.121) se može kompaktno zapisati u formi:

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}) = \mathbf{0}, \quad (2.122)$$

pri čemu je: $\mathbf{F}(\mathbf{X}) = (f_1(\mathbf{X}) \quad f_2(\mathbf{X}) \quad \dots \quad f_n(\mathbf{X}))^T$, $\mathbf{X} = (x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n)^T$ je n -dimenzioni vektor nepoznatih a $\mathbf{0} = (0 \quad 0 \quad \dots \quad 0)^T$ je n -dimenzioni nula vektor. Po analogiji sa procedurom koja se koristi pri rešavanju nelinearne jednačine sa jednom nepoznatom, $\mathbf{X}^{(0)} = (x_1^{(0)} \quad x_2^{(0)} \quad \dots \quad x_n^{(0)})^T$ je početna procena rešenja sistema jednačina (2.121). Funkcije $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $i = 1, 2, \dots, n$, se mogu razviti u Tejlorov red u okolini tačaka $(x_1^{(0)} \quad x_2^{(0)} \quad \dots \quad x_n^{(0)})$. Ako se zadrže samo linearni članovi u razvoju, dobija se:

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &\approx f_1(x_1^{(0)} \quad x_2^{(0)} \quad \dots \quad x_n^{(0)}) + \sum_{i=1}^n (x_i - x_i^{(0)}) \frac{\partial f_1}{\partial x_i} \Big|_{(x_1^{(0)} \quad x_2^{(0)} \quad \dots \quad x_n^{(0)})} = 0, \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &\approx f_2(x_1^{(0)} \quad x_2^{(0)} \quad \dots \quad x_n^{(0)}) + \sum_{i=1}^n (x_i - x_i^{(0)}) \frac{\partial f_2}{\partial x_i} \Big|_{(x_1^{(0)} \quad x_2^{(0)} \quad \dots \quad x_n^{(0)})} = 0, \\ &\vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &\approx f_n(x_1^{(0)} \quad x_2^{(0)} \quad \dots \quad x_n^{(0)}) + \sum_{i=1}^n (x_i - x_i^{(0)}) \frac{\partial f_n}{\partial x_i} \Big|_{(x_1^{(0)} \quad x_2^{(0)} \quad \dots \quad x_n^{(0)})} = 0. \end{aligned} \quad (2.123)$$

Ovako definisan sistem može se kompaktno zapisati kao:

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}) \approx \mathbf{F}(\mathbf{X}^{(0)}) + \mathbf{J}^{(0)} \cdot (\mathbf{X} - \mathbf{X}^{(0)}) = \mathbf{0}, \quad (2.124)$$

gde je \mathbf{J} Jakobijan sistema (2.123):

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1(\mathbf{X})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(\mathbf{X})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1(\mathbf{X})}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(\mathbf{X})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(\mathbf{X})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2(\mathbf{X})}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(\mathbf{X})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(\mathbf{X})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n(\mathbf{X})}{\partial x_n} \end{pmatrix}. \quad (2.125)$$

Rešenje jednačine (2.124) je oblika:

$$\mathbf{X}^{(1)} = \mathbf{X}^{(0)} - (\mathbf{J}^{(0)})^{-1} \cdot \mathbf{F}(\mathbf{X}^{(0)}), \quad (2.126)$$

pri čemu je $\mathbf{J}^{(0)} = \mathbf{J}(\mathbf{X}^{(0)})$. U opštem slučaju, prelaz sa jedne na drugu iteraciju u procesu realizacije ovako koncipiranog algoritma je opisan sledećom funkcionalnom vezom:

$$\mathbf{X}^{(k+1)} = \mathbf{X}^{(k)} - (\mathbf{J}^{(k)})^{-1} \cdot \mathbf{F}(\mathbf{X}^{(k)}), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.127)$$

pri čemu je $\mathbf{J}^{(k)} = \mathbf{J}(\mathbf{X}^{(k)})$. Na osnovu gore navedenih funkcionalnih zavisnosti, mogu se definisati sledeći koraci u Njutn - Rapsonovom algoritmu:

1. postavljanje brojača iteracija na nulu $k = 0$ i definisanje vektora početnog pogađanja $\mathbf{X}^{(0)}$,
2. izračunavanje Jakobijana $\mathbf{J}^{(k)} = \mathbf{J}(\mathbf{X}^{(k)})$,
3. korekcija rešenja na osnovu (2.127),
4. provera ispunjenosti kriterijuma konvergencije $|\mathbf{X}^{(k+1)} - \mathbf{X}^{(k)}| < \varepsilon$, gde je ε unapred utvrđen prag konvergencije,
5. u slučaju da kriterijum konvergencije nije zadovoljen vrši se inkrementiranje (ažuriranje) brojača $k + 1 \rightarrow k$.

Njutn - Rapsonova metoda se može takođe upotrebiti i za estimaciju frekvencije tokom ustaljenog stanja kao i tokom kratkog spoja u EES - u. Tačnost estimacije zavisi od izabranog matematičkog modela signala koji je predmet procesiranja. Pretpostavimo da je talasni oblik signala napona čiju frekvenciju treba izmeriti opisan relacijom:

$$v_p(t) = \sum_{k=1}^M V_k \sin(k\omega_0 t + \varphi_k), \quad (2.128)$$

pri čemu je $v_p(t)$ - trenutna vrednost napona u trenutku t ; V_k, φ_k su redom amplituda i fazni ugao k -tog harmonika naponskog signala; ω_0 je nepoznata kružna frekvencija osnovnog harmonika; M je red najvišeg harmonika u pretpostavljenom obliku procesiranog signala (red modela signala). Ne umanjujući opštost izlaganja, neka su odbirci stvarnog signala $v(t_1), v(t_2), \dots, v(t_m)$, uzeti u vremenskim trenucima $t_1 = T_s, t_2 = 2T_s, \dots, t_m = mT_s$, gde je T_s perioda odabiranja. Da bi se izračunali nepoznati parametri procesiranog

naponskog signala potrebno je rešiti preodređen sistem od m nelinearnih jednačina ($m > 2M + 1$):

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^M V_{sk} \sin k\omega_0 T_S + \sum_{k=1}^M V_{ck} \cos k\omega_0 T_S - v(T_S) &= f_1(V_{c1}, V_{s1}, V_{c2}, V_{s2}, \dots, \omega_0) = 0, \\ \sum_{k=1}^M V_{sk} \sin k\omega_0 2T_S + \sum_{k=1}^M V_{ck} \cos k\omega_0 2T_S - v(2T_S) &= f_2(V_{c1}, V_{s1}, V_{c2}, V_{s2}, \dots, \omega_0) = 0, \\ &\vdots \\ \sum_{k=1}^M V_{sk} \sin k\omega_0 mT_S + \sum_{k=1}^M V_{ck} \cos k\omega_0 (m-1)T_S - v(mT_S) &= f_m(V_{c1}, V_{s1}, V_{c2}, V_{s2}, \dots, \omega_0) = 0, \end{aligned} \quad (2.129)$$

gde su $V_{sk} = V_k \sin \varphi_k$ i $V_{ck} = V_k \cos \varphi_k$ sinusna i kosinusna komponenta k -tog harmonika. Nakon linearizacije, ovako definisan preodređen sistem nelinearnih jednačina postaje preodređen sistem linearnih jednačina. U prvoj iteraciji, koristeći (2.124), sistem (2.129) postaje:

$$\begin{aligned} f_1(V_{s1}^{(0)}, V_{c1}^{(0)}, V_{s2}^{(0)}, V_{c2}^{(0)}, \dots, \omega_0^{(0)}) + \sum_{k=1}^M (V_{sk} - V_{sk}^{(0)}) \sin k\omega_0 T_S + \sum_{k=1}^M (V_{ck} - V_{ck}^{(0)}) \cos k\omega_0 T_S \\ + T \left(\sum_{k=1}^M k (V_{sk} \cos k\omega_0 T_S - V_{ck} \sin k\omega_0 T_S) \right) (\omega_0 - \omega_0^{(0)}) = 0, \\ f_2(V_{s1}^{(0)}, V_{c1}^{(0)}, V_{s2}^{(0)}, V_{c2}^{(0)}, \dots, \omega_0^{(0)}) + \sum_{k=1}^M (V_{sk} - V_{sk}^{(0)}) \sin k\omega_0 T_S + \sum_{k=1}^M (V_{ck} - V_{ck}^{(0)}) \cos k\omega_0 T_S \\ + 2T \left(\sum_{k=1}^M k (V_{sk} \cos k\omega_0 T_S - V_{ck} \sin k\omega_0 T_S) \right) (\omega_0 - \omega_0^{(0)}) = 0, \\ \vdots \\ f_m(V_{s1}^{(0)}, V_{c1}^{(0)}, V_{s2}^{(0)}, V_{c2}^{(0)}, \dots, \omega_0^{(0)}) + \sum_{k=1}^M (V_{sk} - V_{sk}^{(0)}) \sin k\omega_0 T_S + \sum_{k=1}^M (V_{ck} - V_{ck}^{(0)}) \cos k\omega_0 T_S \\ + mT \left(\sum_{k=1}^M k (V_{sk} \cos k\omega_0 T_S - V_{ck} \sin k\omega_0 T_S) \right) (\omega_0 - \omega_0^{(0)}) = 0. \end{aligned} \quad (2.130)$$

Vektor $\mathbf{X} = (V_{c1} \ V_{s1} \ V_{c2} \ V_{s2} \ \dots \ \omega_0)^T$ nepoznatih u sistemu (2.130) je reda $2M + 1$. Sistem (2.130) može se sažeto zapisati u matičnom obliku:

$$-\mathbf{J}^{(0)} (\mathbf{X} - \mathbf{X}^{(0)}) = \mathbf{F}(\mathbf{X}^{(0)}), \quad (2.131)$$

gde je $\mathbf{J}^{(0)} = \mathbf{J}(\mathbf{X}^{(0)})$ Jakobijan sistema (2.130) reda je $(2M + 1) \cdot m$ i

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}^{(0)}) = \begin{pmatrix} f_1(V_{s1}^{(0)}, V_{c1}^{(0)}, V_{s2}^{(0)}, V_{c2}^{(0)}, \dots, \omega_0^{(0)}) \\ f_2(V_{s1}^{(0)}, V_{c1}^{(0)}, V_{s2}^{(0)}, V_{c2}^{(0)}, \dots, \omega_0^{(0)}) \\ \vdots \\ f_m(V_{s1}^{(0)}, V_{c1}^{(0)}, V_{s2}^{(0)}, V_{c2}^{(0)}, \dots, \omega_0^{(0)}) \end{pmatrix}. \quad (2.132)$$

Sistem (2.130), odnosno (2.131), se rešava metodom najmanjih kvadrata:

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}^{(0)} - \left((\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \right)^{(0)} \cdot \mathbf{J}^T \cdot \mathbf{F}(\mathbf{X}^{(0)}), \quad (2.133)$$

pri čemu je prelaz sa jedne na drugu iteraciju definisan sledećom funkcionalnom relacijom:

$$\mathbf{X}^{(k+1)} = \mathbf{X}^{(k)} - \left((\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \right)^{(k)} \mathbf{J}^T \mathbf{F}(\mathbf{X}^{(k)}), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.134)$$

Da bi iterativni postupak mogao da se startuje, potrebno je izabrati početnu procenu nepoznatih, odnosno vektor $\mathbf{X}^{(0)}$, za šta se može koristiti metoda najmanjih kvadrata. Poznato je da je frekvencija najstabilniji parametar u EES - u i da vrlo malo odstupa od nazivne vrednosti. Iz ovog razloga se za početnu vrednost kružne frekvencije u iterativnoj proceduri može uzeti upravo nazivna vrednost kružne frekvencije $\omega_0 = \omega_n$. Ostali elementi vektora nepoznatih određuju se DFT metodom:

$$\begin{aligned} V_{ck}^{(0)} &= \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N v(kT) \cos(k \cdot i \cdot \omega^{(0)} T_s), \\ V_{sk}^{(0)} &= \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N v(kT) \sin(k \cdot i \cdot \omega^{(0)} T_s), \end{aligned} \quad k = 1, 2, \dots, M, \quad (2.135)$$

gde je N broj odbiraka koji „staje“ u pretpostavljenu periodu procesiranog signala. U situaciji kada dolazi do većeg odstupanja frekvencije od nazivne, za početnu procenu frekvencije, odnosno broja odbiraka koji su obuhvaćeni periodom procesiranog signala, može se iskoristiti metoda prolaska kroz nulu (*zero - crossing*). Kako je proces estimacije parametara signala kontinualan, najbolje je u novom koraku proračuna iskoristiti izračunate vrednosti iz prethodnog koraka.

Potencijalni problem u primeni Njutn - Rapsonove metode je i inverzija matrice $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$ u svakom od koraka algoritma [10]. Ovo svakako utiče na brzinu izvršavanja algoritma i izbor procesora na kome se vrši implementacija opisane procedure.

U razvoju algoritama koji su predmet doktorske disertacije biće iskorišćene neke od dobro poznatih matematičkih jednakosti. Zbir prvih n članova geometrijskog reda $e^{ix} + e^{i2x} + \dots + e^{inx}$ je:

$$e^{ix} + e^{i2x} + \dots + e^{inx} = e^{ix} \frac{e^{inx} - 1}{e^{ix} - 1}. \quad (2.136)$$

Diferenciranjem leve i desne strane ove jednakosti dobija se:

$$\left(e^{ix} + e^{i2x} + \dots + e^{inx} \right)' = \left(e^{ix} \frac{e^{inx} - 1}{e^{ix} - 1} \right)', \quad (2.137)$$

odnosno:

$$e^{ix} + 2e^{i2x} + \dots + ne^{inx} = \frac{ne^{i(n+2)x} - (n+1)e^{i(n+1)x} + e^{ix}}{(e^{ix} - 1)^2}. \quad (2.138)$$

Za $x = k \frac{2\pi}{n}$, $0 < k < n$, važi $e^{inx} = 1$ i $e^{ix} \neq 1$, pa jednakosti (2.136) i (2.138)

postaju:

$$e^{ix} + e^{i2x} + \dots + e^{inx} = 0 \quad (2.139)$$

$$\begin{aligned}
e^{ix} + 2e^{i2x} + \dots + ne^{inx} &= \frac{ne^{i2x} - (n+1)e^{ix} + e^{ix}}{(e^{ix} - 1)^2} = n \frac{e^{ix}}{e^{ix} - 1} = \\
&= n \frac{e^{\frac{i}{2}x}}{e^{\frac{i}{2}x} - e^{-\frac{i}{2}x}} = \frac{n}{2} - i \frac{n}{2} \operatorname{ctg} \frac{x}{2}.
\end{aligned}
\tag{2.140}$$

Iz jednakosti (2.139) sledi da je:

$$\begin{aligned}
\cos x + \cos 2x + \dots + \cos nx &= 0, \\
\sin x + \sin 2x + \dots + \sin nx &= 0.
\end{aligned}
\tag{2.141}$$

Koristeći poznate trigonometrijske identitete:

$$\begin{aligned}
\cos^2 x &= \frac{1 + \cos 2x}{2}, \\
\sin^2 x &= \frac{1 - \cos 2x}{2},
\end{aligned}
\tag{2.142}$$

kao i:

$$\begin{aligned}
\sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha, \\
\cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta,
\end{aligned}
\tag{2.143}$$

iz jednakosti (2.141) i (2.142) sledi da je:

$$\begin{aligned}
\cos^2 x + \cos^2 2x + \dots + \cos^2 nx &= \frac{n}{2}, \\
\sin^2 x + \sin^2 2x + \dots + \sin^2 nx &= \frac{n}{2}.
\end{aligned}
\tag{2.144}$$

odnosno iz jednakosti (2.141) i (2.143) sledi da je:

$$\sum_{n=0}^{N-1} \sin\left(\frac{2\pi}{N}nl + \varphi\right) = \begin{cases} 0, & l \neq 0, \\ N \sin \varphi, & l = 0, \end{cases}
\tag{2.145}$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} \cos\left(\frac{2\pi}{N}nl + \varphi\right) = \begin{cases} 0, & l \neq 0 \\ N \cos \varphi, & l = 0, \end{cases}
\tag{2.146}$$

Iz jednakosti (2.140) sledi da je:

$$\begin{aligned}
\cos x + 2 \cos 2x + \dots + n \cos nx &= \frac{n}{2}, \\
\sin x + 2 \sin 2x + \dots + n \sin nx &= -\frac{n}{2} \operatorname{ctg} \frac{x}{2}.
\end{aligned}
\tag{2.147}$$

Koristeći jednakost $1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ i (2.140) dobija se:

$$\begin{aligned}\cos^2 x + 2 \cos^2 2x + \dots + n \cos^2 nx &= \frac{n(n+2)}{4}, \\ \sin^2 x + 2 \sin^2 2x + \dots + n \sin^2 nx &= \frac{n^2}{4}.\end{aligned}\quad (2.148)$$

Diferenciranjem leve i desne strane jednakosti (2.140) sledi da je:

$$\begin{aligned}e^{ix} + 2^2 e^{i2x} + \dots + n^2 e^{inx} &= \\ = \frac{(n(n+2)e^{i(n+2)x} - (n+1)^2 e^{i(n+1)x} + e^{ix})(e^{ix} - 1) - 2e^{ix}(ne^{i(n+2)x} - (n+1)e^{i(n+1)x} + e^{ix})}{(e^{ix} - 1)^3}.\end{aligned}\quad (2.149)$$

Za $x = k \frac{2\pi}{n}$, $0 < k < n$, važi $e^{inx} = 1$ i $e^{ix} \neq 1$, pa (2.149) postaje:

$$\begin{aligned}e^{ix} + 2^2 e^{i2x} + \dots + n^2 e^{inx} &= \\ = \frac{(n(n+2)e^{i(n+2)x} - (n+1)^2 e^{i(n+1)x} + e^{ix})(e^{ix} - 1) - 2e^{ix}(ne^{i(n+2)x} - (n+1)e^{i(n+1)x} + e^{ix})}{(e^{ix} - 1)^3} &= (2.150) \\ = \frac{n(n+2)e^{i2x} - n(n+2)e^{ix} - 2ne^{i2x}}{(e^{ix} - 1)^2} = \frac{n^2 e^{ix} - n(n+2)}{-4 \sin^2 \frac{x}{2}}.\end{aligned}$$

odnosno:

$$\begin{aligned}\cos x + 2^2 \cos 2x + \dots + n^2 \cos nx &= \frac{n(n+1)}{2} + \frac{n}{2} \operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2}, \\ \sin x + 2^2 \sin 2x + \dots + n^2 \sin nx &= -\frac{n^2}{2} \operatorname{ctg} \frac{x}{2}.\end{aligned}\quad (2.151)$$

Koristeći jednakost $1+2^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ i (2.151) dobijaju se jednakosti:

$$\begin{aligned}\cos^2 x + 2^2 \cos^2 2x + \dots + n^2 \cos^2 nx &= \frac{n(n+1)(n+2)}{6} + \frac{n}{4} \operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2}, \\ \sin^2 x + 2^2 \sin^2 2x + \dots + n^2 \sin^2 nx &= \frac{n(n+1)(n-1)}{6} - \frac{n}{4} \operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2}.\end{aligned}\quad (2.152)$$

Iz jednakosti (2.139), za $m = \frac{n}{4}$ i $x = \frac{2\pi}{n}$, sledi da je:

$$\begin{aligned}\cos x + \cos 2x + \dots + \cos mx &= \frac{1}{2} \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{n} - 1 \right), \\ \sin x + \sin 2x + \dots + \sin mx &= \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{n} \right),\end{aligned}\quad (2.153)$$

$$\begin{aligned}\cos 2x + \cos 4x + \dots + \cos 2mx &= -1, \\ \sin 2x + \sin 4x + \dots + \sin 2mx &= \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{n}.\end{aligned}\tag{2.154}$$

Iz jednakosti (2.139), (2.142) i (2.154), za $m = \frac{n}{4}$ i $x = \frac{2\pi}{n}$, sledi da je:

$$\begin{aligned}\cos^2 x + \cos^2 2x + \dots + \cos^2 mx &= \frac{n-4}{8}, \\ \sin^2 x + \sin^2 2x + \dots + \sin^2 mx &= \frac{n}{4} - \frac{n-4}{8} = \frac{n+4}{8},\end{aligned}\tag{2.155}$$

Konačno, iz jednakosti (2.140), za $m = \frac{n}{4}$ i $x = \frac{2\pi}{n}$, dobija se:

$$\cos x + 2 \cos 2x + \dots + m \cos mx = \frac{n}{8} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{n} - \frac{1}{4} \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{n} - \frac{1}{4},\tag{2.156}$$

$$\sin x + 2 \sin 2x + \dots + m \sin mx = \frac{n}{8} + \frac{1}{4} \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{n} + \frac{1}{4}.\tag{2.157}$$

3. Algoritmi za estimaciju harmonika i noseće frekvencije energetskog signala

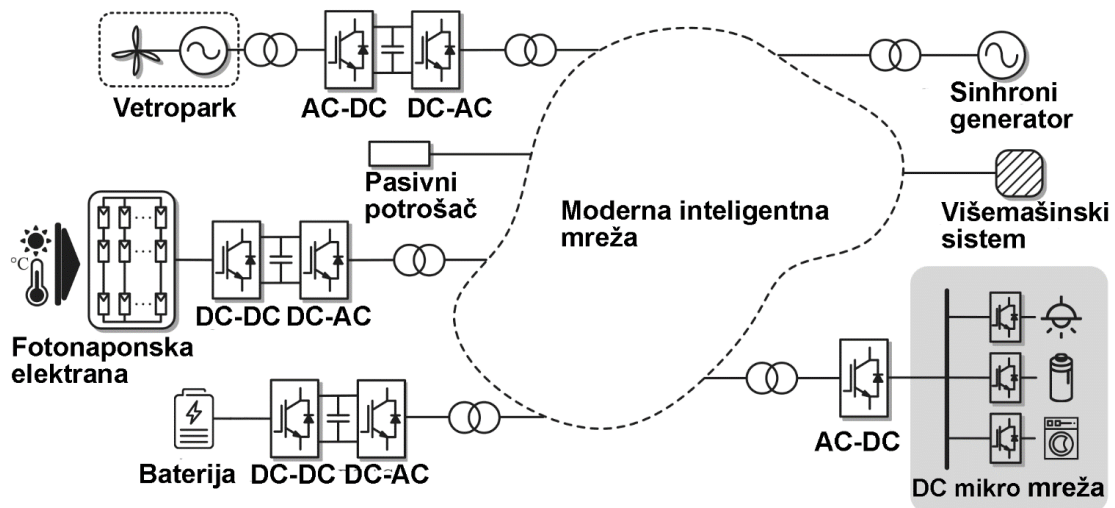
Sve šira upotreba savremenih kola energetske elektronike i sistema za digitalno/analogno procesiranje, generiše nova i često inicijalno nepoznata nelinearna opterećenja u elektroenergetskom sistemu (EES - u). Takva opterećenja sa svoje strane dovode do izobličenja talasnog oblika signala napona i struje. Iz tog razloga njihov analitički opis nije moguć samo u formi Furijeovog reda, već se u procesu obrade moraju uzeti u obzir i prisutan šumni signal, kao i prisutna dinamika fazorskih veličina. Viši harmonici su izvori mnogobrojnih problema u EES - u koji vrše značajan uticaj na efikasnost, pouzdanost i ekonomičnost rada mreže. Skin efekat, svojstven višim harmonicima, dovodi do povećanja podužne otpornosti a samim tim i Džulovih gubitaka u provodnicima. Gubici usled vrtložnih struja rastu sa kvadratom frekvencije, odnosno sa pojavom viših harmonika postaju značajni. Pored navedenog, generisane harmonijske komponente dovode do pregrevanja, otkaza prekidača i osigurača, prekida na kondenzatorima, prekomernih vrednosti struje neutralnog voda, netačnosti merenja, narušavanja funkcije zaštitnih releja, a i izazivaju smetnje u komunikacionim protokolima (sistemima). Poznavajući vrednosti amplituda i faza harmonijskih komponenti dolazimo u poziciju da izvršimo obračune energije, aktivne i reaktivne snage, pratimo tokove snaga i vršimo monitoring svih procesa u EES - u.

Dovoljno precizna estimacija amplituda i faza harmonika je presudna kako bi se eliminisali štetni efekti viših harmonijskih i interharmonijskih komponentata, a na taj način i izbegli neželjeni gubici i omogućilo isporučivanje električne energije propisanog kvaliteta. Kao i druge tehnologije u inženjerskim naukama, tako i dizajniranje novih algoritama za estimaciju parametara fazora u EES - u prati nekoliko metodoloških koraka od ideje do njihove realizacije u obliku koji može ponuditi zadovoljavajuće performanse u realnom okruženju. Iz tog razloga biće izvršeno prevođenje inicijalne ideje u oblast matematičke analize i modelovanja, a zatim će biti izrađena nova algoritamska struktura i njena simulacija i implementacija u adekvatnom programskom okruženju. U okviru ovog poglavlja disertacije simulaciona testiranja su bazirana na upotrebi standardom predviđenih oblika testnih signala kako bi se izvršila verifikacija postignutih rezultata. Predložene procedure, kako će se to i dokazati, u stanju su da otklone nedostatke i ograničenja koja su rezultat spektralnog curenja i alijas efekta (preklapanja) u procesiranju fazora napona i struje.

3.1. Uzroci varijacije noseće frekvencije u EES - u i značaj njene estimacije

Kako je to već i istaknuto u prethodnom tekstu disertacije, frekvencija je izuzetno važan parametar u EES - u, koji se koristi u različitim aplikacijama vezanim za upravljanje, zaštitu, merenje i nadzor (monitoring). Ona iako generalno poseduje visoku stabilnost, može malo da varira oko nazivne vrednosti usled trenutne neusklađenosti između proizvodnje i potrošnje u EES - u. Najčešći razlozi varijacije frekvencije su: isključenje i uključanje generatora ili potrošača, povećanje ili smanjenje potrošnje, varijabilna proizvodnja kao posledica priključenja obnovljivih izvora energije (OIE). Proizvodnja električne energije iz OIE je promenljiva i zavisi od nekontrolisanih meteoroloških faktora, te je iz tog razloga uglavnom nezavisna od stvarne potrošnje [58]. OIE se na EES

priključuju uz pomoć uređaja energetske elektronike, koji kao takvi u sistem unose različita nelinearna opterećenja, slika 3.1 [59].



Slika 3.1. Struktura savremenog EES - a.

Na globalnom nivou, ukupna instalirana snaga vetrogeneratora na kraju 2021. god iznosila je 837 GW [60], dok su fotonaponska postrojenja (PV - *Photovoltaic*), do kraja te iste godine dostigla ukupnu instaliranu snagu od 942 GW [61]. Ovo je jasan pokazatelj sve većeg značaja OIE, sa jasno izraženim stavom da njihov udeo u ukupnoj proizvodnji u budućem periodu postane još veći. Smanjenjem udela proizvodnje sinhronih generatora na račun nesinhronih proizvodnje iz OIE dovodi do smanjenja ukupne inercije u EES - u, a upravo je inercija sistema odgovorna za stabilan frekventni odziv (veća inercija sistema obezbeđuje manju osetljivost sistema na trenutnu neusklađenost proizvodnje i potrošnje). Zbog elektromehaničke sprege, obrtne mase generatora obezbeđuju kinetičku energiju mreži (ali je iz nje i uzimaju) u slučaju devijacije frekvencije. Frekvencija mreže je direktno povezana sa brzinom obrtanja rotora sinhronog generatora, a samim tim i sa balansom aktivnih snaga, varirajući u prihvatljivim granicama, što se u sistemu prati putem tzv. brzine promene frekvencije (ROCOF - *Rate of Change of Frequency*). Smanjenje inercije će povećati ROCOF kada je sistem izložen naglom poremećaju kao što je smanjenje ili povećanje potrošnje ili smanjenje ili povećanje proizvodnje. Sa nedovoljnom inercijom, promene frekvencije mogu biti prebrze uzrokujući nekontrolisane ispaide potrošača, generatora i interkonektora, što može dovesti do delimičnog ili potpunog raspada sistema [62, 63]. Jedno od najperspektivnijih rešenja za efikasnu regulaciju frekvencije u sistemima sa sniženom inercijom je brza regulacija frekvencije (FFC - *Fast Frequency Control*) koja je sporija od inercionog odziva a brža od primarne regulacije frekvencije [63]. Brza regulacija frekvencije se bazira na merenju frekvencije i brzine promene frekvencije na osnovu sinhronog merenja fazora.

Savremeni zaštitni sistemi, bazirani na multifunkcionalnim numeričkim relejima, zahtevaju preciznu i pouzdanu estimaciju frekvencije, jer se njena vrednost koristi za mnoge zaštitne i kontrolne funkcije, kao što su npr. funkcija nadfrekventne i podfrekventne zaštite generatora, funkcija zaštite od prepobude (fluksna prepobuda), podfrekventno rasterećenje sistema, itd. Funkcija nadfrekventne i podfrekventne zaštite generatora se bazira na estimaciji frekvencije kako bi se detektovao pad i porast frekvencije [52]. Funkcija zaštite od prepobude, kojom se štiti generator i transformator od visokih vrednosti fluksa, koje izazivaju zasićenje jezgra i posledično velike struje magnećenja, bazirana je na

preciznoj estimaciji amplitude napona i frekvencije (V/Hz zaštita) [64]. Podfrekventno rasterećenje sistema bazira se na estimaciji frekvencije [65].

3.1.1. Uticaj devijacije frekvencije na DFT algoritam

Pretpostavimo da je talasni oblik procesiranog signala napona, nakon analognog filtriranja, definisan na sledeći način:

$$v(t) = \sum_{k=1}^m V_k \cos(k\omega t + \varphi_k), \quad (3.1)$$

pri čemu je $v_p(t)$ trenutna vrednost napona u trenutku t ; V_k , φ_k su redom amplituda i fazni ugao k -tog harmonika signala, m je red najvišeg harmonika (red modela signala), ω je kružna učestanost procesiranog signala: $\omega = 2\pi/T$, a T je perioda signala. Ukoliko se ovakav signal podvrgne odabiranju sa periodom odabiranja T_s , formiraće se niz od N odbiraka tako da je količnik $N = T_p / T_s$ ceo broj, pri čemu je T_p pretpostavljena perioda. Tako formiran diskretni signal se može opisati sa:

$$v[n] = \sum_{k=1}^m V_k \cos\left(k \frac{2\pi}{T} T_s n + \varphi_k\right). \quad (3.2)$$

Primenom nerekurzivne DFT metode na signal (3.2), odnosno koristeći kosinusni filter, dobija se niz:

$$X_{RF}[k] = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v[n+k] \cos \frac{2\pi}{N} n, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (3.3)$$

$$X_{RF}[k] = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left(\sum_{i=1}^m V_i \cos\left(i \frac{2\pi}{T} T_s (n+k) + \varphi_i\right) \right) \cos \frac{2\pi}{N} n, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.4)$$

Sinusnim filtrom se formira niz odbiraka oblika:

$$X_{IF}[k] = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v[n+k] \sin \frac{2\pi}{N} n, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (3.5)$$

$$X_{IF}[k] = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left(\sum_{i=1}^m V_i \cos\left(i \frac{2\pi}{T} T_s (n+k) + \varphi_i\right) \right) \sin \frac{2\pi}{N} n, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.6)$$

Ako je frekvencija procesiranog signala jednaka pretpostavljenoj, primenom kosinusnog i sinusnog filtra (eliminacijom svih viših harmonijskih komponenti osim osnovnog harmonika) dobijaju se nizovi odbiraka koji pripadaju prostoperiodičnim funkcijama:

$$X_{RF}(k) = V_1 \cos\left(\frac{2\pi}{N} k + \varphi_1\right), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (3.7)$$

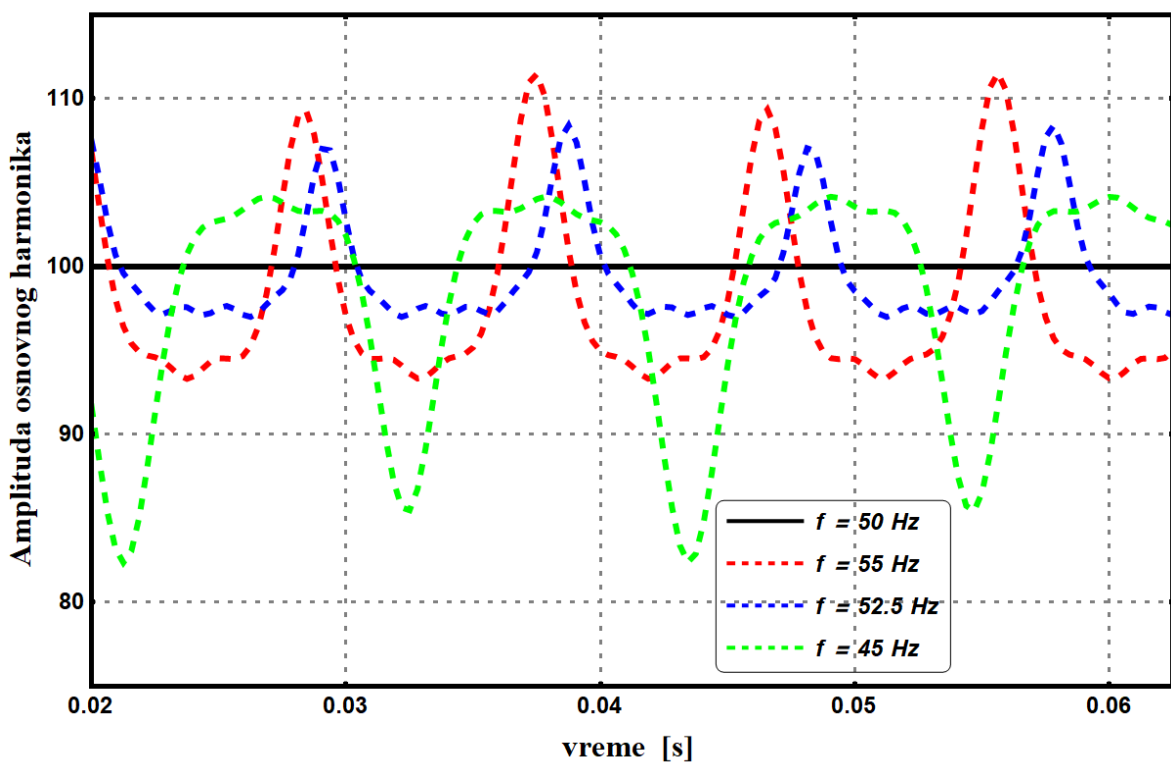
$$X_{IF}(k) = -V_1 \sin\left(\frac{2\pi}{N} k + \varphi_1\right), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.8)$$

Ako je frekvencija procesiranog signala različita od pretpostavljene $f \neq f_p$, primenom kosinusnog i sinusnog filtra dobijaju se nizovi odbiraka koji pripadaju složenoperiodičnim funkcijama čija je frekvencija f [40]. Ova neusklađenost dovodi do oscilovanja rezultata pri estimaciji fazora nerekurzivnom DFT metodom, i one rastu sa porastom odstupanja

frekvencije od pretpostavljene vrednosti. Radi ilustracije ovog efekta posmatraćemo signal napona oblika [40]:

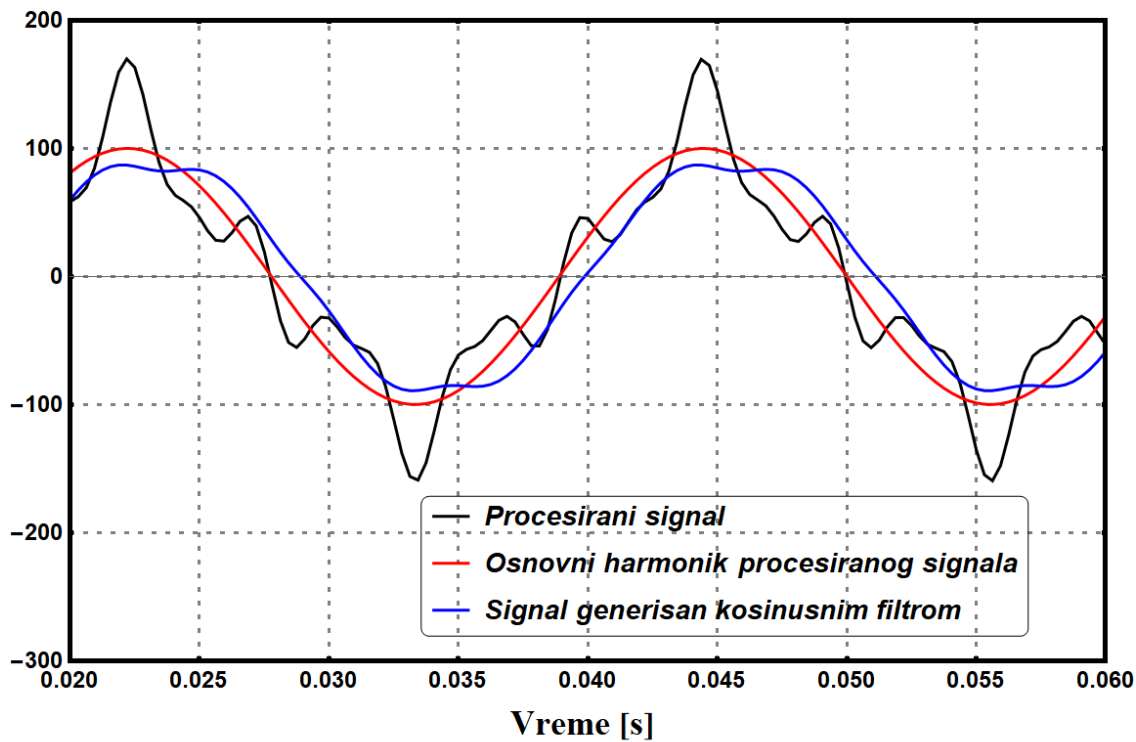
$$v(t) = 100 \cos \omega_1 t + 5 \cos 2\omega_1 t + 20 \cos 3\omega_1 t + 30 \cos 5\omega_1 t + 15 \cos 9\omega_1 t. \quad (3.9)$$

Uniformnim odabiranjem signala definisanog izrazom (3.9) sa $N = 64$ odbirka po periodu, i primenom nerekurzivne DFT metode, moguće je odrediti vrednost amplitude osnovnog harmonika. To ćemo uraditi za različite vrednosti frekvencije procesiranog signala: $f_1 = f$, $f_1 = 1,1f$, $f_1 = 1,05f$, i $f_1 = 0,9f$, pri čemu je $f = 50$ Hz pretpostavljena frekvencija sistema sa kojom je usklađena frekvencija odabiranja (u skladu sa teoremom odabiranja). Na slici 3.2 prikazani su rezultati tako sprovedene estimacije. Jasno se može uočiti da neusklađenost frekvencije odabiranja sa frekvencijom procesiranog signala dovodi do oscilovanja rezultata i da one rastu sa njenim povećanjem.

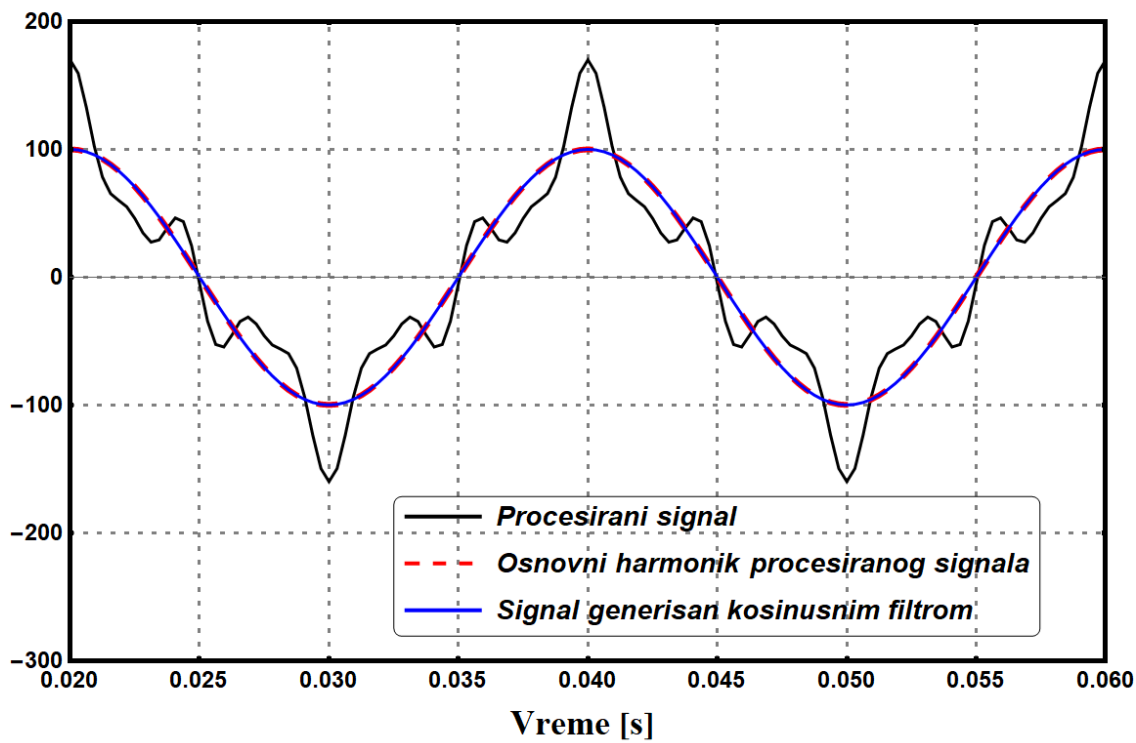


Slika 3.2. Estimirana amplituda osnovnog harmonika za različite frekvencije procesiranog signala, u slučaju da je frekvencija procesiranog signala $f_1 = 0,9f$.

Signal koji se pojavljuje na izlazu kosinusnog filtra je iste frekvencije kao procesirani signal, ali je znatno manje izobličen zbog potiskivanja viših harmonika (ne u potpunosti). Manja odstupanja frekvencije uslovljavaju i manje izobličenje u izlaznom signalu (slika 3.3), dok se u situaciji kada nema odstupanja frekvencije (slika 3.4), na izlazu se dobija prostoperiodičan signal (frekvencija odabiranja je usklađena sa pretpostavljenom frekvencijom sistema).



Slika 3.3. Procesirani signal, njegov osnovni harmonik i signal generisan kosinusnim filtrom pri neusklađenosti frekvencije, za slučaj da je $f_1 \neq f$.



Slika 3.4. Procesirani signal, njegov osnovni harmonik i signal generisan kosinusnim filtrom pri usklađenoj frekvenciji, za slučaj da je $f_1 = f$.

3.2. Modifikovani Njutn - Rapsonov algoritam za estimaciju amplituda, faza i frekvencije harmonijskih komponenti

Na ovom mestu, biće opisan i predložen novi algoritam za estimaciju amplitude, faze i noseće frekvencije harmonika baziran na modifikaciji dobro poznate Njutn - Rapsonove metode. Da bi se smanjila računaska složenost, razvijen je iterativni algoritma, uz korišćenjem nove formulacije matrice $\mathbf{J}^T \cdot \mathbf{J}$, izračunate u zatvorenom obliku, bez potrebe da se izračunava njena inverzna vrednost. Da bi se omogućila brža konvergencija, iskorišćena je jednostavna metoda za detekciju prolaska signala kroz nulu – ZC metoda (*zero - crossing*), kako bi se izvršila inicijalna estimacija vrednosti noseće frekvencije procesiranog signala.

Njutn - Rapsonova metoda je parametarska i njena tačnost zavisi od toga u kojoj meri se slažu pretpostavljeni model signala i sam procesirani signal. U radu [10] je prvi put prikazana mogućnost primene Njutn - Rapsonove metode u rešavanju problema estimacije frekvencije. Opisana procedura polazi od pretpostavke da se red modela procesiranog signala može sniziti uz pomoć analognog niskopropusnog filtra (kako bi se smanjio broj nepoznatih koje treba odrediti Njutn - Rapsonovom metodom), kojim se eliminišu sve harmonijske komponente signala reda većeg od M . Algoritam zahteva inverziju matrice Jakobijana sistema reda $2M + 3$, što svakako predstavlja veliki problem u praktičnoj implementaciji zbog vremena i broja računskih operacija koje se moraju izvršiti. Niskopropusnim filtrom moguće je iz procesiranog signala eliminisati sve harmonike, osim osnovnog. Međutim, ovo rešenje je neprihvatljivo iz razloga što neki od zaštitnih algoritama zahtevaju estimaciju i fazora višeg reda, pa se kod savremenih multifunkcionalnih releja koriste i analogni i digitalni filtri, kako bi se ekstrahovale sve neophodne harmonijske komponente.

Njutn - Rapsonova metoda se primenjuje na signal dobijen na izlazu kosinusnog ili sinusnog filtra - DFT filtriranje. Rezultati simulacije će pokazati da se primenom predložene metode mogu dobiti preciznija i robusnija merenja amplituda i početnih faza harmonika u odnosu na do sada dobro poznate i opisane procedure koje tretiraju isti problem. Pored toga, predložena procedura obezbeđuje bolju računsku efikasnosti u odnosu na standardne algoritme koji se koriste za rekonstrukciju procesiranih energetskih signala uz manju numeričku grešku.

Pretpostavimo da je procesirani energetski signal, noseće frekvencije f , ograničen na prvih M harmonijskih komponenti. Ovaj oblik kontinualnog signala, sa složenim harmonijskim sadržajem, može se predstaviti kao zbir Furijeovih komponenti na sledeći način:

$$x(t) = X_0 e^{-t/\tau} + \sum_{i=1}^M X_i \sin(i\omega t + \phi_i) + v(t), \quad (3.10)$$

gde je: X_0 amplituda OJK - te, τ je vremenska konstanta OJK - te, X_i je amplituda i - te harmonijske komponente, $\omega = 2\pi f$ kružna frekvencija izraženu u rad/s, ϕ_i je fazni ugao i - te harmonijske komponente izraženu u radijanima, M je broj harmonika procesiranog signala, $v(t)$ je signal šuma, a t je vremenski trenutak u kome se vrši posmatranje (merenje) izraženo u sekundama. Odabiranjem signala (3.10) dobija se vremenski diskretan signal $x[k]$:

$$x[k] = X_0 e^{-kT_s/\tau} + \sum_{i=1}^M X_i \sin(\theta_i k + \phi_i) + v[k]. \quad (3.11)$$

Na osnovu vektora odbiraka $\mathbf{X} = (x[1], x[2], \dots, x[2N])$, predloženim algoritmom estimiraju se vrednosti nepoznatih veličina $X_i, \phi_i, \theta_i = i\omega T_s \quad i = 1, 2, \dots, M$.

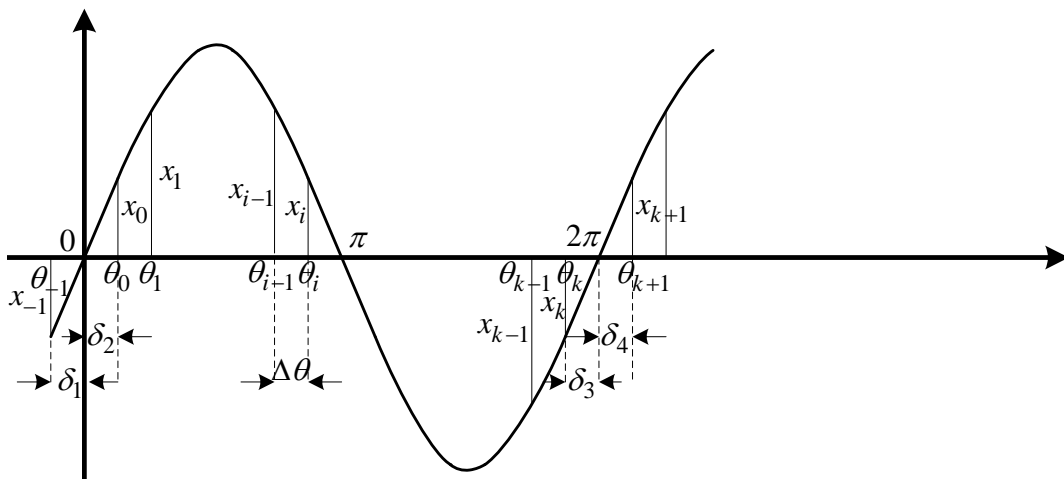
3.2.1. Inicijalna estimacija noseće frekvencije ZC metodom

Estimacija frekvencije složenoperiodičnog signala, kakav je i signal definisan sa (3.10), na osnovu konačnog broja ekvidistantnih odbiraka je izuzetno važan zadatak u savremenom EES - u, kako sa praktičnog tako i sa teorijskog aspekta. ZC metoda se široko primenjuje za estimaciju frekvencije zbog svoje jednostavnosti. Međutim, tačnost metode zavisi od: mogućnosti preciznog detektovanja prolaska signala kroz nulu, greške kvantizacije, prisustva viših harmonika, šuma, dinamike signala, itd. Ugaona razlika između bilo koje dve uzastopne diskretne tačke (slika 3.5), može se odrediti na sledeći način[66]:

$$\Delta\theta = \omega T_s = 2\pi f T_s, \quad (3.12)$$

gde je T_s perioda odabiranja. Pod pretpostavkom da raspolažemo sa k odbiraka u periodu procesiranog periodičnog signala, frekvencije takvog signala se može izmeriti na osnovu:

$$f = \frac{1}{kT_s}. \quad (3.13)$$



Slika 3.5. Ilustracija ZC tehnike.

Ako su x_0 i x_k prvi i poslednji odbirak u posmatranoj periodu, perioda procesiranog signala se na osnovu slike može odrediti kao:

$$T = kT_s + \delta_2 + \delta_3 = NT_s. \quad (3.14)$$

pri čemu $\delta_2 = \theta_0$ predstavlja ugaonu razliku između tačke u kojoj signal prolazi kroz nulu i prvog odbirka u posmatranoj periodu, a $\delta_3 = 2\pi - \theta_k$ predstavlja ugaonu razliku između tačke u kojoj signal prolazi kroz nulu i poslednjeg odbirka u posmatranoj periodu.

U praksi, frekvencija odabiranja (izabrana u skladu sa teoremom o odabiranju) nije ceo umnožak frekvencije procesiranog signala, što dovodi do činjenice da broj N , definisan relacijom (3.14), nije ceo broj. U oblasti prolaska kroz nulu, procesirani signal se može aproksimirati pravom linijom, što omogućava izračunavanje broja N pomoću sledećeg izraza:

$$N = k + \frac{\delta_2}{\Delta\theta} + \frac{\delta_3}{\Delta\theta} = k + \frac{\delta_2}{\delta_1 + \delta_2} + \frac{\delta_3}{\delta_3 + \delta_4}, \quad (3.15)$$

pri čemu δ_1 predstavlja ugaonu razliku između tačke u kojoj signal prolazi kroz nulu i poslednjeg odbirka u prethodnoj periodu, a δ_4 predstavlja ugaonu razliku između prvog odbirka u sledećoj periodu i tačke u kojoj signal prolazi kroz nulu.

Zbog odstupanja frekvencije od pretpostavljene, zbir $\delta_2 + \delta_3$ se može razlikovati od ugaone razlike između dva uzastopna odbirka $\Delta\theta$. Iz tog razloga, broj N , pomoću koga se određuje perioda T složenoperiodičnog signala, nije uvek ceo broj, što uslovljava nepreciznost algoritama za estimaciju parametara fazora. Koristeći sličnost trouglova, na osnovu slike 3.5, izraz (3.15) se može napisati u obliku:

$$N = k + \frac{|x_0|}{|x_0| + |x_{-1}|} + \frac{|x_k|}{|x_k| + |x_{k+1}|}. \quad (3.16)$$

Na osnovu (3.16), estimirana vrednost frekvencije ZC metodom se dobija pomoću:

$$f = \frac{1}{NT_s}. \quad (3.17)$$

Pod pretpostavkom da se procesira više od tri ciklusa složenoperiodičnog signala, broj k u jednačini (3.15) se definiše kao broj odbiraka između prvog i drugog maksimuma (maksimalne vrednosti) u okviru posmatranog skupa podataka. Shodno tome, moguće je odrediti prvu minimalnu vrednost u tako formiranoj bazi podataka, a zatim memorisati narednih $3k$ odbiraka za potrebe ZC metode. Dakle, moguće je odabrati centralni k -ti odbirak, koji se nalazi na mestu θ_{-1} , kao i $(2k+1)$ -i odbirak, koji se nalazi na mestu θ_{k+1} .

Konačno, na osnovu (3.16) može se odrediti N , odnosno pomoću (3.17) estimirana frekvencija procesiranog signala.

Na tačnost ovako koncipirane ZC metode utiče niz faktora kao što su: relativno velike amplitude viših harmonika, interharmonici, šum, itd. Iz tog razloga su u disertaciji predloženi novi algoritmi, koji naknadnu estimaciju frekvencije baziraju na signalima generisanim pomoću sinusnog, odnosno kosinusnog filtra. Dodatno, ovi algoritmi imaju mogućnost estimacije amplitude i početne faze osnovnog i viših harmonika.

3.2.2. Digitalno filtriranje i umanjenje uticaja prisutne opadajuće jednosmerne komponente na tačnost estimacije

U cilju povećanja tačnosti estimacije nepoznatih parametara, odbirci procesiranog signala se prvo filtriraju pomoću Furijeovog nerekurzivnog algoritma. Matematički model algoritma za digitalno filtriranje definisan je kao:

$$x_i^{(j)}(jT_s) = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x((k+j)T_s) \cos(ki\omega T), \quad j=1,2,\dots,N, \quad (3.18)$$

gde je $x_i^{(j)}(jT_s)$ j -ti filtrirani odbirak i -tog harmonika strujnog ili naponskog signala, $x((k+j)T_s)$ je odbirak procesiranog signala u trenutku $(k+j)T_s$, T_s je perioda odabiranja, a N je broj odbiraka u početno procenjenoj periodi. Filtriranjem se dobija vektor filtriranih odbiraka dužine N , na koji treba primeniti predloženi postupak za estimaciju parametara složenoperiodičnog signala.

Umanjenje uticaja OJK - te na tačnost predloženog algoritma vrši se na osnovu modifikovane procedure predložene u [67]. Sumiranjem N odbiraka signala (3.18), na intervalu približno jednakom jednoj periodi procesiranog signala, dobija se:

$$\sum_{k=1}^N x[k] \approx \sum_{k=1}^N X_0 e^{-kT_s/\tau} = Y_1, \quad (3.19)$$

$$\sum_{k=N+1}^{2N} x[k] \approx \sum_{k=N+1}^{2N} X_0 e^{-kT_s/\tau} = Y_2, \quad (3.20)$$

jer je suma drugog i trećeg člana u relaciji (3.10) približno jednaka nuli, zbog usrednjavanja na intervalu dužine jedne periode. Na osnovu izraza (3.19, 3.20) vremenska konstanta OJK - te se može estimirati kao:

$$\tau = T / \ln Y_1 / Y_2. \quad (3.21)$$

Koristeći Tejlorov razvoj eksponencijalne funkcije i zadržavajući samo prva dva člana u razvoju, suma oblika:

$$\sum_{k=1}^N e^{-kT_s/\tau}, \quad (3.22)$$

se može približno izračunati:

$$\sum_{k=1}^N e^{-kT_s/\tau} \approx \sum_{k=1}^N \left(1 + \frac{\ln \left(\frac{Y_2}{Y_1} \right)^k}{N} \right) = \left(N + \frac{N+1}{2} \ln \frac{Y_2}{Y_1} \right) = Y_3. \quad (3.23)$$

Na osnovu (3.19) i (3.23), amplituda OJK - te se izračunava pomoću:

$$X_0 = \frac{Y_1}{Y_3}. \quad (3.24)$$

Izrazima (3.21) i (3.24) potpuno je određena OJK procesiranog signala (3.10). Oduzimanjem od odbiraka procesiranog signala ovako estimiranog dela koji je posledica OJK - te, povećava se tačnost pri estimaciji parametara osnovnog i viših harmonika. Ukoliko OJK ima malu dinamiku, korekcija vrednosti odbiraka nije neophodna pre digitalnog filtriranja, pošto predloženi algoritam u tom slučaju održava visoku preciznost.

3.2.3. Struktura predložene estimacione procedure zasnovane na modifikaciji Njutn - Rapsonove metode – NR algoritam

Po svom konceptu, predloženi algoritam se može podvesti pod sinhronu metodu, jer je broj odbiraka procesiranog signala određen kao $N = T/T_s$, gde je T perioda procesiranog signala (N je celobrojni pozitivan broj). Svaka harmonijska komponenta u procesiranom signalu (3.10) (ako je signal generisan kosinusnim (3.3), odnosno sinusnim filtrom (3.5)), može se modelovati kao [56, 57]:

$$x_i(t) = A_i \cos(i\omega t) + B_i \sin(i\omega t), \quad i = 1, 2, \dots, M, \quad (3.25)$$

gde je $\omega = 2\pi/T$. Za svaki harmonik signala potrebno je rešiti preodređen sistem od N nelinearnih jednačina oblika:

$$\begin{aligned} A_i \cos(i\omega T_s) + B_i \sin(i\omega T_s) - x_i^{fil}(T_s) &= f_1(A_i, B_i, i\omega) = 0, \\ A_i \cos(2i\omega T_s) + B_i \sin(2i\omega T_s) - x_i^{fil}(2T_s) &= f_2(A_i, B_i, i\omega) = 0, \\ &\vdots \\ A_i \cos(Ni\omega T_s) + B_i \sin(Ni\omega T_s) - x_i^{fil}(NT_s) &= f_N(A_i, B_i, i\omega) = 0, \end{aligned} \quad (3.26)$$

gde je $x_i^{fil}(kT_s)$ k -ti filtrirani odbirak definisan sa (3.18). Vektor nepoznatih je:

$$\mathbf{X}_i = (A_i, B_i, i\omega)^T. \quad (3.27)$$

Jakobijan ovako defnisanog sistema jednačina (3.26) – poglavlje 2 disertacije, je oblika:

$$\mathbf{J}_i = \begin{pmatrix} \cos(i\omega T_s) & \sin(i\omega T_s) & T_s (B_i \cos(i\omega T_s) - A_i \sin(i\omega T_s)) \\ \cos(2i\omega T_s) & \sin(2i\omega T_s) & 2T_s (B_i \cos(2i\omega T_s) - A_i \sin(2i\omega T_s)) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos(Ni\omega T_s) & \sin(Ni\omega T_s) & NT_s (B_i \cos(Ni\omega T_s) - A_i \sin(Ni\omega T_s)) \end{pmatrix}. \quad (3.28)$$

Nakon linearizacije, preodređen sistem nelinearnih jednačina postaje preodređen sistem linearnih jednačina oblika:

$$[\mathbf{F}_i]^{(k)} = -[\mathbf{J}_i]^{(k)} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} A_i \\ B_i \\ i\omega \end{pmatrix}^{(k+1)} - \begin{pmatrix} A_i \\ B_i \\ i\omega \end{pmatrix}^{(k)} \end{pmatrix}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (3.29)$$

gde je:

$$[\mathbf{F}_i]^{(k)} = \mathbf{F}(\mathbf{X}_i) = \begin{pmatrix} f_1(A_i^{(k)}, B_i^{(k)}, i\omega^{(k)}) \\ f_2(A_i^{(k)}, B_i^{(k)}, i\omega^{(k)}) \\ \vdots \\ f_{N^{(k)}}(A_i^{(k)}, B_i^{(k)}, i\omega^{(k)}) \end{pmatrix}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.30)$$

U sistemu (3.29), inicijalnu estimaciju vektora nepoznatih moguće je izvršiti na dva načina. U prvom slučaju uzima se za početnu procenu frekvencije nazivna vrednost ($f_n = 50\text{Hz}$ ili $f_n = 60\text{Hz}$). Kako je usaglašena frekvencija odabiranja sa nazivnom frekvencijom, početan broj odbiraka koji staje u periodu signala se dobija pomoću $N^{(0)} = f_s/f_n$. U drugom slučaju se nepoznata početna procena frekvencije $f^{(0)}$ dobija ZC metodom, kada se početni broj odbiraka koji staje u periodu signala dobija tako što se $f_s/f^{(0)}$ zaokruži na ceo broj. Kada je određen inicijalni broj odbiraka, inicijalna procena kružne frekvencije se dobija pomoću $\omega^{(0)} = 2\pi/N^{(0)}T_s$.

Početna procena nepoznatih parametara $A_i^{(0)}, B_i^{(0)}$ dobija se DFT metodom:

$$\begin{aligned} A_i^{(0)} &= \frac{2}{N} \sum_{j=1}^{N^{(0)}} x_i^{(j)} \cos\left(i \cdot j \cdot \frac{2\pi}{N^{(0)}}\right), \\ B_i^{(0)} &= \frac{2}{N} \sum_{j=1}^{N^{(0)}} x_i^{(j)} \sin\left(i \cdot j \cdot \frac{2\pi}{N^{(0)}}\right). \end{aligned} \quad (3.31)$$

Izraz (3.31) definiše realni i imaginarni deo fazora koji je dobijen primenom DFT metode na filtrirane odbirke procesiranog signala. Preodređen sistem linearnih jednačina (3.29) rešava se metodom najmanjih kvadrata:

$$[\mathbf{J}_i^T \cdot \mathbf{F}_i]^{(k)} = -[\mathbf{J}_i^T \cdot \mathbf{J}_i]^{(k)} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} A_i \\ B_i \\ i\omega \end{pmatrix}^{(k+1)} - \begin{pmatrix} A_i \\ B_i \\ i\omega \end{pmatrix}^{(k)} \end{pmatrix}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.32)$$

Uočavajući specifičnosti matrica $[\mathbf{J}_i^T \cdot \mathbf{J}_i]^{(k)}$ i $[\mathbf{J}_i^T \cdot \mathbf{F}_i]^{(k)}$, one se mogu izračunati u jednostavnom zatvorenom obliku:

$$[\mathbf{J}_i^T \cdot \mathbf{J}_i]^{(k)} = \begin{pmatrix} a_i^{(k)} & 0 & b_i^{(k)} \\ 0 & a_i^{(k)} & c_i^{(k)} \\ b_i^{(k)} & c_i^{(k)} & d_i^{(k)} \end{pmatrix}, \quad (3.33)$$

gde je:

$$\begin{aligned} a_i^{(k)} &= \frac{N^{(k)}}{2}, \quad b_i^{(k)} = \frac{i \cdot T_s}{4} \left((N^{(k)} + 2) B_i^{(k)} + A_i^{(k)} \operatorname{ctg}(i \cdot x) \right), \\ c_i^{(k)} &= -\frac{i \cdot T_s}{4} \left(B_i^{(k)} \operatorname{ctg}(i \cdot x) + N^{(k)} A_i^{(k)} \right), \quad x = \frac{2\pi}{N^{(k)}}, \\ d_i^{(k)} &= \frac{(i \cdot T_s)^2}{N^{(k)}} \left(\left(A_i^{(k)} \right)^2 \left(\frac{(N^{(k)} + 1)(N^{(k)} - 1)}{6} - \frac{1}{4} \operatorname{ctg}^2(i \cdot x) \right) + \right. \\ &\quad \left. + \left(B_i^{(k)} \right)^2 \left(\frac{(N^{(k)} + 1)(N^{(k)} + 2)}{6} + \frac{1}{4} \operatorname{ctg}^2(i \cdot x) \right) + A_i^{(k)} B_i^{(k)} \frac{(N^{(k)})^2}{2} \operatorname{ctg}(i \cdot x) \right), \end{aligned} \quad (3.34)$$

gde je $N^{(k)}$ broj odbiraka koji odgovara k - tom koraku iteracije. Takođe važi i da je:

$$\left[\mathbf{J}_i^T \cdot \mathbf{F}_i \right]^{(k)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ W_i^{(k)} \end{pmatrix}, \quad (3.35)$$

gde je:

$$W_i^{(k)} = i \cdot T_S \left(\frac{A_i^{(k)} B_i^{(k)}}{2} - \frac{\left((B_i^{(k)})^2 - (A_i^{(k)})^2 \right)}{4} \operatorname{ctg} \left(i \cdot x^{(k)} \right) - \frac{B_i^{(k)} F_i^{(k)} - A_i^{(k)} G_i^{(k)}}{N^{(k)}} \right),$$

$$F_i^{(k)} = \sum_{j=1}^{N^{(k)}} j \cdot x_i^{j\pi} (j) \cdot \cos \left(i \cdot j \cdot \frac{2\pi}{N^{(k)}} \right), \quad (3.36)$$

$$G_i^{(k)} = \sum_{j=1}^{N^{(k)}} j \cdot x_i^{j\pi} (j) \cdot \sin \left(i \cdot j \cdot \frac{2\pi}{N^{(k)}} \right).$$

Pošto matrica $\left[\mathbf{J}_i^T \cdot \mathbf{F}_i \right]^{(k)}$ ima samo jedan nenulti element, da bi se uspostavio iterativni algoritam potrebno je izračunati samo vrednosti elementa treće kolone inverzne matrice formirane množenjem transponovane i originalne matrice Jakobijana sistema jednačina (3.26) – $(\mathbf{J}_i^T \mathbf{J}_i)^{(k)}$. Na ovaj način se dobija veoma efikasan iterativni algoritam koji ima povratnu spregu po broju odbiraka:

$$A_i^{(k+1)} = A_i^{(k)} + \frac{b_i^{(k)}}{a_i^{(k)} a_i^{(k)} - (b_i^{(k)})^2 - (c_i^{(k)})^2} \cdot W_i^{(k)}, \quad (3.37)$$

$$B_i^{(k+1)} = B_i^{(k)} + \frac{c_i^{(k)}}{a_i^{(k)} a_i^{(k)} - (b_i^{(k)})^2 - (c_i^{(k)})^2} \cdot W_i^{(k)}, \quad (3.38)$$

$$\omega^{(k+1)} = \omega^{(k)} - \frac{a_i^{(k)}}{a_i^{(k)} a_i^{(k)} - (b_i^{(k)})^2 - (c_i^{(k)})^2} \cdot W_i^{(k)}. \quad (3.39)$$

Novoformirana vrednost broja odbiraka $N^{(k+1)}$ se dobija tako što se $2\pi/T_S \omega^{(k+1)}$ zaokružuje na njemu najbliži ceo broj. U predloženom algoritmu, vrednost periode procesiranog signala praktično se koriguje u svakom koraku $T = T_S N^{(k+1)}$, čime se umanjuje moguća greška zbog pogrešnog odsecanja. Iterativni proces se zaustavlja u koraku kada je ispunjen uslov:

$$N^{(k+1)} = N^{(k)}. \quad (3.40)$$

Estimirani i - ti harmonik se definiše kao:

$$g_i^{(k^*)} (t) = X_i^{(k^*)} \cdot \cos \left(i \omega^{(k^*)} t + \phi_i^{(k^*)} \right), \quad (3.41)$$

gde je k^* vrednost brojača k za koji je ispunjen uslov (3.40). Amplituda i početna faza i - tog harmonika se dobijaju pomoću:

$$X_i^{(k^*)} = \sqrt{\left(A_i^{(k^*)}\right)^2 + \left(B_i^{(k^*)}\right)^2},$$

$$\phi_i^{(k^*)} = -\arctg \frac{B_i^{(k^*)}}{A_i^{(k^*)}}.$$
(3.42)

U predloženom algoritmu za estimaciju nepoznatih parametara procesiranog signala, iterativna šema se ne odnosi samo na Njutn - Rapsonovu metodu već na kombinaciju Njutn - Rapsonove metode i DFT metode. Algoritam ima kvadratnu stopu konvergencije [68]. U tradicionalnom Njutn - Rapsonovom algoritmu [10], inverzija matrice velikog reda treba da se obavi u svakoj iteraciji, dok je predloženi algoritam računski znatno jednostavniji jer neme potrebe za inverzijom matrice. Računska složenost je veoma važan kriterijum za procenu performansi koji odlučuje o prikladnosti algoritama za estimaciju harmonika u realnom vremenu. Relativna računaska složenost pojedinih tehnika prikazana je u [69]. Većina parametarskih metoda ima veliko računsko opterećenje, uglavnom zato što zahtevaju ili inverziju matrice ili određivanje sopstvenih vektora pri čemu obe numeričke metode zahtevaju m^2n ili n^3 operacija za matrice reda $n \times m$ odnosno reda $n \times n$. Predloženi algoritam je veoma efikasan i smanjuje složenost Njutn - Rapsonove metode sa kvadratne na linearnu skalu, eliminišući potrebu za inverzijom matrice.

3.2.4. Procena performansi predloženog NR algoritma

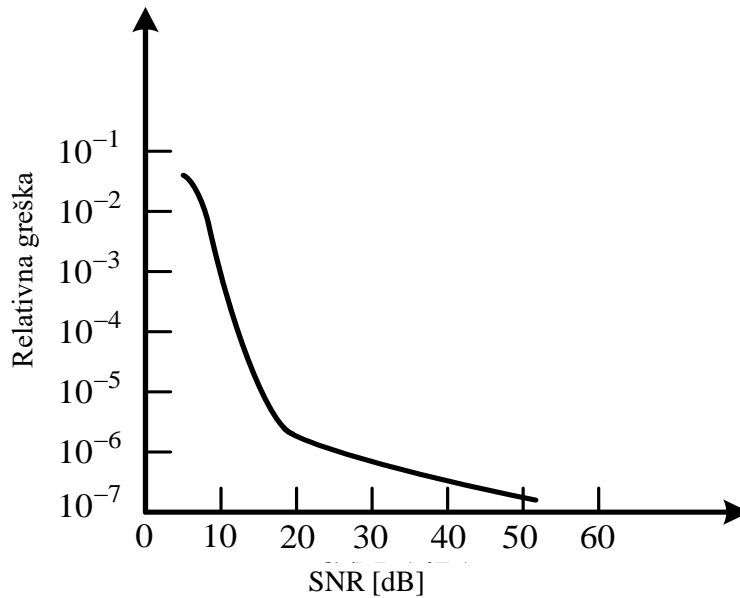
U cilju procene performansi i kvaliteta predloženog algoritma za estimaciju amplitude i faznog ugla harmonika izvršeno je nekoliko simulacija korišćenjem programskog paketa MATLAB.

Za ocenu efikasnosti ovde predložene modifikacije ZC metode, u prisustvu viših harmonika i šuma, generisan je signal sledećeg oblika: 100% osnovnog harmonika, 30% trećeg harmonika, 20% petog harmonika. Faze harmonika su slučajne veličine. Na signal je superponiran aditivni Gausov beli šum. Na slici 3.6 prikazana je relativna greška u proceni frekvencije na osnovu predložene ZC tehnike kao funkcija odnosa signal - šum. Nivo šuma u odnosu na korisni signal meri se kao odnos signal - šum (SNR - *Signal to Noise Ratio*), i izražava se u dB (decibelima):

$$\text{SNR} = 20 \log \frac{A}{\sqrt{2\sigma}},$$
(3.43)

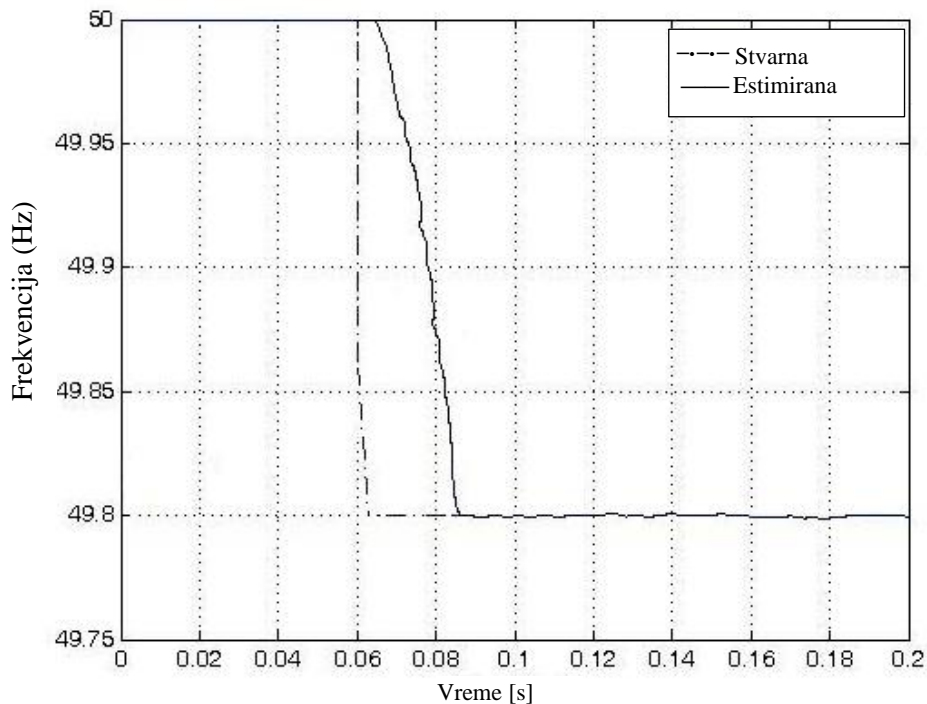
U gornjoj relaciji A je amplituda osnovnog harmonika, a σ njegovo standardno odstupanje [40].

Performanse ZC metode značajno degradiraju pri visokom nivou šuma, odnosno za SNR manji od 10 - 20 dB. Za nizak SNR, šum generiše višestruke lažne prolaske kroz nulu. Na slici 3.6 prikazana je relativna greška pri estimaciji frekvencije kao funkcija odnosa signal - šum.

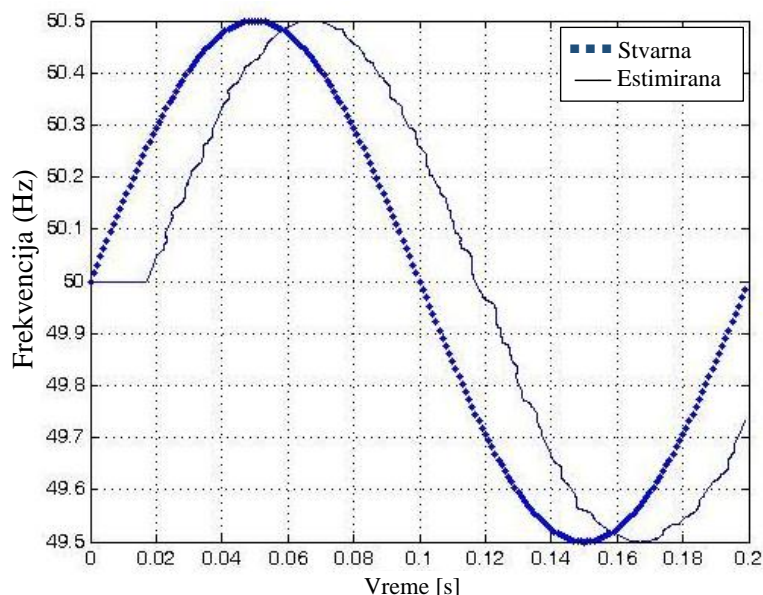


Slika 3.6. Relativna greška u estimaciji frekvencije u zavisnosti od nivoa šuma (SNR).

Za ocenu sposobnosti ZC metode da adaptivno prati fluktuacije frekvencije tokom vremena, sprovedena su dva testa: sa step promenom frekvencije i sa sinusoidnom promenom frekvencije. Rezultati su prikazani na slikama 3.7 i 3.8. Sa slika se vidi da ZC metoda dobro prati promene frekvencije, sa vremenom kašnjenja koje je reda veličine periode procesiranog signala. S obzirom da su testovima prikazani ekstremni uslovi u EES - u, greška je prihvatljiva za većinu primena. Dobijeni rezultati prikazuju dobar dinamički odziv i tačnost ZC metode.



Slika 3.7. Estimacija frekvencije ZC metodom pri step promeni frekvencije, $f = 50$ Hz za $t < 0,06$ s i $f = 49,8$ Hz za $t > 0,06$ s sa SNR 40 dB.



Slika 3.8. Estimacija frekvencije ZC metodom pri sinusoidnoj promeni frekvencije, $f(t) = 50 + 0,5 \sin(10\pi t)$ sa SNR 40dB.

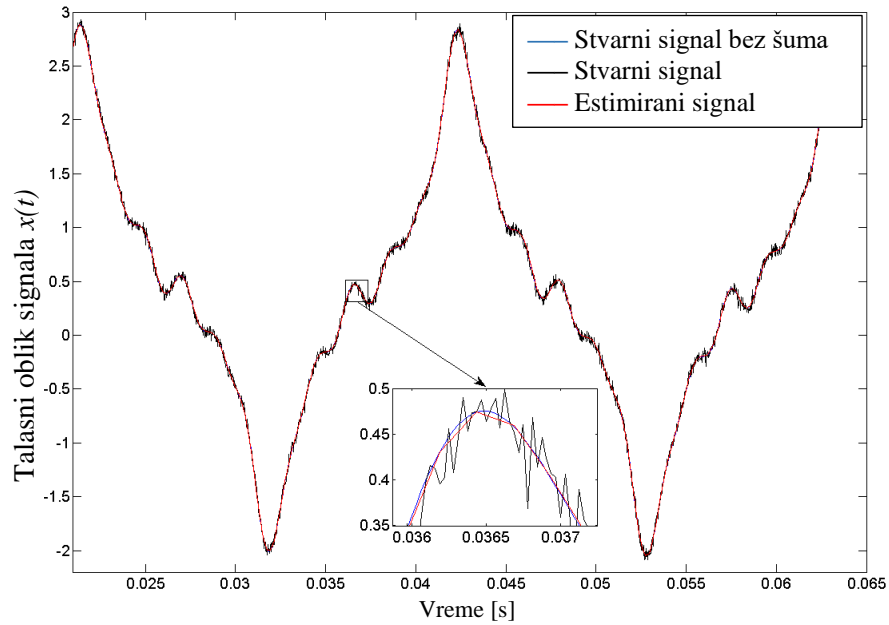
Da bi se uporedile performanse predloženog algoritma sa poznatim metodama, izvršeno je više testova. Za amplitude i početne faze osnovnog i viših harmonika izračunate su:

- srednja vrednosti apsolutne greške (MAE - *Mean absolute error*). Pokazuje koliko su estimirane vrednosti bliske stvarnim vrednostima.
- standardno odstupanje, kvadratni koren srednje kvadratne greške (RMSE - *Root mean square error*). Pokazuje stabilnost procene i posledica je šuma. Zbog toga može poslužiti kao mera robusnosti algoritma na slučajni šum.
- srednja vrednost kvadratne greške (MSE - *Mean square error*) estimiranog talasnog oblika u odnosu na stvarni talasni oblik. Koristi se kao mera ukupne preciznosti algoritma. Na nju utiču greška pri estimaciji amplitude i početne faze svakog harmonika kao i greška pri estimaciji frekvencije.

3.2.4.1. Statički signal

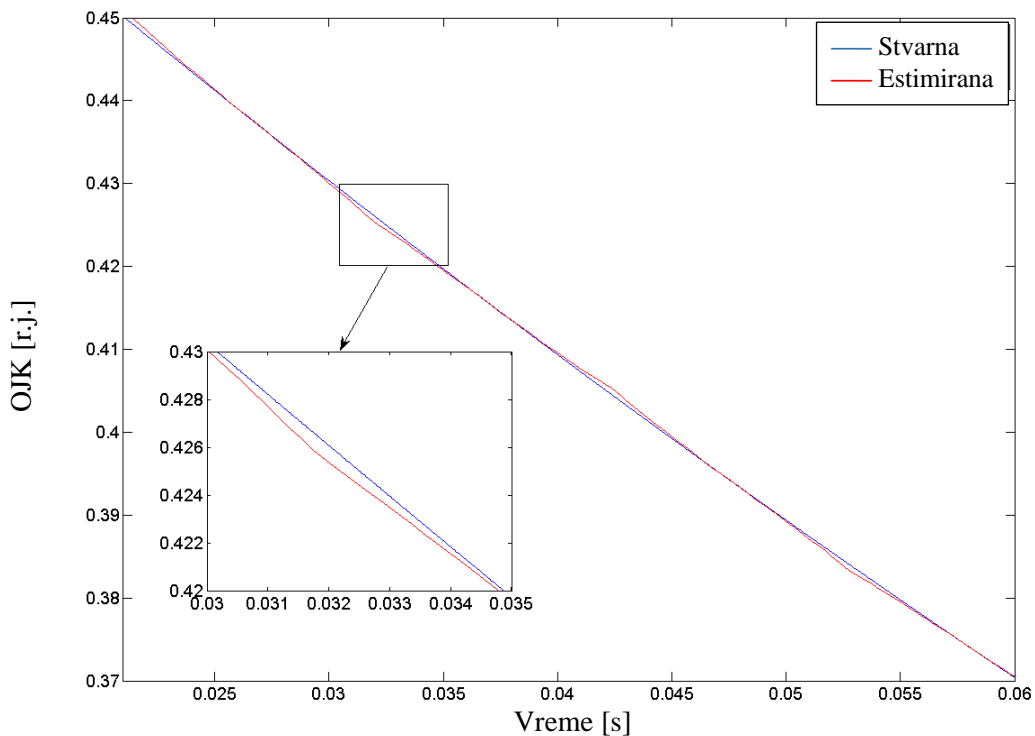
Performanse predloženog algoritma za estimaciju amplituda i početnih faza harmonika, kao i frekvencije u prisustvu šuma, ocenjene su kroz simulacione testove. Testni signal pored osnovnog harmonika sadrži treći, peti, sedmi i jedanaesti harmonik, sporo opadajuću jednosmernu komponentu kao i različite snage signala šuma $v(t)$ (slika 3.9):

$$\begin{aligned}
 x(t) = & 1,5 \sin(\omega t + 80^\circ) + 0,5 \cos(3\omega t + 60^\circ) \\
 & + 0,2 \sin(5\omega t + 45^\circ) + 0,15 \sin(7\omega t + 36^\circ) \\
 & + 0,1 \sin(11\omega t + 30^\circ) + 0,5 \exp(-5t) + v(t).
 \end{aligned} \tag{3.44}$$



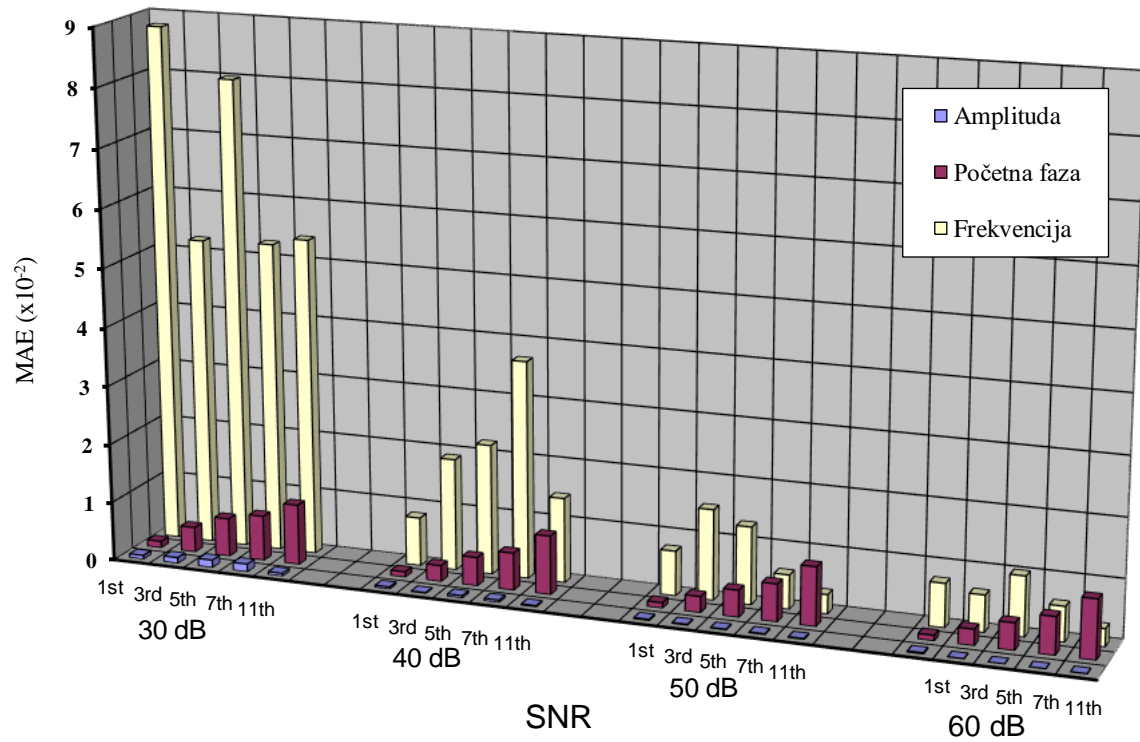
Slika 3.9. Testni signal definisan pomoću izraza (3.44) za SNR = 30 dB zajedno sa estimiranim signalom.

Ova vrsta signala je tipična za nelinearne industrijske potrošače koji obuhvataju uređaje energetske elektronike kao i lučne peći [70]. Slučajni šum ima normalnu raspodelu, sa nultom srednjom vrednošću i promenljivom amplitudom. Rezultati testiranja potvrđuju odlične performanse predloženog algoritma čak i kada je mreža veoma zagađena (izobličena) i neuravnotežena. Na slici 3.10 prikazana je estimirana OJK i stvarna OJK definisana izrazom (3.44).

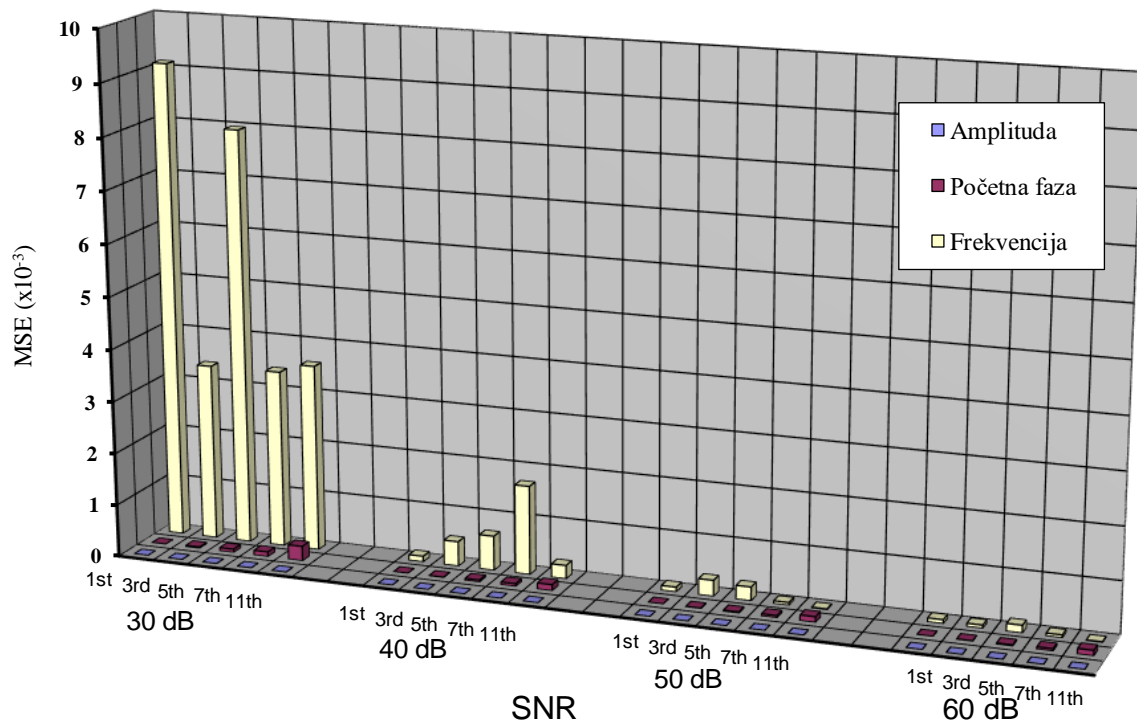


Slika 3.10. Stvarna i estimirana OJK.

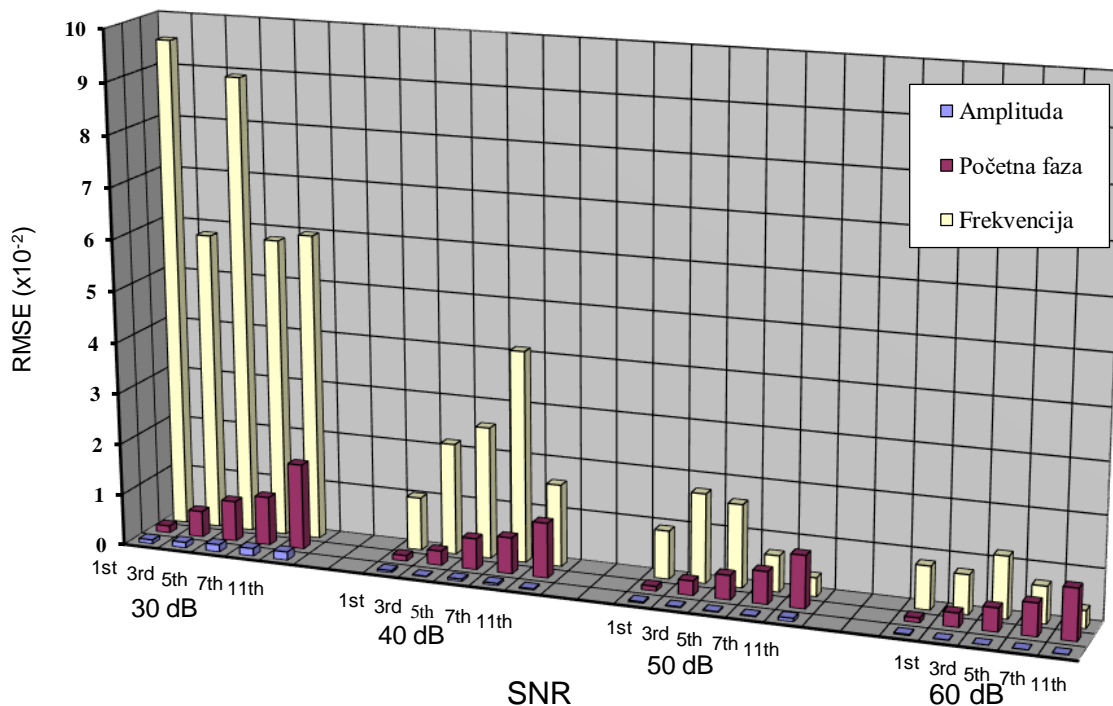
Na slikama 3.11, 3.12, 3.13 prikazane su MAE, MSE i RMSE pri estimaciji amplituda i početnih faza harmonika kao i frekvencije signala definisanog sa (3.44) za različite nivoe signala - šum.



Slika 3.11. MAE kao funkcija SNR.



Slika 3.12. MSE kao funkcija SNR.



Slika 3.13. RMSE kao funkcija SNR.

U tabeli 3.1 su prikazani pokazatelji performansi predloženog algoritma kao i nekih dobro poznatih procedura za estimaciju parametara osnovnog, 3., 5., 7. i 11. harmonika signala definisanog sa (3.44). Predloženi algoritam ima znatno manju grešku pri estimaciji amplituda, početnih faza i frekvencije, kao i srednje kvadratne greške estimiranog talasnog oblika, nego algoritmi sa kojima je vršena komparacija. Predloženi algoritam ima odlične performanse pri monitoringu ustaljenog stanja u EES - u kao i pri monitoringu kvaliteta električne energije.

Tabela 3.1. Poređenje algoritama u slučaju statičkog signala (3.44) za SNR = 60 dB.

Red harmonika		LS - Adaline		Adaptive KF		BRLS* MSE	EnKF** MSE	Predloženi algoritam		
		MAE	RMSE	MAE	RMSE			MSE	RMSE	MAE
1.	amplit.	$5,0 \times 10^{-4}$	$1,7 \times 10^{-7}$	$1,6 \times 10^{-3}$	$2,98 \times 10^{-6}$	$1,2 \times 10^{-2}$	$2,5 \times 10^{-3}$	$5,32 \times 10^{-8}$	$2,31 \times 10^{-4}$	$2,3 \times 10^{-4}$
	faza	$5,8 \times 10^{-2}$	$3,8 \times 10^{-3}$	$7,71 \times 10^{-2}$	$1,17 \times 10^{-2}$	$4,2 \times 10^{-2}$	$4,8 \times 10^{-3}$	$8,44 \times 10^{-7}$	$9,2 \times 10^{-4}$	$9,14 \times 10^{-4}$
3.	amplit.	$3,1 \times 10^{-3}$	$4,61 \times 10^{-6}$	$5,6 \times 10^{-3}$	$1,1 \times 10^{-5}$	$1,6 \times 10^{-2}$	$3,1 \times 10^{-3}$	$6,5 \times 10^{-9}$	$8,06 \times 10^{-5}$	$7,27 \times 10^{-5}$
	faza	$3,96 \times 10^{-1}$	$3,7 \times 10^{-2}$	$6,89 \times 10^{-1}$	$8,5 \times 10^{-2}$	$1,5 \times 10^{-2}$	$2,8 \times 10^{-3}$	$7,43 \times 10^{-6}$	$2,73 \times 10^{-3}$	$2,72 \times 10^{-3}$
5.	amplit.	$1,3 \times 10^{-3}$	$2,1 \times 10^{-6}$	$3,0 \times 10^{-3}$	$1,06 \times 10^{-5}$	$9,0 \times 10^{-3}$	$3,5 \times 10^{-3}$	$1,0 \times 10^{-9}$	$3,17 \times 10^{-5}$	$2,96 \times 10^{-5}$
	faza	$7,95 \times 10^{-1}$	$3,91 \times 10^{-2}$	1,59	$7,24 \times 10^{-1}$	$1,2 \times 10^{-2}$	$4,1 \times 10^{-3}$	$2,08 \times 10^{-5}$	$4,56 \times 10^{-3}$	$4,53 \times 10^{-3}$
7.	amplit.	$1,6 \times 10^{-3}$	$2,64 \times 10^{-6}$	$3,6 \times 10^{-3}$	$1,47 \times 10^{-5}$	$1,3 \times 10^{-2}$	$3,7 \times 10^{-3}$	$3,7 \times 10^{-9}$	$6,08 \times 10^{-5}$	$5,31 \times 10^{-5}$
	faza	$7,92 \times 10^{-1}$	$1,45 \times 10^{-2}$	1,18	$2,65 \times 10^{-1}$	$9,0 \times 10^{-3}$	$5,2 \times 10^{-2}$	$4,05 \times 10^{-5}$	$6,37 \times 10^{-3}$	$6,34 \times 10^{-3}$
11.	amplit.	$2,1 \times 10^{-3}$	$6,6 \times 10^{-7}$	$4,4 \times 10^{-3}$	$7,67 \times 10^{-6}$	$1,2 \times 10^{-2}$	$4,2 \times 10^{-3}$	$6,4 \times 10^{-9}$	$7,99 \times 10^{-5}$	$7,13 \times 10^{-5}$
	faza	$3,21 \times 10^{-1}$	$1,45 \times 10^{-1}$	1,07	1,66	$1,7 \times 10^{-2}$	$2,2 \times 10^{-2}$	$9,98 \times 10^{-5}$	$9,99 \times 10^{-3}$	$9,96 \times 10^{-3}$

*BRLS (Bilinear Recursive Least Square) – performanse bilinearne rekurzivne metode najmanjih kvadrata su procenjene bez opadajuće jednosmerne komponente[56]

**EnKF - Ensemble Kalman filter [71]

U tabeli 3.2 prikazana je MSE u estimaciji ukupnog signala kao i procenjeno vreme za izvršenje algoritama. Greška u estimaciji ukupnog signala veoma se smanjuje sa povećanjem frekvencije odabiranja.

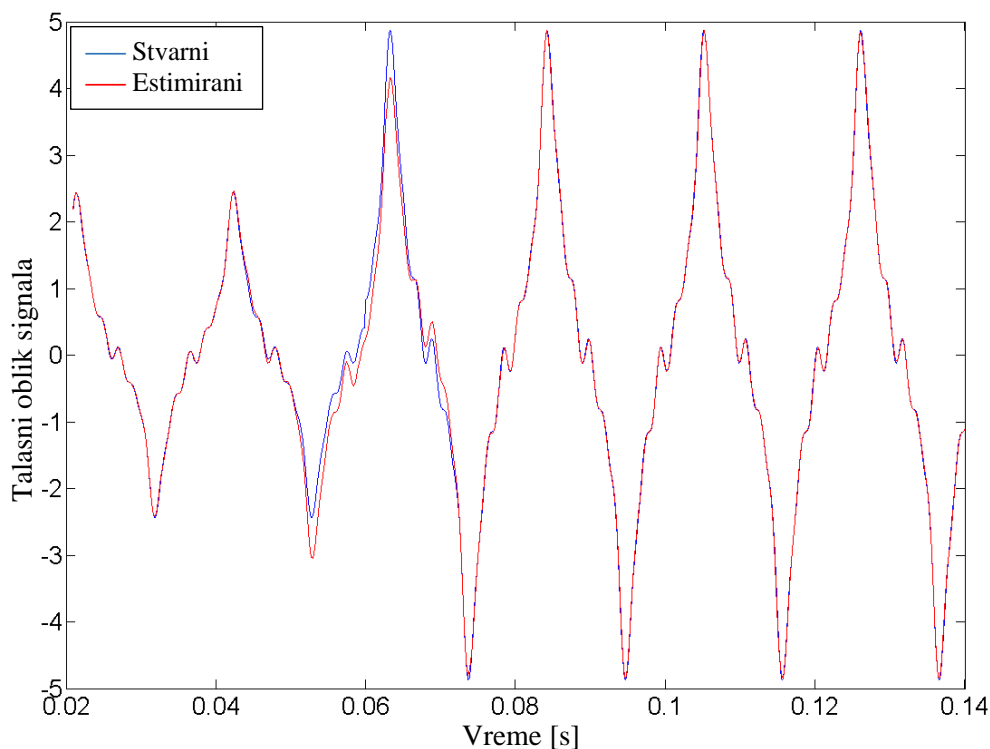
Tabela 3.2. Pokazatelji performansi.

	LS - Adaline	Adaptive KF	BRLS	EnKF	Predloženi algoritam
MSE	$4,0 \times 10^{-4}$	$2,6 \times 10^{-3}$	$1,5 \times 10^{-2}$	$3,8 \times 10^{-3}$	$3,07 \times 10^{-6}$
Vreme izvršenja [s]	$2,12 \times 10^{-4}$	$3,92 \times 10^{-4}$	$8,53 \times 10^{-2}$	$8,6 \times 10^{-2}$	$6,2 \times 10^{-2}$

Testirajući predloženi algoritam, za estimaciju nepoznatih parametara procesiranog signala, uočava se da je broj iteracija potreban za njegovu realizaciju praktično nezavistan od snage šuma. Predloženi algoritam je veoma efikasan i ima brzu konvergenciju, što ga kandiduje za primene u realnom vremenu.

3.2.4.2. Estimacija parametara harmonika u slučaju kvara u EES - u

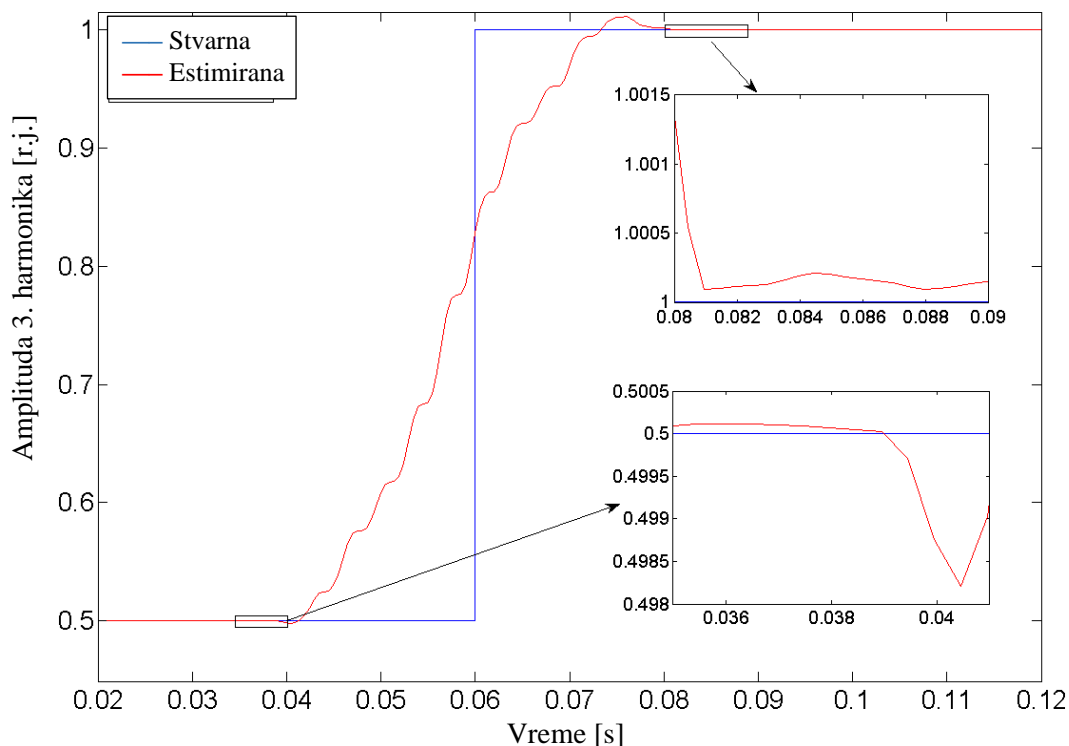
Da bi se sagledale performanse predloženog algoritma pri praćenju vremenski promenljivih harmonijskih komponenti, korišćen je testni signal dobijen simulacijom jednofaznog zemljospoja na dalekovodu [71]. Kao i u slučaju statičkog signala izvršeno je poređenje performansi predloženog algoritma sa nekoliko poznatih publikovanih procedura. Na slici 3.14 je prikazan stvarni i estimirani talasni oblik signala za slučaj jednofaznog zemljospoja.



Slika 3.14. Stvarni i estimirani talasni oblik signala za slučaj jednofaznog zemljospoja.

Kao što se može uočiti sa slike 3.14, predloženi algoritam počinje da prati naglu promenu talasnog oblika napona nakon jednog ciklusa (20ms).

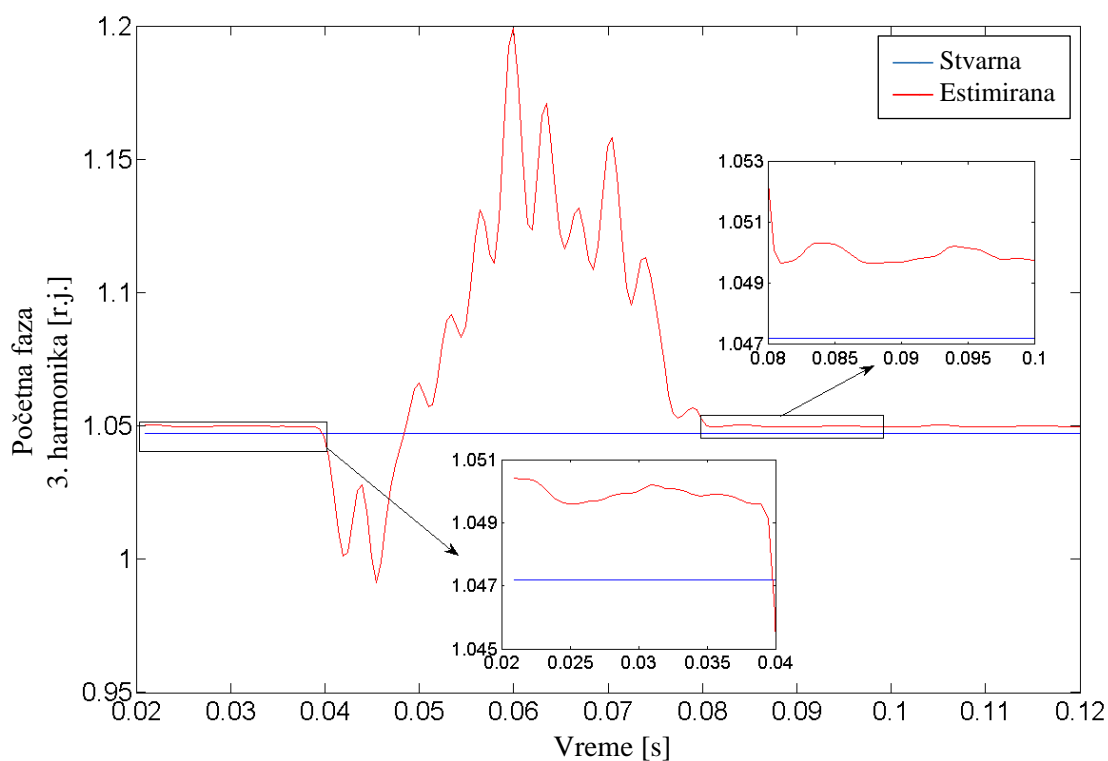
Za estimaciju ovog tipa signala, korišćen je klizeći prozor podataka. U svakom koraku proračuna, prozor podataka je pomeran za $N/10$ odbiraka. Ovaj korak može biti veći, ali sa ovom vrednošću postignuta je zadovoljavajuća preciznost. Testirajući predloženi algoritam, dobijaju se slični rezultati pri praćenju svih harmonijskih komponenti, iz tog razloga su ovde prikazani rezultati samo za treći harmonik. Na slici 3.15 prikazana je stvarna i estimirana amplituda trećeg harmonika signala dobijenog simulacijom jednofaznog zemljospoja.



Slika 3.15. Stvarna i estimirana amplituda trećeg harmonika signala za slučaj jednofaznog zemljospoja.

Kao što se može uočiti sa slike 3.15, predloženi algoritam veoma precizno prati step promenu amplitude trećeg harmonika signala.

Na slici 3.16 prikazana je stvarna i estimirana početna faza trećeg harmonika signala dobijenog simulacijom jednofaznog zemljospoja.



Slika 3.16. Stvarna i estimirana početna faza trećeg harmonika signala za slučaj jednofaznog zemljospoja.

U Tabeli 3.3 prikazani su rezultati poređenja algoritama za ovu vrstu signala. Kao što se može videti, predloženi algoritam prati promenu signala sa manjom greškom i manjim odstupanjem, što je pokazatelj veće robusnosti na prisustvo šumne komponente.

Tabela 3.3. Poređenje algoritama za slučaj signala dobijenog simulacijom jednofaznog zemljospoja.

Red harmonika		LS - Adaline		Adaptive KF		Predloženi algoritam*	
		MAE	RMSE	MAE	RMSE	MAE	RMSE
1.	amplit.	$1,1 \times 10^{-3}$	$1,2 \times 10^{-7}$	$2,9 \times 10^{-3}$	$3,28 \times 10^{-6}$	$4,6 \times 10^{-4}$	$4,61 \times 10^{-4}$
	faza	$5,8 \times 10^{-3}$	$1,0 \times 10^{-4}$	$1,13 \times 10^{-2}$	$2,0 \times 10^{-4}$	$9,14 \times 10^{-4}$	$9,18 \times 10^{-4}$
3.	amplit.	$2,6 \times 10^{-3}$	$4,1 \times 10^{-6}$	$3,9 \times 10^{-3}$	$1,61 \times 10^{-5}$	$1,46 \times 10^{-4}$	$1,58 \times 10^{-4}$
	faza	$3,5 \times 10^{-2}$	$2,0 \times 10^{-3}$	$5,06 \times 10^{-2}$	$2,7 \times 10^{-3}$	$2,72 \times 10^{-3}$	$2,73 \times 10^{-3}$
5.	amplit.	$3,3 \times 10^{-3}$	$4,06 \times 10^{-6}$	$6,9 \times 10^{-3}$	$3,32 \times 10^{-5}$	$8,45 \times 10^{-5}$	$1,02 \times 10^{-4}$
	faza	$1,34 \times 10^{-1}$	$5,7 \times 10^{-3}$	$1,64 \times 10^{-1}$	$2,91 \times 10^{-2}$	$4,53 \times 10^{-3}$	$4,57 \times 10^{-3}$
7.	amplit.	$1,1 \times 10^{-3}$	$1,01 \times 10^{-6}$	$1,3 \times 10^{-3}$	$4,8 \times 10^{-6}$	$4,76 \times 10^{-5}$	$5,94 \times 10^{-5}$
	faza	$1,27 \times 10^{-1}$	$9,4 \times 10^{-3}$	$1,62 \times 10^{-1}$	$1,64 \times 10^{-2}$	$6,33 \times 10^{-3}$	$6,34 \times 10^{-3}$
11.	amplit.	$6,0 \times 10^{-4}$	$9,0 \times 10^{-8}$	$1,0 \times 10^{-3}$	$1,81 \times 10^{-6}$	$3,22 \times 10^{-5}$	$3,5 \times 10^{-5}$
	faza	$9,69 \times 10^{-2}$	$5,7 \times 10^{-2}$	$2,47 \times 10^{-1}$	$3,92 \times 10^{-2}$	$9,96 \times 10^{-3}$	$9,96 \times 10^{-3}$

*Estimacija parametara je izvršena jednu periodu nakon promene u obliku signala, dok je kod drugih algoritama to urađeno tri periode nakon promene

3.2.4.3. Estimacija harmonika u slučaju dinamičkog signala

Performanse predloženog algoritma su ispitane i u slučaju signala koji sadrži harmonike sa vremenski promenljivim amplitudama i slučajnim šumom oblika [72]:

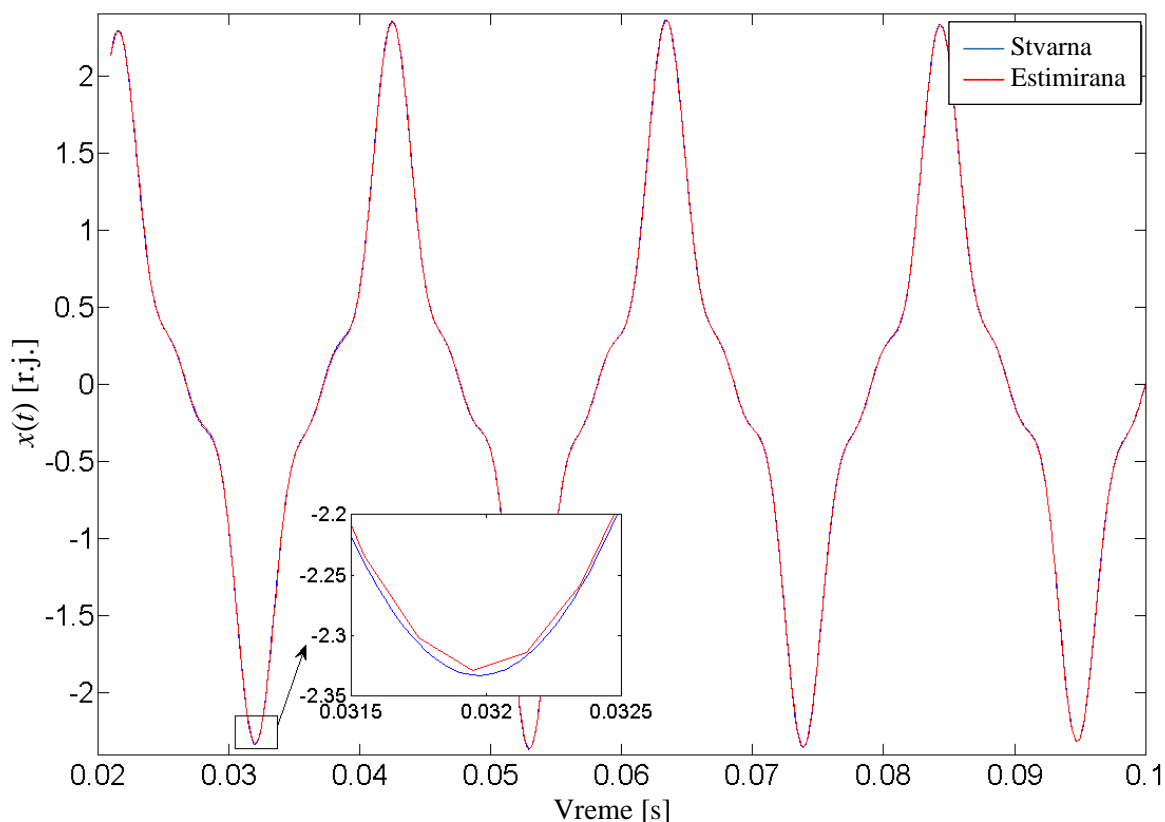
$$x(t) = [1,5 + a_1(t)]\sin(\omega t + 80^\circ) + [0,5 + a_3(t)]\sin(3\omega t + 60^\circ) + [0,2 + a_5(t)]\sin(5\omega t + 40^\circ) + v(t), \quad (3.45)$$

gde je:

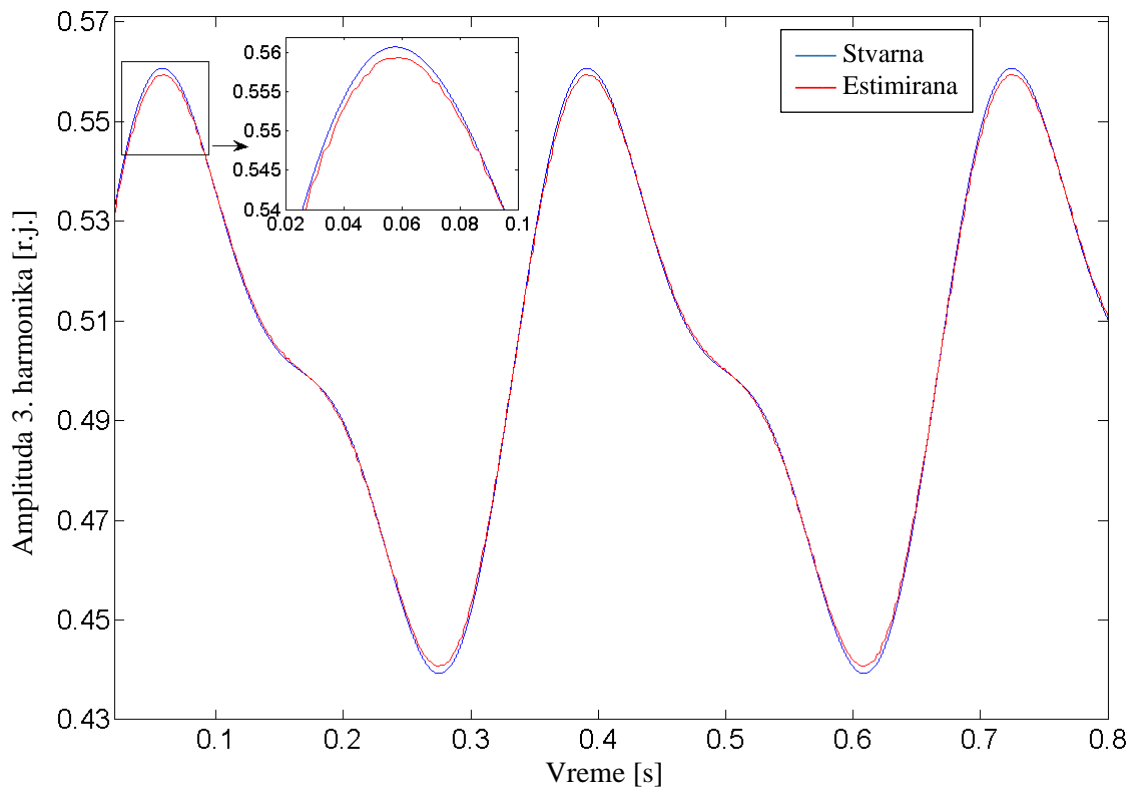
$$\begin{aligned} a_1(t) &= 0,15 \sin(2\pi f_1 t) + 0,05 \sin(2\pi f_5 t), \\ a_3(t) &= 0,05 \sin(2\pi f_3 t) + 0,02 \sin(2\pi f_5 t), \\ a_5(t) &= 0,025 \sin(2\pi f_1 t) + 0,005 \sin(2\pi f_5 t), \end{aligned} \quad (3.46)$$

a $f_1 = 1$ Hz, $f_3 = 3$ Hz i $f_5 = 6$ Hz. Slučajni šum je istog oblika kao kod prethodno definisanog statičkog signala.

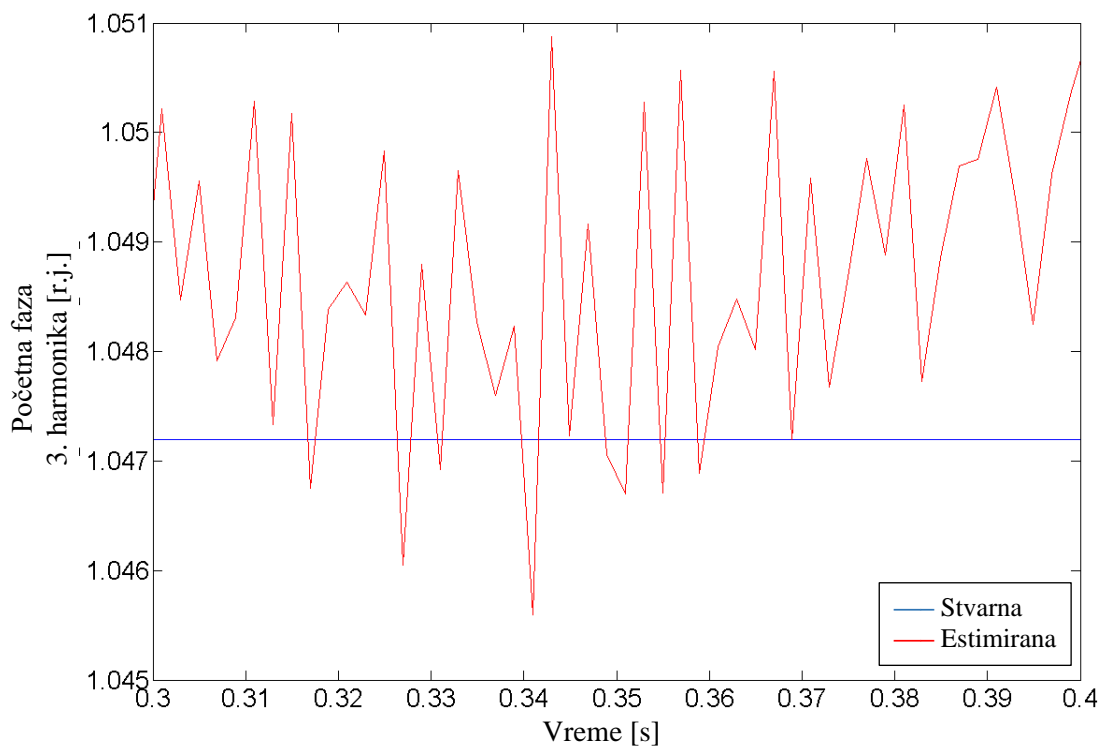
Na slici 3.17 prikazan je talasni oblik signala (3.45) kao i predloženim algoritmom estimirani talasni oblik. Na slici 3.18 i slici 3.19 ilustrovano je praćenje amplitude i početne faze trećeg harmonika. Slični rezultati su dobijeni i za ostale harmonike pa nisu ovde prikazani.



Slika 3.17. Estimirani i stvarni talasni oblik signala za slučaj dinamičkog signala (3.45).



Slika 3.18. Estimirana i stvarna amplituda trećeg harmonika za slučaj dinamičkog signala (3.45).



Slika 3.19. Estimirana i stvarna početna faza trećeg harmonika za slučaj dinamičkog signala (3.45).

Radi jasnijeg sagledavanja ostvarenih poboljšanja predloženim NR algoritmom, u Tabeli 3.4 prikazani su rezultati izračunate MAE i RMSE predloženog algoritma, kao i rezultati za LS – Adaline i Adaptivni KF preuzeti iz [72]. Predloženi NR algoritam ima kašnjenje od jedne periode kao i LS –Adaline, dok adaptivni KF ima kašnjenje veće od dve periode.

Tabela 3.4. Komparacija različitih metoda u slučaju estimacije dinamičkog signala.

Red harmonika		LS - Adaline		Adaptive KF		Predloženi algoritam	
		MAE	RMSE	MAE	RMSE	MAE	RMSE
1.	amplit.	$1,12 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-4}$	$1,6 \times 10^{-2}$	$4,30 \times 10^{-4}$	$2,21 \times 10^{-3}$	$2,5 \times 10^{-3}$
	faza	$8,16 \times 10^{-2}$	$1,25 \times 10^{-2}$	$6,02 \times 10^{-1}$	$5,01 \times 10^{-1}$	$1,58 \times 10^{-3}$	$2,19 \times 10^{-3}$
3.	amplit.	$8,2 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-4}$	$1,28 \times 10^{-2}$	$2,63 \times 10^{-4}$	$1,29 \times 10^{-3}$	$1,34 \times 10^{-3}$
	faza	$3,87 \times 10^{-3}$	$2,65 \times 10^{-2}$	1,51	3,48	$1,78 \times 10^{-3}$	$2,05 \times 10^{-3}$
5.	amplit.	$6,7 \times 10^{-3}$	$6,91 \times 10^{-5}$	$2,42 \times 10^{-2}$	$8,02 \times 10^{-4}$	$2,1 \times 10^{-3}$	$2,22 \times 10^{-3}$
	faza	1,15	1,26	4,54	32,05	$4,01 \times 10^{-3}$	$4,51 \times 10^{-3}$

U poređenju sa drugim opisanim procedurama [70, 72, 73, 74, 75], predloženi algoritam je tačniji i robusniji na šum pri estimaciji parametara osnovnog i viših harmonika procesiranog dinamičkog signala. Standardno odstupanje predloženog algoritma je manje nego u [76]. Estimacija statičkog i dinamičkog signala je bolja nego kod procedure opisane u [77]. Dobijeni rezultati u procesiranju statičkog signala su u granicama rezultata dobijenih u [78, 79].

U predloženom konceptu ne moramo da izračunavamo inverznu matricu od matrice dobijene proizvodom matrice Jakobijana sistema (3.28) i njoj transponovane matrice. Ovim se znatno umanjuje broj potrebnih računskih operacija za izvršavanje algoritma, a time i vreme potrebno za njegovo izvršavanje. Pored toga, znatno se olakšava programska implementacija algoritma. Rezultati simulacija pokazuju visoku tačnost predloženog algoritma u proceni parametara signala u realnom vremenu. Računska složenost je znatno manja u odnosu na prethodno publikovane algoritme, iz kog razloga ovaj pristup može dati zadovoljavajuće performanse i u slučaju kada se zahteva brza estimacija parametara signal u realnom vremenu.

U daljem tekstu, potpoglavlja 3.3 i 3.4, predložena su još dva nova algoritma za estimaciju amplitude i faze osnovnog harmonika procesiranog energetskog signala, kao i noseće frekvencije. Ovi algoritmi su bazirani na primeni nerekurzivne DFT, kojom se praktično vrši filtriranje procesiranog signala, pri čemu se može napraviti jasna distinkcija na osnovu toga da li se obrađuje niz realnih delova fazora (kosinusni filter) ili niz imaginarnih delova fazora (sinusni filter). I jedan i drugi niz (realni ili imaginarni) može se modelovati samo jednom sinusoidom u situaciji kada je odstupanje stvarne vrednosti noseće frekvencije od pretpostavljene malo. Uslov koji se mora obezbediti da bi takva aproksimacija bila validna vezan je za dužinu prozora podataka, koja se mora prilagoditi (adaptivno) frekvenciji procesiranog signala. Algoritmi su po svojoj strukturi iterativni i kao početnu vrednost za nepoznatu frekvenciju uzimaju pretpostavljenu nazivnu vrednost, da bi se nakon toga, u sledećim koracima – iteracijama, ova vrednost ažurirala sve dok ne bude zadovoljen kriterijum konvergencije.

3.3. Algoritam za estimaciju amplitude, faze i frekvencije osnovnog harmonika procesiranog signala baziran na Pronijevoj metodi – PM algoritam

Polazeći od već definisanog problema, vezanog za rešavanje preodređenog sistema nelinearnih jednačina, sistem (3.25), u slučaju da se estimira samo osnovni harmonik, zapis ćemo prilagoditi formi koja odgovara Pronijevoj metodi [54]:

$$\begin{aligned} A &= y_0, \\ A \cos \omega T_s + B \sin \omega T_s &= y_1, \\ &\vdots \\ A \cos M \omega T_s + B \sin M \omega T_s &= y_M, \end{aligned} \quad (3.47)$$

u kome su y_0, y_1, \dots, y_M vrednosti procesiranog signala nakon primene sinusnog, odnosno kosinusnog filtra, a M je broj odbiraka generisanog signala. Koristeći Ojlerove formule (2.98), sistem (3.47) se može zapisati u obliku:

$$\begin{aligned} \underline{B}_1 + \underline{B}_2 &= y_0, \\ \underline{B}_1 \underline{z}_1 + \underline{B}_2 \underline{z}_2 &= y_1, \\ &\vdots \\ \underline{B}_1 \underline{z}_1^M + \underline{B}_2 \underline{z}_2^M &= y_M, \end{aligned} \quad (3.48)$$

pri čemu je:

$$\underline{B}_1 = \frac{A - jB}{2}, \quad \underline{B}_2 = \frac{A + jB}{2}, \quad \underline{z}_1 = e^{j\omega T_s}, \quad \underline{z}_2 = e^{-j\omega T_s}. \quad (3.49)$$

U matričnom obliku, sistem (3.48) se može zapisati kao:

$$\underline{\mathbf{Z}} \cdot \underline{\mathbf{B}} = \underline{\mathbf{Y}}, \quad (3.50)$$

pri čemu su:

$$\underline{\mathbf{Z}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \underline{z}_1 & \underline{z}_2 \\ \vdots & \vdots \\ \underline{z}_1^M & \underline{z}_2^M \end{pmatrix}, \quad \underline{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \underline{B}_1 \\ \underline{B}_2 \end{pmatrix}, \quad \underline{\mathbf{Y}} = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_M \end{pmatrix}. \quad (3.51)$$

Pronijevom metodom sada je potrebno odrediti koeficijente polinoma (Potpoglavlje 2.5, izraz (2.106)) koji je u ovom slučaju drugog reda:

$$P(\underline{z}) = (\underline{z} - \underline{z}_1) \cdot (\underline{z} - \underline{z}_2) = \underline{z}^2 + a_2 \underline{z} + a_1. \quad (3.52)$$

Na osnovu Vijetovih pravila sledi da je:

$$\begin{aligned} a_1 &= \underline{z}_1 \underline{z}_2 = e^{j\omega T_s} e^{-j\omega T_s} = 1, \\ a_2 &= a = -(\underline{z}_1 + \underline{z}_2) = -(e^{j\omega T_s} + e^{-j\omega T_s}), \\ &a = -2 \cos \omega T_s. \end{aligned} \quad (3.53)$$

Pomoćni vektori \mathbf{H}_k (neophodni u Pronijevoj proceduri), na osnovu (3.51), mogu se zapisati na sledeći način:

$$\begin{aligned}\mathbf{H}_1 &= (1 \ a \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \cdots 0)_{1 \times M}, \\ \mathbf{H}_2 &= (0 \ 1 \ a \ 1 \ 0 \cdots 0)_{1 \times M}, \\ &\vdots \\ \mathbf{H}_{M-2} &= (0 \cdots 0 \ 0 \ 1 \ a \ 1)_{1 \times M},\end{aligned}\tag{3.54}$$

Množeći matricu \mathbf{Z} vektorima \mathbf{H}_k za $k=1,2,\dots,M-2$ dobija se:

$$\mathbf{H}_k \cdot \mathbf{Z} = (0 \ 0),\tag{3.55}$$

odakle sledi:

$$\mathbf{H}_k \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{B} = (0 \ 0), \quad k=1,2,\dots,M-2,\tag{3.56}$$

odnosno:

$$\mathbf{H}_k \cdot \mathbf{Y} = (0 \ 0), \quad k=1,2,\dots,M-2.\tag{3.57}$$

Nepoznati koeficijenti polinoma se određuju iz preodređenog sistema linearnih jednačina:

$$\begin{aligned}y_0 + ay_1 + y_2 &= 0, \\ y_1 + ay_2 + y_3 &= 0, \\ &\vdots \\ y_{M-2} + ay_{M-1} + y_M &= 0.\end{aligned}\tag{3.58}$$

Nepoznata a u sistemu (3.58) određuje se metodom najmanjih kvadrata:

$$-a = \frac{\sum_{i=1}^{M-1} (y_{i-1} + y_{i+1})^2}{\sum_{i=1}^{M-1} y_i \cdot (y_{i-1} + y_{i+1})},\tag{3.59}$$

odnosno kao:

$$-a = \frac{\sum_{i=1}^{M-1} y_i \cdot (y_{i-1} + y_{i+1})^2}{\sum_{i=1}^{M-1} y_i^2}.\tag{3.60}$$

Na osnovu (3.59) ili (3.60) i (3.53), može se izračunati kružna frekvencija osnovnog harmonika:

$$\omega = \frac{1}{T_s} \arccos \frac{\sum_{i=1}^{M-1} (y_{i-1} + y_{i+1})^2}{2 \sum_{i=1}^{M-1} y_i \cdot (y_{i-1} + y_{i+1})},\tag{3.61}$$

ili:

$$\omega = \frac{1}{T_s} \arccos \frac{\sum_{i=1}^{M-1} y_i \cdot (y_{i-1} + y_{i+1})^2}{2 \sum_{i=1}^{M-1} y_i^2}. \quad (3.62)$$

Znajući vrednost noseće frekvencije procesiranog energetskog signala, sistem (3.47) postaje linearan tako da se nepoznate A i B takođe mogu odrediti uz pomoć metode najmanjih kvadrata:

$$A = \frac{\sum_{j=0}^M (\sin j\omega T_s)^2 \sum_{j=0}^M y_j \cos j\omega T_s - \left(\sum_{j=0}^M \sin j\omega T_s \cdot \cos j\omega T_s \right) \sum_{j=0}^M y_j \sin j\omega T_s}{\left(\sum_{j=0}^M (\cos j\omega T_s)^2 \right) \left(\sum_{j=0}^M (\sin j\omega T_s)^2 \right) - \left(\sum_{j=0}^M \sin j\omega T_s \cdot \cos j\omega T_s \right)^2}, \quad (3.63)$$

$$B = \frac{\sum_{j=0}^M (\cos j\omega T_s)^2 \sum_{j=0}^M y_j \sin j\omega T_s - \left(\sum_{j=0}^M \sin j\omega T_s \cdot \cos j\omega T_s \right) \sum_{j=0}^M y_j \cos j\omega T_s}{\left(\sum_{j=0}^M (\cos j\omega T_s)^2 \right) \left(\sum_{j=0}^M (\sin j\omega T_s)^2 \right) - \left(\sum_{j=0}^M \sin j\omega T_s \cdot \cos j\omega T_s \right)^2}. \quad (3.64)$$

3.4. Algoritam za estimaciju amplitude, faze i frekvencije osnovnog harmonika procesiranog signala baziran na klasičnoj metodi najmanjih kvadrata – MNK algoritam

Linearizacijom preodređenog sistema nelinearnih jednačina (3.25), preko razvoja trigonometrijskih funkcija $\cos j\omega T_s$ i $\sin j\omega T_s$ u okolini pretpostavljene (nazivne) kružne frekvencije ω_0 u Tejlorov red, ovaj sistem postaje preodređen sistem linearnih jednačina koji se može rešiti klasičnom metodom najmanjih kvadrata. Takođe važi:

$$\begin{aligned} \cos j\omega T_s &= \cos j(\omega_0 + \Delta\omega)T_s = \\ &= \cos j\omega_0 T_s \cos j\Delta\omega T_s - \sin j\omega_0 T_s \sin j\Delta\omega T_s \end{aligned} \quad (3.65)$$

odnosno:

$$\begin{aligned} \sin j\omega T_s &= \sin j(\omega_0 + \Delta\omega)T_s = \\ &= \sin j\omega_0 T_s \cos j\Delta\omega T_s + \cos j\omega_0 T_s \sin j\Delta\omega T_s. \end{aligned} \quad (3.66)$$

Razvojem $\cos j\Delta\omega T_s$ i $\sin j\Delta\omega T_s$ u Tejlorov red ove trigonometrijske funkcije se mogu aproksimirati kao:

$$\begin{aligned} \cos j\Delta\omega T_s &\approx 1, \\ \sin j\Delta\omega T_s &\approx j\Delta\omega T_s. \end{aligned} \quad (3.67)$$

Zamenom (3.65), (3.66) i (3.67) u sistem (3.25), kada se vrši estimacija parametara samo osnovnog harmonika procesiranog signala, nakon sređivanja dobija se:

$$\begin{aligned}
A &= y_0, \\
A \cos \omega_0 T_s + B \sin \omega_0 T_s + C \cos \omega_0 T_s + D \sin \omega_0 T_s &= y_1, \\
&\vdots \\
A \cos \omega_0 T_s + B \sin \omega_0 T_s + CM \cos \omega_0 T_s + DM \sin \omega_0 T_s &= y_M,
\end{aligned} \tag{3.68}$$

gde je: $C = A\Delta\omega T_s$ i $D = -B\Delta\omega T_s$.

Pod pretpostavkom da je frekvencija odabiranja sinhronizovana sa nazivnom frekvencijom procesiranog energetskog sistema, početno pogađanje za broj odbiraka se može izvršiti na način da je $N^{(0)} = f_s / f_n$. Pored ovakvog pristupa koji je potpuno opravdan sa stanovišta stabilnosti EES - a, za inicijalnu procenu frekvencije može se koristiti i već opisana jednostavna ZC metoda kako bi se inicijalno odredio broj odbiraka koji staje u periodu procesiranog signala. Na ovaj način se i perioda odabiranja T_s sinhronizuje sa nazivnom frekvencijom sistema. U svakom narednom koraku koriguje se pretpostavljena vrednost periode signala $T^{(k)} = N^{(k)} T_s$, $k = 0, 1, 2, \dots, M$. Sledi da je za $k = 0$ inicijalna procena kružne frekvencije osnovnog harmonika:

$$\omega_0^{(0)} = \frac{2\pi}{N_0^{(0)} T_s}. \tag{3.69}$$

Zamenom (3.69) u (3.68) dobija se preodređen sistem linearnih jednačina koji se rešava metodom najmanjih kvadrata:

$$\begin{pmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 \\
\cos \frac{2\pi}{N^{(0)}} & \sin \frac{2\pi}{N^{(0)}} & \cos \frac{2\pi}{N^{(0)}} & \sin \frac{2\pi}{N^{(0)}} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\cos M \frac{2\pi}{N^{(0)}} & \sin M \frac{2\pi}{N^{(0)}} & M \cos M \frac{2\pi}{N^{(0)}} & M \sin M \frac{2\pi}{N^{(0)}}
\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A^{(0)} \\ B^{(0)} \\ C^{(0)} \\ D^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_0^{(0)} \\ y_1^{(0)} \\ \vdots \\ y_M^{(0)} \end{pmatrix}. \tag{3.70}$$

Rešavanjem sistema (3.70) nakon prvog iterativnog koraka, inicijalno usvojenu vrednost kružne frekvencije treba korigovati prema sledećoj formuli:

$$\omega_0^{(1)} = \omega_0^{(0)} - \frac{C^{(0)}}{A^{(0)} \cdot T_s}. \tag{3.71}$$

Nakon određivanja vrednosti za $\omega_0^{(1)}$ potrebno je korigovati broj odbiraka $N^{(1)}$ tako što se količnik $2\pi/T_s \omega_0^{(1)}$ zaokruži na prvi njemu blizak ceo broj. Sa tako određenim brojem odbiraka ponovo se formira matični sistem jednačina (3.70). U k -tom koraku sistem (3.70) je oblika:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \cos \frac{2\pi}{N^{(k)}} & \sin \frac{2\pi}{N^{(k)}} & \cos \frac{2\pi}{N^{(k)}} & \sin \frac{2\pi}{N^{(k)}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos M \frac{2\pi}{N^{(k)}} & \sin M \frac{2\pi}{N^{(k)}} & M \cos M \frac{2\pi}{N^{(k)}} & M \sin M \frac{2\pi}{N^{(k)}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A^{(k)} \\ B^{(k)} \\ C^{(k)} \\ D^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_0^{(k)} \\ y_1^{(k)} \\ \vdots \\ y_M^{(k)} \end{pmatrix}. \quad (3.72)$$

pri čemu je $(y_0^{(k)} \ y_1^{(k)} \ \dots \ y_M^{(k)})^T$ vektor odbiraka procesiranog signala nakon filtriranja sinusnim ili kosinusnim filtrom. Koeficijenti vektora su podešeni u skladu sa aktuelnim brojem odbiraka $N^{(k)}$. Rešavanjem sistema (3.72), nakon k -tog prolaza, kružna frekvencija ima vrednost određenu izrazom:

$$\omega_0^{(k+1)} = \omega_0^{(k)} - \frac{C^{(k)}}{A^{(k)}T_s}. \quad (3.73)$$

Iterativni proces se zaustavlja kada se ispuni uslov da je:

$$N^{(k+1)} = N^{(k)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.74)$$

U predloženom MNK algoritmu mogu se definisati sledeći koraci:

1. postavljanje brojača iteracija na nulu: $k=0$. Pod pretpostavkom poznate nazivne frekvencije i frekvencije odabiranja sinhronizovane sa nazivnom frekvencijom, početana vrednost za broj odbiraka koji staje u periodu procesiranog signala definisana je kao $N^{(0)} = f_s / f_n$,
2. početno izračunavanje nepoznate vrednosti kružne frekvencije $\omega^{(0)}$ vrši se na osnovu (3.69),
3. nakon izračunavanja $\omega^{(k+1)}$ u k -tom koraku proračuna treba korigovati broj odbiraka $N^{(k+1)}$ tako što se količnik $2\pi/T\omega^{(k+1)}$ zaokruži na njemu najbliži ceo broj,
4. ukoliko je $N^{(k+1)} = N^{(k)}$, iterativna procedura se zaustavlja. Ukoliko kriterijum nije zadovoljen vrši se inkrementiranje vrednosti brojača: $k+1 \rightarrow k$.

Ukoliko je zadovoljen kriterijum konvergencije (3.74), kružna frekvencija procesiranog signala se izračunava na osnovu (3.73), a amplituda i faza osnovnog harmonika preko:

$$A_1 = \sqrt{(A^{(k)})^2 + (B^{(k)})^2}, \quad (3.75)$$

$$\varphi_1 = -\arctg \frac{B^{(k)}}{A^{(k)}}.$$

Sistem (3.72) se može zapisati i u matičnom formi:

$$\mathbf{A}^{(k)} \cdot \mathbf{X}^{(k)} = \mathbf{Y}^{(k)}, \quad (3.76)$$

pri čemu je $\mathbf{Y}^{(k)} = (y_0^{(k)} \ y_1^{(k)} \ \dots \ y_M^{(k)})^T$ vektor odbiraka procesiranog energetskog signala nakon filtriranja kosinusnim ili sinusnim filtrom u k -tom iterativnom koraku, a:

$$\mathbf{A}^{(k)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \cos \frac{2\pi}{N^{(k)}} & \sin \frac{2\pi}{N^{(k)}} & \cos \frac{2\pi}{N^{(k)}} & \sin \frac{2\pi}{N^{(k)}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos M \frac{2\pi}{N^{(k)}} & \sin M \frac{2\pi}{N^{(k)}} & M \cos M \frac{2\pi}{N^{(k)}} & M \sin M \frac{2\pi}{N^{(k)}} \end{pmatrix}_{M \times 4} \quad (3.77)$$

je matrica koeficijenata sistema (3.72). $\mathbf{X}^{(k)} = (A^{(k)} \ B^{(k)} \ C^{(k)} \ D^{(k)})^T$ je vektor nepoznatih parametara posmatranog matričnog sistema, koji se može rešiti metodom najmanjih kvadrata:

$$\mathbf{X}^{(k)} = ((\mathbf{A}^{(k)})^T \mathbf{A}^{(k)})^{-1} (\mathbf{A}^{(k)})^T \mathbf{Y}^{(k)}. \quad (3.78)$$

Za određene vrednosti parametra M , na primer za $M = N^{(k)} - 1$, $k = 0, 1, 2, \dots$, matricu $(\mathbf{A}^{(k)})^T \mathbf{A}^{(k)}$ je moguće izračunati u zatvorenom obliku, odnosno njene elemente je moguće simbolički odrediti. Na taj način značajno se smanjuje broj potrebnih računskih operacija za izvršenje MNK algoritma. Za $M = N^{(k)} - 1$, na osnovu identiteta izvedenih u drugom poglavlju disertacije, elementi matrice četvrtog reda $(\mathbf{A}^{(k)})^T \mathbf{A}^{(k)} = (a_{ij}^{(k)})_{4 \times 4}$ simbolički se mogu odrediti kao:

$$\begin{aligned} a_{11}^{(k)} &= \frac{N^{(k)}}{2}, \quad a_{12}^{(k)} = 0, \quad a_{13}^{(k)} = \frac{N^{(k)}(N^{(k)} - 2)}{4}, \quad a_{14}^{(k)} = -\frac{N^{(k)}}{4} \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{N^{(k)}}, \\ a_{21}^{(k)} &= a_{12}^{(k)}, \quad a_{22}^{(k)} = \frac{N^{(k)}}{2}, \quad a_{23}^{(k)} = -\frac{N^{(k)}}{4} \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{N^{(k)}}, \quad a_{24}^{(k)} = \frac{N^{(k)2}}{4}, \\ a_{31}^{(k)} &= a_{13}^{(k)}, \quad a_{32}^{(k)} = a_{23}^{(k)}, \quad a_{33}^{(k)} = \frac{N^{(k)}(N^{(k)} - 1)(N^{(k)} + 1)}{6} - \frac{N^{(k)}}{4} \operatorname{ctg}^2 \frac{2\pi}{N^{(k)}}, \\ a_{34}^{(k)} &= -\frac{N^{(k)2}}{2} \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{N^{(k)}}, \quad a_{41}^{(k)} = a_{14}^{(k)}, \quad a_{42}^{(k)} = a_{24}^{(k)}, \quad a_{43}^{(k)} = a_{34}^{(k)}, \\ a_{44}^{(k)} &= \frac{N^{(k)}(N^{(k)} - 1)(N^{(k)} - 2)}{6} + \frac{N^{(k)}}{4} \operatorname{ctg}^2 \frac{2\pi}{N^{(k)}}. \end{aligned} \quad (3.79)$$

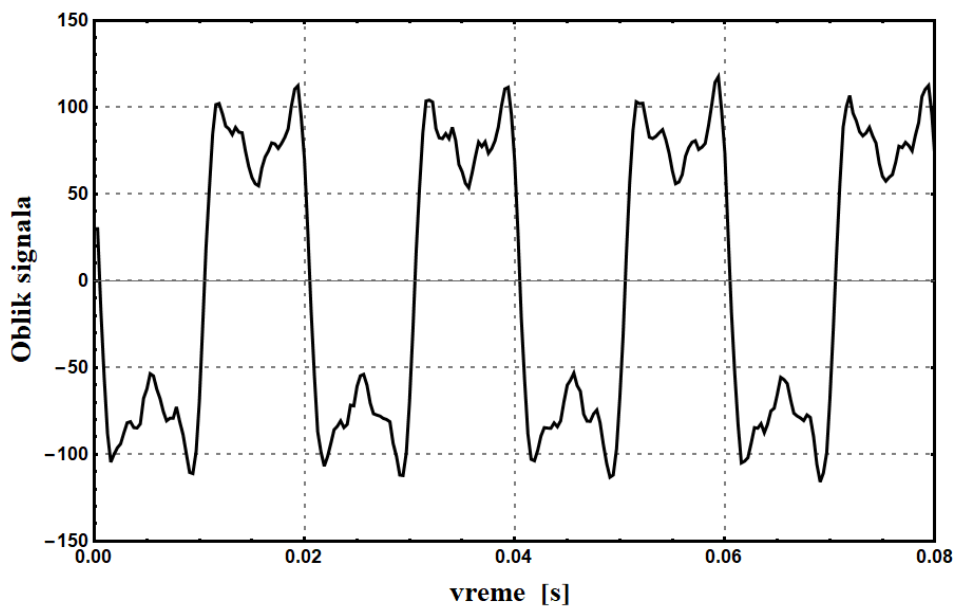
3.5. Uticaj viših harmonika i slučajnog šuma na performanse predloženih algoritama za estimaciju frekvencije

Viši harmonici u energetskom signalu su posledica različitih uticaja (funkcije samih transformatora, generatora, asinhronih motora, efekta zasićenja) i nelinearnih opterećenja koja se u savremenom EES - u javljaju i zbog sve veće upotrebe energetskih pretvarača [80]. Da bi se procenila osetljivost predloženih algoritama pri estimaciji noseće frekvencije na više harmonike kao i na različite nivoe šuma, testiranje njihovih performansi je izvršeno na kompjuterski generisanom signalu oblika [54]:

$$\begin{aligned}
y(t) = & 100 \cos\left(\omega_1 t + \frac{4\pi}{9}\right) + 50 \cos\left(3\omega_1 t + \frac{\pi}{3}\right) + \\
& + 20 \cos\left(5\omega_1 t + \frac{\pi}{4}\right) + 15 \cos\left(7\omega_1 t + \frac{\pi}{5}\right) + \\
& + 10 \cos\left(11\omega_1 t + \frac{\pi}{6}\right) + 20 + e(t),
\end{aligned} \tag{3.80}$$

gde je $e(t)$ aditivni signal šuma (beli šum).

Algoritmi su testirani za dve frekvencije odabiranja ($f_s = 3200\text{Hz}$ i $f_s = 6400\text{Hz}$) i dve vrednosti kružne frekvencije procesiranog energetskeg signala ($\omega_1 = 300\text{rad/s}$ i $\omega_1 = 301,5\text{ rad/s}$). Na slici 3.20 prikazan je vremenski oblik test signala (3.80) za $\omega_1 = 300\text{rad/s}$ i nivo šuma $\text{SNR}=30\text{ dB}$.



Slika 3.20. Vremenski oblik test signala (3.80) za $\omega_1 = 300\text{rad/s}$, $\text{SNR} = 30\text{ dB}$.

Kao kriterijumi za procenu performansi predloženih algoritama koriste se srednja vrednost μ (mera tačnosti estimacije) i standardno odstupanje σ (mera preciznosti estimacije). U tabelama 3.5 do 3.16 su prikazani rezultati testiranja za algoritme razvijene u disertaciji (NR algoritam, PM algoritam i MNK algoritam). Srednja vrednost i standardno odstupanje pri estimaciji amplitude, početne faze i kružne frekvencije osnovnog harmonika su određene na uzorku od 200 simulacija. U tabelama 3.5 do 3.10 frekvencija odabiranja je $f_s = 3200\text{Hz}$, odnosno broj odbiraka po nazivnoj periodi signala je $N = 64$. U tabelama 3.11 do 3.16 frekvencija odabiranja je $f_s = 6400\text{Hz}$ odnosno broj odbiraka po nazivnoj periodi signala je $N = 128$.

Tabela 3.5. Srednja vrednost i standardno odstupanje pri estimaciji kružne frekvencije signala definisanog sa (3.80). Tačna vrednost za kružnu frekvenciju je $\omega_1 = 300\text{rad/s}$.

		SNR = 60 dB	SNR = 50 dB	SNR = 40 dB	SNR = 30 dB
NR algoritam	μ	300,004	300,024	299,995	300,004
	σ	0,0124	0,0371	0,1149	0,4191
PM algoritam	μ	300,018	300,018	300,015	300,011
	σ	0,0077	0,0275	0,0807	0,2641
MNK algoritam	μ	300,032	300,044	300,033	299,886
	σ	0,051	0,164	0,522	1,594

Tabela 3.6. Srednja vrednost i standardno odstupanje pri estimaciji amplitude osnovnog harmonika signala definisanog sa (3.80). Tačna vrednost za amplitudu osnovnog harmonika je $A_1 = 100$.

		SNR = 60 dB	SNR = 50 dB	SNR = 40 dB	SNR = 30 dB
NR algoritam	μ	100,015	100,015	100,017	99,994
	σ	0,0096	0,0335	0,1071	0,3181
PM algoritam	μ	100,765	100,766	100,777	100,753
	σ	0,0087	0,0299	0,0987	0,3001
MNK algoritam	μ	100,011	100,005	100,006	100,032
	σ	0,1320	0,0414	0,1336	0,4370

Tabela 3.7. Srednja vrednost i standardno odstupanje pri estimaciji faze osnovnog harmonika signala definisanog sa (3.80). Tačna vrednost za početnu fazu osnovnog harmonika je $\varphi_1 = 1,39626\text{rad}$.

		SNR = 60 dB	SNR = 50 dB	SNR = 40 dB	SNR = 30 dB
NR algoritam	μ	1,395	1,395	1,395	1,395
	σ	0,00018	0,00047	0,00166	0,00561
PM algoritam	μ	1,395	1,395	1,395	1,395
	σ	0,00014	0,00045	0,00144	0,00424
MNK algoritam	μ	1,392	1,395	1,395	1,395
	σ	0,00017	0,00557	0,13361	0,05661

Tabela 3.8. Srednja vrednost i standardno odstupanje pri estimaciji kružne frekvencije signala definisanog sa (3.80). Tačna vrednost za kružnu frekvenciju je $\omega_1 = 301,5$ rad/s .

		SNR = 60 dB	SNR = 50 dB	SNR = 40 dB	SNR = 30 dB
NR algoritam	μ	301,436	301,437	301,448	301,481
	σ	0,0118	0,0386	0,1278	0,4131
PM algoritam	μ	301,261	301,261	301,262	301,238
	σ	0,0081	0,0263	0,0888	0,261
MNK algoritam	μ	300,921	300,937	300,942	300,959
	σ	0,0568	0,1713	0,5011	1,7968

Tabela 3.9. Srednja vrednost i standardno odstupanje pri estimaciji amplitude osnovnog harmonika signala definisanog sa (3.80). Tačna vrednost za amplitudu osnovnog harmonika je $A_1 = 100$.

		SNR = 60 dB	SNR = 50 dB	SNR = 40 dB	SNR = 30 dB
NR algoritam	μ	99,782	99,781	99,774	99,783
	σ	0,0098	0,0333	0,099	0,3241
PM algoritam	μ	100,551	100,549	100,548	100,576
	σ	0,0097	0,0312	0,0961	0,3231
MNK algoritam	μ	99,843	99,845	99,838	99,829
	σ	0,0136	0,0395	0,1266	0,4081

Tabela 3.10. Srednja vrednost i standardno odstupanje pri estimaciji faze osnovnog harmonika signala definisanog sa (3.80). Tačna vrednost za početnu fazu osnovnog harmonika je $\varphi_1 = 1,39626$ rad .

		SNR = 60 dB	SNR = 50 dB	SNR = 40 dB	SNR = 30 dB
NR algoritam	μ	1,4116	1,4116	1,4114	1,4114
	σ	0,00017	0,00054	0,00168	0,00591
PM algoritam	μ	1,4136	1,4134	1,4135	1,4132
	σ	0,00013	0,00377	0,00145	0,0041
MNK algoritam	μ	1,4118	1,4118	1,4117	1,4121
	σ	0,00017	0,00056	0,00181	0,00548

Tabela 3.11. Srednja vrednost i standardno odstupanje pri estimaciji kružne frekvencije signala definisanog sa (3.80). Tačna vrednost za kružnu frekvenciju je $\omega_1 = 300\text{rad/s}$.

		SNR = 60 dB	SNR = 50 dB	SNR = 40 dB	SNR = 30 dB
NR algoritam	μ	300,004	300,006	299,994	300,013
	σ	0,0086	0,0255	0,0085	0,2931
PM algoritam	μ	300,008	300,006	300,015	300,022
	σ	0,00632	0,0169	0,0576	0,1811
MNK algoritam	μ	300,031	300,018	299,994	299,978
	σ	0,03577	0,1095	0,3478	1,1141

Tabela 3.12. Srednja vrednost i standardno odstupanje pri estimaciji amplitude osnovnog harmonika signala definisanog sa (3.80). Tačna vrednost za amplitudu osnovnog harmonika je $A_1 = 100$.

		SNR = 60 dB	SNR = 50 dB	SNR = 40 dB	SNR = 30 dB
NR algoritam	μ	100,015	100,014	100,024	100,029
	σ	0,0071	0,022	0,071	0,2291
PM algoritam	μ	100,388	100,387	100,386	100,384
	σ	0,0074	0,0204	0,0676	0,2156
MNK algoritam	μ	100,011	100,011	100,018	100,021
	σ	0,0098	0,0314	0,0988	0,3061

Tabela 3.13. Srednja vrednost i standardno odstupanje pri estimaciji faze osnovnog harmonika signala definisanog sa (3.80). Tačna vrednost za početnu fazu osnovnog harmonika je $\varphi_1 = 1,39626\text{rad}$.

		SNR = 60 dB	SNR = 50 dB	SNR = 40 dB	SNR = 30 dB
NR algoritam	μ	1,3952	1,3952	1,3953	1,3952
	σ	0,00011	0,00035	0,00122	0,00401
PM algoritam	μ	1,3952	1,3952	1,3952	1,3952
	σ	0,00011	0,00029	0,00091	0,00288
MNK algoritam	μ	1,3952	1,3952	1,3952	1,3952
	σ	0,00111	0,00037	0,00118	0,00369

Tabela 3.14. Srednja vrednost i standardno odstupanje pri estimaciji kružne frekvencije signala definisanog sa (3.80). Tačna vrednost za kružnu frekvenciju je $\omega_1 = 301,5$ rad/s .

		SNR = 60 dB	SNR = 50 dB	SNR = 40 dB	SNR = 30 dB
NR algoritam	μ	301,537	301,537	301,534	301,551
	σ	0,00935	0,0275	0,0828	0,2671
PM algoritam	μ	301,584	301,584	301,584	301,566
	σ	0,0059	0,0192	0,0546	0,1910
MNK algoritam	μ	301,741	301,745	301,722	301,649
	σ	0,0297	0,0959	0,3281	1,1163

Tabela 3.15. Srednja vrednost i standardno odstupanje pri estimaciji amplitude osnovnog harmonika signala definisanog sa (3.80). Tačna vrednost za amplitudu osnovnog harmonika je $A_1 = 100$.

		SNR = 60 dB	SNR = 50 dB	SNR = 40 dB	SNR = 30dB
NR algoritam	μ	100,137	100,136	100,132	100,139
	σ	0,00697	0,02381	0,07331	0,23701
PM algoritam	μ	100,505	100,507	100,507	100,489
	σ	0,00627	0,0227	0,0687	0,2277
MNK algoritam	μ	100,095	100,092	100,089	100,088
	σ	0,0951	0,0296	0,0947	0,2782

Tabela 3.16. Srednja vrednost i standardno odstupanje pri estimaciji faze osnovnog harmonika signala definisanog sa (3.80). Tačna vrednost za početnu fazu osnovnog harmonika je $\varphi_1 = 1,39626$ rad .

		SNR = 60 dB	SNR = 50 dB	SNR = 40 dB	SNR = 30 dB
NR algoritam	μ	1,387	1,387	1,387	1,386
	σ	0,00127	0,00041	0,00121	0,00398
PM algoritam	μ	1,3863	1,3866	1,3866	1,3867
	σ	0,0001	0,0032	0,0009	0,0035
MNK algoritam	μ	1,387	1,387	1,387	1,386
	σ	0,00101	0,00036	0,00112	0,00385

Na osnovu dobijenih rezultata uočava se da sva tri opisana algoritma nude visoku tačnost u estimaciji posmatranih parametara, koja je veća što je SNR veći, i ukoliko je frekvencija odabiranja veća. Posebno treba istaći činjenicu da su sve tri procedure bazirane na primeni svedenih analitičkih izraza za proračun nepoznatih parametara procesiranog osnovnog fazora energetskog signala i da ne zahtevaju intenzivne računске operacije u praktičnoj implementaciji. Sve pobrojano čini ih izuzetno atraktivnim kandidatima za primenu u savremenim EES - ima.

4. Algoritmi za estimaciju fazora u uslovima kratkog spoja u EES - u

Savremeni sistemi za zaštitu, kontrolu, upravljanje i nadzor su zasnovani na primeni mikroprocesora i digitalnoj obradi signala. Veoma brz razvoj telekomunikacionih tehnika, PMU uređaja i informacionih tehnologija doveo je do intenzivnog razvoja i usavršavanja ovih sistema.

Jedan od najvažnijih zadataka relejne zaštite je detekcija kratkih spojeva u EES - u. Tačna, precizna i brza estimacija fazora osnovnog i viših harmonika je neophodna za pouzdan i siguran rad savremene relejne zaštite. Razvoj novih algoritama za estimaciju fazora, kao i usavršavanje postojećih je veoma aktuelna problematika u naučnoj literaturi. Iako veliki broj radova u prethodne dve decenije obuhvata razmatranje ovog problema, nije bilo sveobuhvatnog pristupa kojim bi se na dovoljno tačan i inženjerski jednostavan način došlo do praktično prihvatljivog rešenja. Sve pobrojano predstavljalo je razlog i ideju vodilju da se pristupi razvoju novih algoritama, koji će biti u stanju da isprate izuzetno zahtevnu dinamiku signala koji prate kratke spojeve u EES - u. Algoritam za estimaciju parametara fazora energetskog signala mora biti dovoljno tačan sa jedne strane a sa druge strane dovoljno brz i jednostavan za izvršavanje, kako bi zaštita bila u stanju da pouzdano, sigurno i brzo reaguje u situaciji kada se kratak spoj dogodi.

4.1. Kratki spojevi u EES - u

Aktivnosti koje se sprovode u cilju zaštite EES - a primenjuju se kako bi se minimizirali neželjeni efekti na rad samog sistema koji nastaju kao posledica kvarova i opasnih pogonskih stanja, koji su rezultat bilo spoljašnjih (najčešće atmosferskih), bilo unutrašnjih uticaja nastalih u samom EES - u. Shodno ovakvoj klasifikaciji, možemo razlikovati sledeće izvore neregularnosti u radu EES - a [2, 3]:

- prenaponi nastali atmosferskim pražnjenjem,
- prenaponi nastali radom rasklopne opreme,
- mehanička oštećenja ili mehaničko premošćavanje izolacije - npr. nekontrolisan rast drveća ispod trase dalekovoda, pad drveća, skupljanje kiše ili rose po površini izolatora, zaprljanost površine izolatora, pucanje užadi ili konzolnih nosača nastalo usled preopterećenja izazvanog formiranjem ledenog sloja itd.,
- toplotno preopterećenje koje je najčešće izazvano prekomernim strujama, ekstremno visokom ambijentalnom temperaturom, kvarovima u sistemu hlađenja itd.,
- starenje izolacije izazvano naprezanjima naponima koji su veći od najvišeg dozvoljenog radnog napona, mehaničkim i termičkim naprezanjima, koja dovode do gubitka njene dielektrične čvrstoće. Prenaponi koji su neznatno veći od naznačenog napona za opremu koja se koristi, mogu dovesti do proboja izolacije,
- greške u održavanju ili greške osoblja.

U EES - u se mogu pojaviti sledeće vrste kvarova i opasnih pogonskih stanja: kratki spojevi, zemljospojevi, nedozvoljeno visoki naponi (prenaponi), nedozvoljeno niski naponi, preopterećenja, nesimetrična opterećenja, deficit ili suficit projektovanog nivoa aktivne snage, prekidi provodnika itd.[3].

Kao posledica ovih neregularnosti u radu EES - a može doći do [2]:

- pojave prekomerne struje i posledično tome toplotnog preopterećenja, pri čemu kvar na jednom elementu ili delu postrojenja izaziva opasno pogonsko stanje drugog elementa u sistemu,
- uspostavljanja ili preniskog ili previsokog naponskog nivoa,
- oštećenje elemenata razvodnih postrojenja usled dinamičkih efekata struje kvara,
- pojave električnog luka koji je opasan i za ljude i za opremu,
- narušavanja stabilnosti sistema po raznim osnovama i parametrima,
- kaskadnog niza havarijskih događaja koji mogu dovesti do potpunog raspada sistema.

Najčešći kvarovi u EES - a su upravo već pomenuti kratki spojevi, pri čemu od svih mogućih tipova kratkih spojeva najčešći su jednopolni kratki spojevi, koji predstavljaju 70% do 95% ukupnog broja svih kratkih spojeva [5].

Nadzemni vodovi su, kao elementi EES - a, najviše izloženi spoljašnjim uticajima, pri čemu se 90% ukupnog broja kratkih spojeva na njima odnosi na prolazne kratke spojeve koji su izazvani bilo od strane atmosferskog pražnjenja (preskoci kroz vazдушnu izolaciju između rogova ili reketa na izolatorskim lancima) ili od drugih atmosferskih uticaja (kiša, rosa, naglo otapanje leda sa provodnika itd.). Broj kvarova na nadzemnim vodovima najviše zavisi od broja grmljavinskih dana u godini za posmatrano područje (keraunički nivo). Pored atmosferskih uticaja čest uzrok kvarova na nadzemnim vodovima je i njihovo slabo održavanje, odnosno neadekvatan monitoring trase dalekovoda [5].

Kod drugih elemenata EES - a kao što su energetske transformatori, generatori i motori, kvarovi najčešće nastaju kao posledica starenja (slabljenja) i oštećenja izolacije, koje je rezultat naprezanja koje po prirodi može biti [5]:

- električno, usled atmosferskih i sklopnih prenapona,
- mehaničko, izazvano dinamičkim silama usled kratkih spojeva, vibracijom itd.,
- termičko, kao posledica zagrevanja ili hlađenja,
- hemijsko.

Sve gore navedeno dovodi do neminovnog starenja i slabljenja izolacije i pojave kratkih spojeva izazvanih probijem izolacije.

Kratki spojevi u EES - u predstavljaju nenormalno pogonsko stanje koje se mora detektovati adekvatnom relejnom zaštitom. Savremena mikroprocesorska relejna zaštita detekciju sprovodi na osnovu analize talasnih oblika napona i struja u mernim tačkama. Većina zaštitnih funkcija se temelji na estimaciji fazora osnovnog harmonika signala napona i struje, kao što su: prekostrujna, podnaponska i distantna numerička zaštita. Međutim, za blokadu nepotrebnog delovanja numeričke diferencijalne zaštite energetskog transformatora, usled pojave udarne struje magnećenja, potrebna je estimacija parametara drugog i četvrtog harmonika [6].

Za estimaciju parametara fazora osnovnog i viših harmonika signala napona i struje numerički releji koriste tehnike digitalne obrade signala. Poređenjem estimiranih vrednosti sa unapred specificiranim pragovima (postavkama) vrši se generisanje zaštitne odluke. Ako se u EES - u dogodio kratak spoj preduzima se odgovarajuća upravljačka akcija: isključenje prekidača, signalizacija pogonskom osoblju ili alarm [2].

Da bi numerički relej bio u stanju da procesira naponski signal u mernim tačkama EES - a, amplituda napona se mora sniziti (prilagoditi) uz pomoć naponskih transformatora (NT) na naznačenu vrednost koja iznosi $100/\sqrt{3}$ V ili $110/\sqrt{3}$ V ako se meri fazni napon odnosno na 100V ili 110V ako se meri međufazni napon. Struje nadzemnih vodova ili podzemnih kablova takođe se prilagođavaju po intenzitetu ukoliko su one predmet obrade u numeričkim relejima, za šta se koriste strujni transformatori (ST) čije su sekundarne struje standardizovane na naznačene vrednosti od 1A ili 5A [52].

U toku kratkog spoja koji može nastupiti u EES - u, strujni signal koji nastaje kao rezultat prirodnog odziva sistema na ovaj događaj može sadržati i OJK - tu koja se superponira na već postojeću prostoperiodičnu komponentu, dok sam naponski signal ostaje približno sinusoidalnog talasnog oblika. Prisustvo ove OJK - te značajno degradira talasni oblik strujnog signala. Za pouzdanu estimaciju potrebno je posedovati tačan prikaz primarne struje kvara u sekundarnom kolu ST. Sekundarna struja ST sadrži dve OJK - te iako primarna struja sadrži samo jednu OJK - tu [52].

Na osnovu rezultata merenja u realnom sistemu poznato je da primarna OJK poseduje vremensku konstantu (dinamiku) koja se kreće u intervalu od polovine do pet perioda osnovnog harmonika strujnog signala, dok je vremenska konstanta sekundarne OJK - te približno jednaka trajanju dvadeset perioda osnovnog harmonika [48].

U mnogim radovima se u algoritmima za estimaciju fazora u obzir uzima samo primarna OJK, a zanemaruje sekundarna OJK. Međutim, na tačnost i brzinu konvergencije algoritma za estimaciju fazora utiče i prisutna sekundarna OJK iz kog razloga se i ona mora uzeti u obzir pri estimaciji osnovnog fazora struje [81].

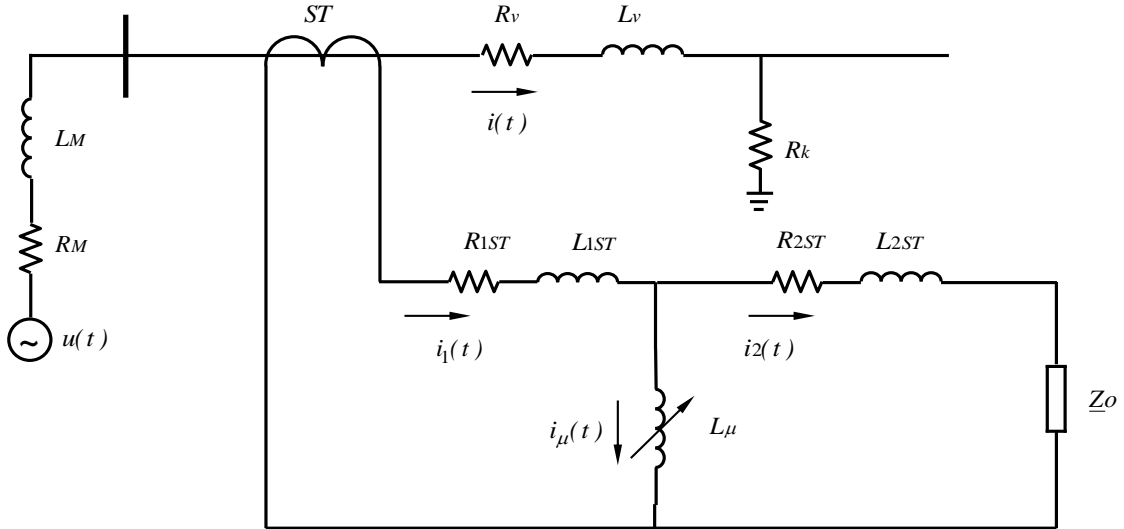
Pored mernih transformatora (ST i NT), i drugi elementi analognog podsistema za obradu (pomoćni transformatori i niskopropusni filtri), predstavljaju izvor grešaka u estimacionoj proceduri. Kao rezultat odabiranja strujnog signala na izlazu analognog podsistema kojim se odbirci prevode u naponski ekvivalent, javlja se signal koji sadrži četiri OJK - te ili pet OJK - ti različite dinamike i amplitude [82]. Iz svih pobrojanih razloga u procesu dizajniranja algoritama za estimaciju fazora veoma je važno tačno modelovati strujni i naponski signal koji su predmet procesiranja, nakon pojave kratkog spoja u EES - u.

4.1.1. Model struja kratkog spoja na sekundarnoj strani ST

Merni transformatori (ST i NT) predstavljaju vitalni deo sistema za zaštitu u EES - u. Zaštitni releji su najčešće sekundarnog tipa, tako da se ST - om i NT - om izvodi verno preslikavanje primarnih struja i napona na srazmerno niže i standardizovane vrednosti koje zahteva zaštitna oprema. Pored toga oni obezbeđuju i galvansko izolovanje između visokonaponske mreže i releja [52].

Model struje kratkog spoja na primarnoj i sekundarnoj strani ST tokom kratkog spoja izveden je na osnovu uprošćenog modela mreže prikazanog na slici 4.1. [82]. Mreža je

predstavljena Thevenenovim ekvivalentnim naponskim generatorom $u(t)$ i impedansom $R_M + j\omega L_M$, dok je ST modelovan T zamenskom šemom u kojoj su zanemareni gubici u gvožđu. Nadzemni vod je modelovan ekvivalentnom impedansom $R_V + j\omega L_V$, a R_K predstavlja prelazni otpor na mestu kvara.



Slika 4.1. Pojednostavljen model mreže na mestu kratkog spoja [82].

Talasni oblik struje $i(t)$ se može odrediti iz jednačine dinamičke ravnoteže:

$$u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}, \quad (4.1)$$

gde je $R = R_M + R_V + R_K$, $L = L_M + L_V$. ST se vezuje redno u električno kolo tako da struja $i(t)$ protiče kroz njegov primarni namotaj, iz tog razloga u izrazima za R i L trebalo bi uzeti u obzir njegove parametre. Međutim, parametri zamenske šeme ST su mnogo manji od R i L tako da ne utiču na primarnu struju $i(t)$ ni u ustaljenom ni u prelaznim režimima, pa se mogu zanemariti u prethodnim izrazima. Polazeći od pretpostavke da je ekvivalentni Thevenenov generator definisan kao:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \alpha), \quad (4.2)$$

gde je U_m amplituda, ω je kružna frekvencija, a α je početna faza u trenutku nastanka kvara. Ako je struja $i(t)$ neposredno pre nastanka kratkog spoja $i(0)$, rešenje jednačine (4.1) za $t > 0$ je oblika:

$$i(t) = I_{m1} \sin(\omega t + \alpha + \varphi) + I_a e^{-t/T_1}, \quad (4.3)$$

gde je $I_{m1} = \frac{U_m}{\sqrt{(\omega L)^2 + R^2}}$, $\varphi = \arctg \frac{-\omega L}{R}$, $I_a = i(0) - I_{m1} \sin(\alpha + \varphi)$, $T_1 = \frac{L}{R}$.

Očigledno je da se struja kvara sastoji od dve komponente: ustaljene komponente koja nastaje kao rezultat prinudnog odziva i tranzijentne komponente tj. sopstvenog odziva ekvivalentnog kola definisanog jednačinom (4.1). Ustaljena komponenta odziva poseduje

istu frekvenciju kao i pobudni ekvivalentni generator, dok se tranzijentna komponenta sastoji iz dva člana. Prvi član tranzijentne komponente je funkcija struje neposredno pre nastanka kvara, a drugi predstavlja sopstveni odziv na prisutnu eksitaciju i zavisi od trenutka u kome nastupa kvar. Parametri elemenata zamenske šeme ST - a su svedeni na sekundarnu stranu, a $i_1(t)$ je svedena primarna struja:

$$i_1(t) = \frac{i(t)}{m_{ST}}, \quad (4.4)$$

gde je m_{ST} naznačeni prenosni odnos ST. Talasni oblik struje $i_2(t)$ se može odrediti iz sledećih jednakosti:

$$\begin{aligned} i_1(t) &= i_\mu(t) + i_2(t), \\ L_\mu \frac{di_\mu}{dt} &= R_2 i_2(t) + L_2 \frac{di_2}{dt}, \end{aligned} \quad (4.5)$$

gde su $R_2 = R_{2ST} + R_o$ i $L_2 = L_{2ST} + L_o$ otpornost i induktivnost sekundarnog namotaja ST i priključenog opterećenja, a L_μ je induktivnost grane magnećenja ST. Koristeći Laplasovu transformaciju (4.5) se može zapisati kao:

$$\begin{aligned} I(s) &= I_\mu(s) + I_2(s), \\ L_\mu (sI_\mu(s) - i_\mu(0)) &= R_2 I_2(s) + L_2 (sI_2(s) - i_2(0)). \end{aligned} \quad (4.6)$$

Pre nastanka kratkog spoja ST za zaštitu radi daleko ispod kolena krive magnećenja, tako da se struja magnećenja u početnom trenutku može zanemariti, odnosno $i_\mu(0) = 0$ [82]. Takođe, induktivnost sekundarnog namotaja ST se može zanemariti tako da je $i_2(0) = 0$. Nakon sređivanja, (4.6) se svodi na:

$$I_2(s) = \frac{sL_\mu}{R_2 + s(L_\mu + L_2)} I(s), \quad (4.7)$$

gde je:

$$I(s) = I_{m1} \frac{\omega \cos(\alpha + \varphi) + s \sin(\alpha + \varphi)}{\omega^2 + s^2} + I_a \frac{T_1}{1 + sT_1}. \quad (4.8)$$

Kada se (4.8) zameni u (4.7) i izračuna inverzna Laplasova transformacija, dobija se:

$$\begin{aligned} i_2(t) &= I_{m2} \sin(\omega t + \alpha + \varphi + \psi_1) + I_a \frac{L_\mu}{L_\mu + L_2} \left(\frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-t/T_2} - \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-t/T_1} \right) \\ &+ \frac{I_{m2}}{\omega T_2} e^{-t/T_2} \sin(\alpha + \varphi + \psi_1), \end{aligned} \quad (4.9)$$

gde je $I_{m2} = I_m \frac{\omega L_\mu}{\sqrt{(\omega(L_2 + L_\mu))^2 + R_2^2}}$, $\psi_1 = \arctg \frac{-\omega(L_2 + L_\mu)}{R_2}$, $T_2 = \frac{L_2 + L_\mu}{R_2}$. Jednakost

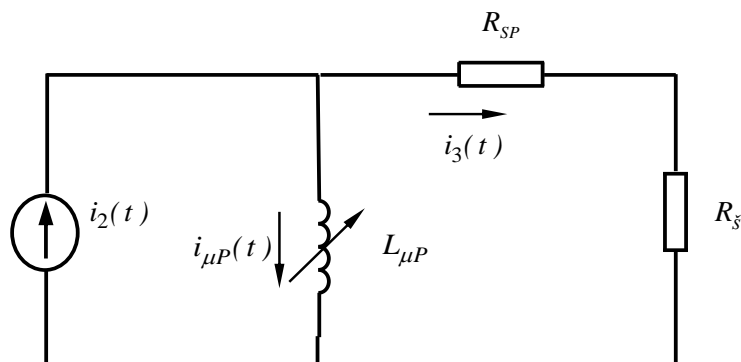
(4.9) se može sažetije zapisati kao:

$$i_2(t) = I_{m2} \sin(\omega t + \phi_1) + D_{S1} e^{-t/T_1} + D_{S2} e^{-t/T_2}, \quad (4.10)$$

pri čemu su D_{S1} i D_{S2} amplitude sekundarnih OJK-ti.

4.1.2. Model struje kratkog spoja na sekundarnoj strani pomoćnog strujnog transformatora

Pomoćni ST služe da bi se ostvarila galvanska izolacija numeričkog releja od EES - a, pri čemu njegov izlaz treba prilagoditi naponskom nivou koji zahteva proces konverzije u AD konvertoru. Pretvaranje sekundarne struje ST u napon vrši se pomoću preciznog otpornika (šanta). Struja kratkog spoja na sekundarnoj strani pomoćnog ST u toku trajanja kratkog spoja izvedena je na osnovu uprošćenog modela prikazanog na slici 4.2 [6].



Slika 4.2. „T“ zamenska šema pomoćnog strujnog transformatora.

Na slici 4.2, R_s je otpor šanta, R_{SP} ekvivalentni otpor sekundara, a $L_{\mu P}$ induktivnost grane magnećenja pomoćnog transformatora. Talasni oblik struje $i_3(t)$ se može odrediti iz sledećih jednakosti:

$$\begin{aligned} i_2(t) &= i_{\mu P}(t) + i_3(t), \\ L_{\mu P} \frac{di_{\mu P}}{dt} &= R_3 i_3(t), \end{aligned} \quad (4.11)$$

gde je $R_3 = R_{SP} + R_s$, a $L_{\mu P}$ je induktivnost grane magnećenja pomoćnog transformatora. Primenjujući Laplasovu transformaciju na (4.11) dolazimo do sledećeg zapisa gornjeg sistema jednačina:

$$\begin{aligned} I_2(s) &= I_{\mu P}(s) + I_3(s), \\ L_{\mu P} (sI_{\mu P}(s) - i_{\mu P}(0)) &= R_3 I_3(s). \end{aligned} \quad (4.12)$$

Početna struja magnećenja $i_{\mu}(0)$ može se zanemariti. Nakon sređivanja (4.12) postaje:

$$I_3(s) = \frac{sL_{\mu P}}{R_3 + sL_{\mu P}} I_2(s), \quad (4.13)$$

gde je $I_2(s)$ Laplasova transformacija struje definisane izrazom (4.10):

$$I_2(s) = I_{m2} \frac{\omega \cos \phi_1 + s \sin \phi_1}{\omega^2 + s^2} + D_{s1} \frac{T}{1 + sT} + D_{s2} \frac{T_2}{1 + sT_2}. \quad (4.14)$$

Kada se (4.14) zameni u (4.13) i izračuna inverzna Laplasova transformacija, dobija se:

$$i_3(t) = I_{m3} \sin(\omega t + \phi_1 + \psi_2) + D_{S1} \left(\frac{T_p}{T_p - T} \cdot e^{-\frac{t}{T}} - \frac{T}{T_p - T} \cdot e^{-\frac{t}{T_p}} \right) +$$

$$+ D_{S2} \left(\frac{T_p}{T_p - T_2} \cdot e^{-\frac{t}{T}} - \frac{T_2}{T_p - T_2} \cdot e^{-\frac{t}{T_p}} \right) + \frac{I_{m3}}{\omega T_p} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} \cdot \sin(\phi_1 - \psi_2), \quad (4.15)$$

gde je $I_{m3} = I_{m2} \frac{\omega L_{\mu P}}{\sqrt{(\omega L_{\mu P})^2 + R_3^2}}$, $\psi_2 = \arctg \frac{\omega L_{\mu P}}{R_3}$, $T_p = \frac{L_{\mu P}}{R_3}$. Izraz (4.15) se može sažetije

napisati na sledeći način:

$$i_3(t) = I_{m3} \sin(\omega t + \phi_2) + D_{P1} e^{-t/T} + D_{P2} e^{-t/T_2} + D_{P3} e^{-t/T_p}, \quad (4.16)$$

gde su D_{P1} , D_{P2} i D_{P3} amplitude primarnih OJK - ti, $\phi_2 = \phi_1 + \psi_2$.

4.1.3. Model naponskog signala na izlazu niskopropusnog filtra

U skladu sa teoremom o odabiranju analogni vremenski kontinualan signal se mora semplovati frekvencijom odabiranja koja je veća od Nikvistove frekvencije. Iz tog razloga se pre odabiranja signal koji je predmet procesiranja, propušta kroz analogni niskopropusni filter, tako da se na njegovom izlazu pojavljuju samo one harmonijske komponente čija je frekvencija niža od frekvencije f_k , harmonika koji je bitan za zaštitu. Granična frekvencija f_c filtra se specificira na način da bude zadovoljena sledeća nejednakost [2]:

$$f_k < f_c < \frac{f_s - f_k}{3}. \quad (4.17)$$

Analogni niskopropusni filteri, po načinu realizacije, mogu biti aktivni ili pasivni. Birajući filter višeg reda (prenosna funkcija mu je takvog oblika) u prilici smo da njegovu karakteristiku približimo idealnoj. Idealna karakteristika se praktično nikada ne može ostvariti, i zato se i aproksimira njoj najbližom funkcijom prenosa, a u skladu sa projektnim zahtevom. Kao aproksimativne funkcije u praksi se najčešće koriste Batervortova, Čebiševljeva i Beselova funkcija [83].

Naponski signal koji se sa šanta poznate otpornosti R_s dovodi na ulaz niskopropusnog filtra može se opisati sledećom funkcionalnom relacijom:

$$v_u(t) = V_F \sin(\omega t + \phi_2) + D_{F1} e^{-t/T} + D_{F2} e^{-t/T_2} + D_{F3} e^{-t/T_p}, \quad (4.18)$$

pri čemu je $V_F = R_s I_{m3}$, $D_{Fi} = R_s D_{Pi}$, $i = 1, 2, 3$. Ako se koristi niskopropusni filter prvog reda čija je funkcija prenosa [25]:

$$H_1(s) = \frac{1}{RCs + 1}, \quad (4.19)$$

odgovarajući naponski signal na njegovom izlazu u Laplasovom domenu se može opisati kao:

$$V_i(s) = V_u(s) H_1(s), \quad (4.20)$$

odnosno:

$$V_i(s) = \left(V_F \frac{\omega \cos \phi_2 + s \sin \phi_2}{\omega^2 + s^2} + D_{F1} \frac{T}{1 + sT} + D_{F2} \frac{T_2}{1 + sT_2} + D_{F3} \frac{T_p}{1 + sT_p} \right) \frac{1}{1 + sT_F}. \quad (4.21)$$

Inverzna Laplasova transformacija ovako definisanog izlaznog naponskog signala je oblika:

$$v_i(t) = V_M \sin(\omega t + \phi) + D_1 e^{-t/T} + D_2 e^{-t/T_2} + D_3 e^{-t/T_p} + D_4 e^{-t/T_F}. \quad (4.22)$$

Iz gornje relacije je jasno da se nakon filtriranja generiše nova OJK. Ako je pak niskopropusni filter drugog reda u procesiranom signalu će se pojaviti dve nove OJK - te [84]. Ove OJK - te mogu prouzrokovati smetnje i nepouzdan rad zaštitnog sistema iz sledećih razloga:

- mogu dovesti ST u zasićenje, što kao posledicu daje netačno preslikavanje primarnog strujnog signala na sekundar, a samim tim će usloviti nepravilno funkcionisanje kola za zaštitu [85],
- OJK - te generisane od strane struje kvara su aperiodični signali i njihov frekvencijski spektar je vrlo širok, što utiče na tačnost u estimaciji fazora. DFT je naješće korišćena tehnika za estimaciju fazora u sistemima za relejnu zaštitu baziranim na upotrebi mikroprocesora. Ona poseduje brz vremenski odziv i zadovoljavajuću robustnost na prisustvo viših harmonika i šuma. Međutim, ukoliko u struji kvara postoje OJK - te doći će do nedozvoljenih oscilacija u DFT rezultatima, a time i do nepravilne reakcije kola za zaštitu [23].

4.2. Estimacija fazora nerekurzivnom DFT metodom u uslovima kratkog spoja u EES - u

U opštem slučaju, struja kratkog spoja u EES - u koja se meri ST - om i naponski signal na izlazu niskopropusnog filtra, pored osnovnog harmonika sadrže i više harmonijske komponente (naponski signal poseduje ograničen spektralni sadržaj), OJK - tu (naponski ima više OJK - ti) i slučajni (aditivni) šum. Procesoru numeričkog releja dovodi se niz diskretnih odbiraka naponskog signala. Tako formirani niz naponskih odbiraka matematički se može opisati na sledeći način [28, 53]:

$$v[n] = \sum_{j=1}^{N/2-1} A_j \cos\left(\frac{2\pi j}{N} n + \phi_j\right) + D_1 e^{-\frac{nT_s}{\tau_1}} + D_2 e^{-\frac{nT_s}{\tau_2}} + e(n), \quad (4.23)$$

pri čemu su V_j i ϕ_j redom amplituda i fazni ugao j - tog harmonika, D_1 je amplituda primarne OJK - te na ulazu AD konvertora, D_2 amplituda sekundarne OJK - te na ulazu AD konvertora, τ_1 vremenska konstanta primarne OJK - te, τ_2 vremenska konstanta sekundarne OJK - te, T_s je perioda odabiranja, $e(n)$ odbirak slučajnog šuma, a N broj odbiraka po jednoj periodi procesiranog signala.

U pretpostavljenom matematičkom modelu signala uzeto je da su sve sinusne komponente sa frekvencijama većim od $N/2 - 1$ eliminisane niskopropusnim filtrom, da postoje dve OJK - te sa najvećim amplitudama i najmanjim vremenskim konstantama, tj.

one koje poseduju najveću dinamiku. Prva, primarna OJK, prouzrokovana je sopstvenim odzivom sistema na struju kratkog spoja, dok je druga, sekundarna OJK, nastala kao rezultat preslikavanja primarne OJK - te na sekundar ST - a. Sve preostale OJK - te se na ovaj način zanemaruju i pridodaju signalu šuma, koji praktično obuhvata sve greške nastale u lancu akvizicije i konverzije podataka u digitalni ekvivalent. Treba napomenuti da u značajnom broju do sada publikovanih radova na ovu temu, matematički model signala je ograničen na samo primarnu OJK - tu, iz kog razloga dolazi do značajne greške u DFT rezultatima [29].

Sukcesivnim pomeranjem prozora podataka dobija se niz realnih i imaginarnih delova fazora (nerekurzivna procedura) [53]:

$$X_{RF} = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v[n+k] \cos \frac{2\pi}{N} n, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.24)$$

$$X_{IF} = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v[n+k] \sin \frac{2\pi}{N} n, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4.25)$$

Ako u (4.24) unesemo (4.23), dobija se za realni deo fazora:

$$\begin{aligned} X_{RF}(k) &= \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left(\sum_{j=1}^{N/2-1} A_j \cos \left(\frac{2\pi j}{N} (n+k) + \varphi_j \right) \right) \cos \frac{2\pi}{N} n \\ &+ \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left(\sum_{j=1}^{N/2-1} D_1 e^{-\frac{(n+k)T_s}{\tau_1}} \right) \cos \frac{2\pi}{N} n + \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left(\sum_{j=1}^{N/2-1} D_2 e^{-\frac{(n+k)T_s}{\tau_2}} \right) \cos \frac{2\pi}{N} n + \\ &+ \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left(\sum_{j=1}^{N/2-1} e(n+k) \right) \cos \frac{2\pi}{N} n, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (4.26)$$

što se može zapisati kao:

$$X_{RF}(k) = X_{RF}^1(k) + X_{RF}^2(k) + X_{RF}^3(k) + X_{RF}^4(k), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4.27)$$

Ako u (4.25) unesemo (4.23), dobija se za imaginarni deo fazora:

$$\begin{aligned} X_{IF}(k) &= \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left(\sum_{j=1}^{N/2-1} A_j \cos \left(\frac{2\pi j}{N} (n+k) + \varphi_j \right) \right) \sin \frac{2\pi}{N} n + \\ &+ \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left(\sum_{j=1}^{N/2-1} D_1 e^{-\frac{(n+k)T_s}{\tau_1}} \right) \sin \frac{2\pi}{N} n + \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left(\sum_{j=1}^{N/2-1} D_2 e^{-\frac{(n+k)T_s}{\tau_2}} \right) \sin \frac{2\pi}{N} n + \\ &+ \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left(\sum_{j=1}^{N/2-1} e(n+k) \right) \sin \frac{2\pi}{N} n, \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (4.28)$$

što se može zapisati kao:

$$X_{IF}(k) = X_{IF}^1(k) + X_{IF}^2(k) + X_{IF}^3(k) + X_{IF}^4(k), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4.29)$$

Na osnovu dobro poznatog identiteta iz trigonometrije:

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)), \quad (4.30)$$

dobija se:

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{2\pi j}{N}(n+k)+\varphi_j\right)\cos\left(\frac{2\pi}{N}n\right) &= \\ &= \frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{2\pi}{N}(n(j+1)+k)+\varphi_j\right)+\cos\left(\frac{2\pi}{N}(n(j-1)+k)+\varphi_j\right)\right). \end{aligned} \quad (4.31)$$

Kako je već dokazano u drugom poglavlju da je:

$$\sum_{n=0}^{N-1}\cos\left(\frac{2\pi}{N}nl+\varphi\right)=\begin{cases} 0, & l \neq 0 \\ N\cos\varphi, & l = 0, \end{cases} \quad (4.32)$$

za prvi član u (4.27) dobija se:

$$\begin{aligned} X_{RF}^1(k) &= \frac{2}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\left(\sum_{j=1}^{N/2-1}A_j\cos\left(\frac{2\pi j}{N}(n+k)+\varphi_j\right)\right)\cos\frac{2\pi}{N}n = \\ &= A_1\cos\left(\frac{2\pi}{N}k+\varphi_1\right), \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (4.33)$$

Kako je:

$$\cos\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)), \quad (4.34)$$

sledi da je:

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{2\pi j}{N}(n+k)+\varphi_j\right)\sin\left(\frac{2\pi}{N}n\right) &= \\ &= \frac{1}{2}\left(\sin\left(\frac{2\pi}{N}(n(j+1)+k)+\varphi_j\right)-\sin\left(\frac{2\pi}{N}(n(j-1)+k)+\varphi_j\right)\right). \end{aligned} \quad (4.35)$$

Na osnovu dokaza iz drugog poglavlja disertacije:

$$\sum_{n=0}^{N-1}\sin\left(\frac{2\pi}{N}nl+\varphi\right)=\begin{cases} 0, & l \neq 0, \\ N\sin\varphi, & l = 0, \end{cases} \quad (4.36)$$

sledi da se prvi član u izrazu (4.29) može predstaviti kao:

$$\begin{aligned} X_{IF}^1(k) &= \frac{2}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\left(\sum_{j=1}^{N/2-1}A_j\cos\left(\frac{2\pi j}{N}(n+k)+\varphi_j\right)\right)\sin\left(\frac{2\pi}{N}n\right) = \\ &= -A_1\sin\left(\frac{2\pi}{N}k+\varphi_1\right), \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (4.37)$$

Da bi odredili vrednosti drugih članova u izrazima (4.27) i (4.29) formiraćemo sledeću funkcionalnu vezu:

$$X_{RF}^2(k) + jX_{IF}^2(k) = \frac{2}{N}\sum_{n=0}^{N-1}D_1e^{-\frac{(n+k)T_s}{\tau_1}}e^{j\frac{2\pi}{N}n} = \frac{2}{N}D_1e^{-\frac{kT_s}{\tau_1}}\sum_{n=0}^{N-1}e^{-\frac{nT_s}{\tau_1}}e^{j\frac{2\pi}{N}n}. \quad (4.38)$$

Koristeći formulu za zbir prvih N članova geometrijske progresije:

$$1 + q + q^2 + \dots + q^{N-1} = \frac{q^N - 1}{q - 1}, \quad (4.39)$$

za sumu u (4.38) se dobija:

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{N-1} e^{-\frac{nT_s}{\tau_1}} e^{j\frac{2\pi n}{N}} &= \frac{e^{-\frac{NT_s}{\tau_1}} - 1}{e^{-\frac{NT_s}{\tau_1}} e^{j\frac{2\pi N}{N}} - 1} = \frac{\left(e^{-\frac{NT_s}{\tau_1}} - 1 \right) \cdot \left(e^{\frac{T_s}{\tau_1}} e^{-j\frac{2\pi}{N}} - 1 \right)}{e^{-\frac{2NT_s}{\tau_1}} - e^{-\frac{NT_s}{\tau_1}} \left(e^{j\frac{2\pi}{N}} + e^{-j\frac{2\pi}{N}} \right) + 1} = \\ &= \frac{\left(e^{-\frac{NT_s}{\tau_1}} - 1 \right) \cdot \left(e^{\frac{T_s}{\tau_1}} e^{-j\frac{2\pi}{N}} - 1 \right)}{e^{-\frac{2NT_s}{\tau_1}} - 2e^{-\frac{NT_s}{\tau_1}} \cos \frac{2\pi}{N} + 1}. \end{aligned} \quad (4.40)$$

Iz (4.40) i (4.38) sledi da se drugi član realnog dela fazora može odrediti na osnovu sledeće formule:

$$X_{RF}^2(k) = \frac{2}{N} D_1 (E_1^N - 1) \frac{E_1 \cos \frac{2\pi}{N} - 1}{E_1^2 - 2E_1 \cos \frac{2\pi}{N} + 1} e^{-\frac{kT_s}{\tau_1}}, \quad E_1 = e^{-\frac{T_s}{\tau_1}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.41)$$

što se može zapisati i kao:

$$X_{RF}^2(k) = D_{RF1} e^{-\frac{kT_s}{\tau_1}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4.42)$$

Na osnovu (4.40) i (4.38), drugi član imaginarnog dela fazora se može odrediti sa:

$$X_{IF}^2(k) = \frac{2}{N} D_1 (E_1^N - 1) \frac{-E_1 \sin \frac{2\pi}{N}}{E_1^2 - 2E_1 \cos \frac{2\pi}{N} + 1} e^{-\frac{kT_s}{\tau_1}}, \quad E_1 = e^{-\frac{T_s}{\tau_1}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.43)$$

što se ekvivalentno može napisati:

$$X_{IF}^2(k) = D_{IF1} e^{-\frac{kT_s}{\tau_1}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4.44)$$

Istom procedurom dolazimo do vrednosti trećeg člana u (4.27):

$$X_{RF}^3(k) = \frac{2}{N} D_2 (E_2^N - 1) \frac{E_2 \cos \frac{2\pi}{N} - 1}{E_2^2 - 2E_2 \cos \frac{2\pi}{N} + 1} e^{-\frac{kT_s}{\tau_2}}, \quad E_2 = e^{-\frac{T_s}{\tau_2}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.45)$$

$$X_{RF}^3(k) = D_{RF2} e^{-\frac{kT_s}{\tau_2}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.46)$$

odnosno trećeg člana u (4.29):

$$X_{IF}^3(k) = \frac{2}{N} D_2 (E_2^N - 1) \frac{-E_2 \sin \frac{2\pi}{N}}{E_2^2 - 2E_2 \cos \frac{2\pi}{N} + 1} e^{\frac{-kT_s}{\tau_2}}, \quad E_2 = e^{\frac{T_s}{\tau_2}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.47)$$

$$X_{IF}^3(k) = D_{IF2} e^{\frac{-kT_s}{\tau_2}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4.48)$$

Četvrti sabirci u (4.27) i (4.29) su posledica aditivnog belog šuma nakon filtriranja signala oblika (4.23) kosinusnim filtrom definisanim sa (4.24), odnosno sinusnim filtrom definisanim sa (4.25):

$$X_{RF}^4(k) = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} e(n+k) \cos \frac{2\pi}{N} n = e_1(k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.49)$$

$$X_{IF}^4(k) = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} e(n+k) \sin \frac{2\pi}{N} n = e_2(k), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4.50)$$

Kada se nakon svih izvođenja sve izračunate komponente uvrste u (4.27) odnosno (4.29), dobija se:

$$X_{RF}(k) = A_1 \cos \left(\frac{2\pi}{N} k + \varphi_1 \right) + D_{RF1} e^{\frac{kT_s}{\tau_1}} + D_{RF2} e^{\frac{kT_s}{\tau_2}} + e_1(k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.51)$$

$$X_{IF}(k) = -A_1 \sin \left(\frac{2\pi}{N} k + \varphi_1 \right) + D_{IF1} e^{\frac{kT_s}{\tau_1}} + D_{IF2} e^{\frac{kT_s}{\tau_2}} + e_2(k), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4.52)$$

Prethodna analiza pokazuje da sinusni i kosinusni filter eliminišu više harmonike u procesiranom naponskom signalu, ali dovode do preslikavanja OJK - te uz umanjivanje njene amplitude i zadržavanje vrednosti vremenske konstante, a istovremeno slabe prisutni slučajni šumni signal. Amplitudu i fazu osnovnog harmonika određujemo na osnovu (4.53):

$$A_1 = \sqrt{X_{RF}(k)^2 + X_{IF}(k)^2}, \quad (4.53)$$

$$\varphi_1 = -\arctg \frac{X_{IF}(k)}{X_{RF}(k)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Na osnovu izraza (4.51), (4.52) i (4.53), jasno je da OJK - te imaju veliki uticaj na tačnost estimacije osnovnog harmonika. Za tačniju estimaciju, tj. preciznije određivanje amplitude A_1 i faznog ugla φ_1 potrebno je što tačnije izvršiti estimaciju amplituda D_{RF1} , D_{RF2} , D_{IF1} i D_{IF2} , kao i vremenskih konstanti τ_1 i τ_2 OJK - ti. Nakon estimacije parametara OJK - ti, amplitudu i fazu osnovnog harmonika možemo izračunati uz pomoć:

$$A_1 = \sqrt{\left(X_{RF}(k) - D_{RF1} e^{\frac{kT_s}{\tau_1}} - D_{RF2} e^{\frac{kT_s}{\tau_2}} \right)^2 + \left(X_{IF}(k) - D_{IF1} e^{\frac{kT_s}{\tau_1}} - D_{IF2} e^{\frac{kT_s}{\tau_2}} \right)^2}, \quad (4.54)$$

$$\varphi_1 = \arctg \frac{-X_{IF}(k) + D_{IF1} e^{\frac{kT_s}{\tau_1}} + D_{IF2} e^{\frac{kT_s}{\tau_2}}}{X_{RF}(k) - D_{RF1} e^{\frac{kT_s}{\tau_1}} - D_{RF2} e^{\frac{kT_s}{\tau_2}}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

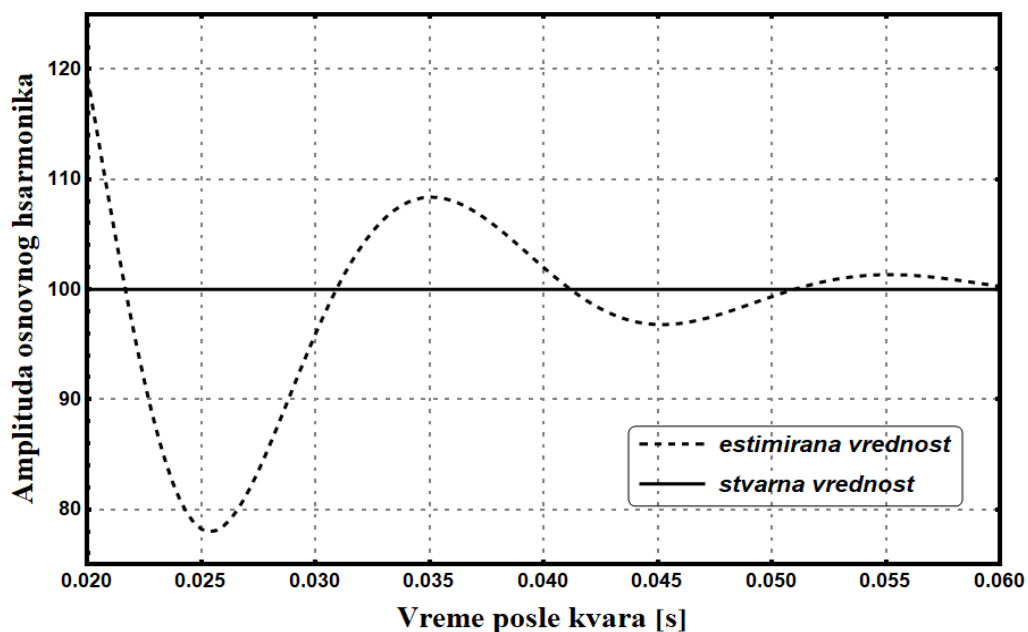
Niz realnih i imaginarnih delova fazora definisanih sa (4.51) i (4.52) može se posmatrati kao niz dobijen odabiranjem signala koji se sastoji samo od osnovnog harmonika, dve OJK - te i slučajnog šuma, što je mnogo jednostavnija forma signala od onog definisanog sa (4.23). Na taj način je i njihova estimacija postala jednostavnija, a nas dovodi u poziciju da razvijemo algoritme koji mogu omogućiti korekciju greške koja se pojavljuje u DFT rezultatima, kao posledica prisutnih OJK - ti.

4.3. Algoritmi za korekciju greške u DFT rezultatima uslovljene prisutnim OJK - ama

Iz (4.51) i (4.52) sledi da realna i imaginarna komponenta fazora osnovnog harmonika sadrže članove koji su posledica prisutnih OJK - ti, što može generisati grešku u procesu izračunavanja vrednosti amplitude i faze. Naime, OJK - te dovode do oscilacije rezultata tokom kontinualne estimacije fazora osnovnog harmonika DFT metodom, što prouzrokuje i neregularan rad zaštitnog sistema, posebno distantne zaštite. Distantna zaštita je u stanju da reaguje na kvar izvan štice zone, što umanjuje sigurnost zaštite, a u slučaju da ne reaguje na kvar unutar štice zone, smanjiće se pouzdanost zaštite. Takođe, u situaciji kada su prisutne OJK - te prekostrujna zaštita može da izgubi projektovanu selektivnost [29]. Ako se ne izvrši korekcija rezultata, greška u estimaciji amplitude DFT metodom može biti i preko 20% [26]. Da bi ilustrovali uticaj OJK - ti na estimaciju amplitude nerekurzivnom DFT metodom, posmatraćemo signal struje oblika [28, 53]:

$$i_1(t) = \sum_{j=1}^{31} \frac{100}{j^2} \cos j100\pi t + 0,9 \sum_{j=1}^{31} \frac{100}{j^2} e^{-100t} + 0,1 \sum_{j=1}^{31} \frac{100}{j^2} e^{-2,5t} + e(t). \quad (4.55)$$

Uniformnim odabiranjem signala definisanog u (4.55) sa $N = 64$ odbirka po periodu, i primenom nerekurzivne DFT metode, izračunata je amplituda osnovnog harmonika. Na slici 4.3 prikazan je rezultat estimacije, iz koga se vidi da OJK - te izazivaju oscilacije u vrednosti estimirane amplitude osnovnog harmonika signala.



Slika 4.3. Ilustracija uticaja OJK na kontinualnu estimaciju amplitude osnovnog harmonika nerekurzivnom DFT metodom

Svi elementi koji postoje u lancu akvizicije podataka unose grešku u procesu estimacije procesiranog signala: analogni podsistem za pripremu (prilagođenje signala), kolo za odabiranje i kolo za kvantizaciju. Može se smatrati da se sve ove greške superponiraju na procesirani signal. Ove greške su neizbežne i uobičajeno je da se modeluju kao slučajni šumni signal. Većina algoritama za estimaciju, koji su publikovani u prethodne dve deceniji, prvo estimiraju fazor DFT metodom, a zatim koriguju grešku koja je posledica OJK - te. Ovi algoritmi su neoptimizacioni, odnosno grešku koja je posledica šuma praktično ignorišu, tj. autori polaze od pretpostavke da se ova greška u dovoljnoj meri umanjuje sinusnim i kosinusnim filtrom. Međutim, ispostavlja se da su takvi algoritmi osetljivi na šum, čak i na šum vrlo male snage [23], a u [28] tačnost je zadovoljavajuća samo za nizak nivo šuma u procesiranom signalu. Treba reći da je vreme odziva kod ovih algoritama malo duže od periode procesiranog signala, što predstavlja njihovu prednost u aplikacijama kod kojih je brzina odziva od primarnog značaja, a ne preciznost estimacije. U algoritmima [23, 28, 29], više OJK - ti na izlazu sinusnog, odnosno kosinusnog filtra, zamenjeno je sa samo jednom ekvivalentnom OJK - tom za svaki odbirak pojedinačno, što je svakako moguć i opravdan pristup ovom problemu. U skladu sa ovom pretpostavkom, relacije (4.51) i (4.52) se svode na:

$$X_{RF}(k) = A_1 \cos\left(\frac{2\pi}{N}k + \varphi_1\right) + D_{RF}(k)e^{-\frac{kT_S}{\tau(k)}} + e_1(k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.56)$$

$$X_{IF}(k) = -A_1 \sin\left(\frac{2\pi}{N}k + \varphi_1\right) + D_{IF}(k)e^{-\frac{kT_S}{\tau(k)}} + e_2(k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.57)$$

gde je $D_{RF}(k)$ i $D_{IF}(k)$, po analogiji sa (4.41) odnosno (4.43):

$$D_{RF}(k) = \frac{2}{N} D(E^N - 1) \frac{E \cos \frac{2\pi}{N} - 1}{E^2 - 2E \cos \frac{2\pi}{N} + 1}, \quad E = E(k) = e^{-\frac{T_S}{\tau(k)}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.58)$$

$$D_{IF}(k) = \frac{2}{N} D(E^N - 1) \frac{-E \sin \frac{2\pi}{N}}{E^2 - 2E \cos \frac{2\pi}{N} + 1}, \quad E = E(k) = e^{-\frac{T_S}{\tau(k)}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.59)$$

a $D = D(k)$, i $\tau(k)$ su amplituda i vremenska konstanta ekvivalentne OJK - te. Poređenjem (4.51) i (4.52) sa (4.56) i (4.57) zaključujemo da je:

$$D_{RF}(k)e^{-\frac{kT_S}{\tau(k)}} = D_{RF1}e^{-\frac{kT_S}{\tau_1}} + D_{RF2}e^{-\frac{kT_S}{\tau_2}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.60)$$

$$D_{IF}(k)e^{-\frac{kT_S}{\tau(k)}} = D_{IF1}e^{-\frac{kT_S}{\tau_1}} + D_{IF2}e^{-\frac{kT_S}{\tau_2}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4.61)$$

Ako se (4.58) podeli sa (4.59), odnosno, ako se (4.60) podeli sa (4.61) dobija se:

$$\frac{E \cos \frac{2\pi}{N} - 1}{-E \sin \frac{2\pi}{N}} = \frac{D_{RF1}e^{-\frac{kT_S}{\tau_1}} + D_{RF2}e^{-\frac{kT_S}{\tau_2}}}{D_{IF1}e^{-\frac{kT_S}{\tau_1}} + D_{IF2}e^{-\frac{kT_S}{\tau_2}}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4.62)$$

Sređivanjem izraza (4.62) dobija se:

$$E = E(k) \frac{D_{IF1} e^{\frac{kT_s}{\tau_1}} + D_{IF2} e^{\frac{kT_s}{\tau_2}}}{\left(D_{IF1} e^{\frac{kT_s}{\tau_1}} + D_{IF2} e^{\frac{kT_s}{\tau_2}} \right) \cos \frac{2\pi}{N} + \left(D_{RF1} e^{\frac{kT_s}{\tau_1}} + D_{RF2} e^{\frac{kT_s}{\tau_2}} \right) \sin \frac{2\pi}{N}}, \quad (4.63)$$

za $k=0,1,2,\dots$. Iz (4.63) i (4.60) sledi da se amplituda ekvivalente OJK može izračunati kao:

$$D = D(k) = \frac{D_{RF1} e^{\frac{kT_s}{\tau_1}} + D_{RF2} e^{\frac{kT_s}{\tau_2}}}{2(E^N - 1)} \cdot \frac{E^2 - 2E \cos \frac{2\pi}{N} + 1}{E \cos \frac{2\pi}{N} - 1} E^k, \quad k = 0,1,2,\dots \quad (4.64)$$

Na osnovu (4.63) i (4.60) možemo zaključiti da amplituda i vremenska konstanta ekvivalentne OJK - te direktno zavisi od indeksa odbirka.

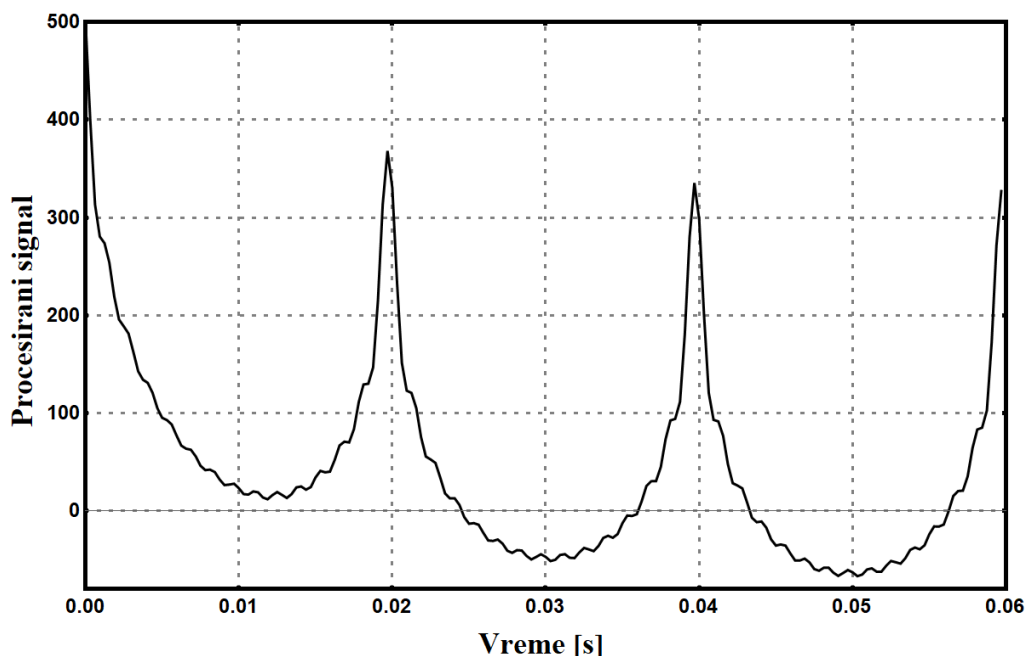
U ovoj doktorskoj disertaciji predlažu se tri nova optimizaciona algoritma, kojima se može korigovati greška u procesu estimacije fazora osnovnog harmonika, prouzrokovana prisutnim OJK - ma u procesiranom signalu. Algoritmi su zasnovani na minimizaciji srednje kvadratne greške između stvarnog i pretpostavljenog talasnog oblika signala. U sva tri algoritma, estimira se signal generisan sinusnim filtrom koji poništava više harmonijske komponente u signalu koji je predmet obrade, a preslikava OJK - te umanjujući im amplitude i zadržavajući veličinu vremenske konstante uz slabljenje slučajnog šuma (relacija 4.52). Kao ilustraciju gore iznetih konstatacija, posmatraćemo signal oblika [24]:

$$i(t) = \sum_{j=1}^{31} \frac{100}{j} \cos \left(j100\pi t + j \frac{\pi}{36} \right) + 100e^{-128t} + 90e^{-40t} + 75e^{-64t} - 50e^{-32t} + e(n). \quad (4.65)$$

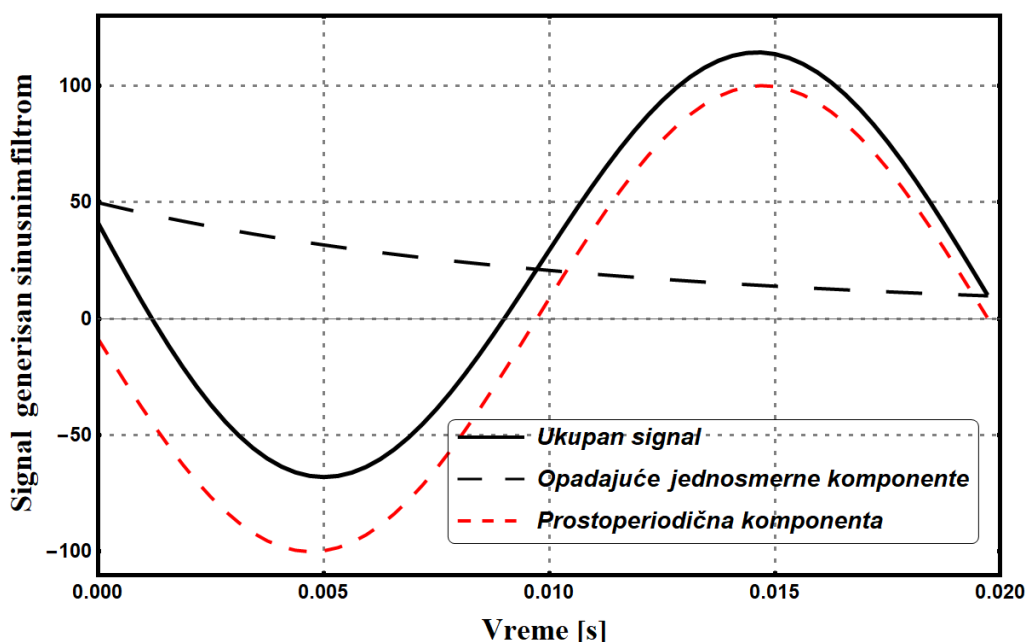
Nakon što se signal ovog oblika propusti kroz sinusni filter, dobićemo signal:

$$f_s[k] = -100 \sin \left(\frac{2\pi}{N} k + \frac{\pi}{36} \right) + 25,16 e^{-128kT_s} + 15,51 e^{-40kT_s} + 16,53 e^{-64kT_s} - 7,44 e^{-32kT_s} + e_1(k), \quad k = 0,1,2,\dots, \quad (4.66)$$

pri čemu je $N = 64$ broj odbiraka u periodu procesiranog signala, $T_s = 0.0003125$ s perioda odabiranja. Na slici 4.4 prikazan je talasni oblik procesiranog signala definisanog sa (4.65), a na slici 4.5 signal (4.66) i njegove komponente nakon kontinualne primene sinusnog filtra.



Slika 4.4. Talasni oblik procesiranog signala (4.65).



Slika 4.5. Procesirani signal (4.65) nakon kontinualne primene sinusnog filtra.

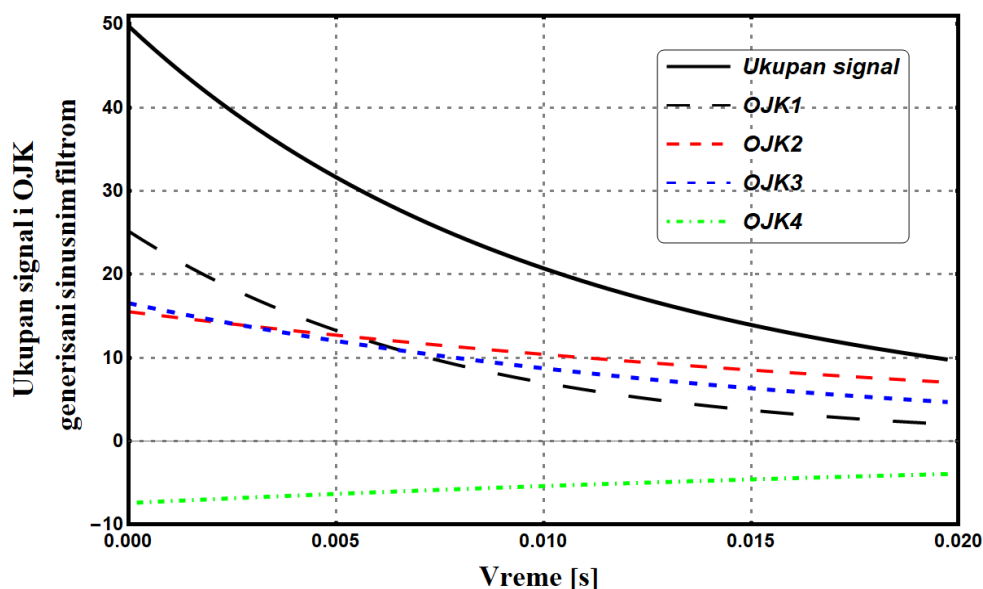
Posmatrajmo deo signala (4.61) koji je posledica prisutnih OJK - ti, koji se pojavljuje na ulazu AD konvertora (jedinici za akviziciju):

$$g(t) = 100e^{-128t} + 90e^{-40t} + 75e^{-64t} - 50e^{-32t} . \quad (4.67)$$

Nakon filtriranja sinusnim filtrom ovaj se signal svodi na:

$$g_s[k] = 25,16e^{-128kT_s} + 15,51e^{-40kT_s} + 16,53e^{-64kT_s} - 7,44e^{-32kT_s} . \quad (4.68)$$

Na slici 4.6 prikazan je i ukupni signal (4.68) kao i svaka od pojedinačnih OJK - ti.



Slika 4.6. Signal (4.67) nakon kontinualne primene sinusnog filtra.

Polazna pretpostavka u razvoju ovde predloženih algoritama je da se više OJK - ti nakon primene sinusnog filtra mogu aproksimirati [53]:

- u algoritmu 1 (potpoglavlje 4.3.1.) linearnom funkcijom jedinstvenom za svaki indeks odbirka procesiranog signala,
- u algoritmima 2, 3 i 3a (potpoglavlja 4.3.2. i potpoglavlja 4.3.3.) jednom eksponencijalnom funkcijom jedinstvenom za svaki indeks odbirka.

Aproksimacijom više OJK - ti jednom OJK - tom, obezbedićemo zadovoljavajuću tačnost uz malo sporiji odziv. Algoritmi koji se predlažu u ovoj disertaciji su veoma jednostavani za softversku implementaciju jer za njihovo izvršenje su potrebne samo osnovne računске operacije. Oni su optimizacioni i robustni na prisustvo šumnog signala. Najjednostavniji matematički model signala na izlazu sinusnog (kosinusnog) filtra je oblika:

$$f_1(t) = F \sin \omega t + G \cos \omega t + Ht + I. \quad (4.69)$$

U ovom modelu OJK - te su modelovane linearnom funkcijom. Nepoznati parametri ovako pretpostavljenog signala su F , G , H , I , i oni se mogu odrediti metodom najmanjih kvadrata, a tako postavljen estimacioni problem je linearan. Upravo na ovim osnovama, tj. na ovakvoj predstavi signala je razvijen algoritma 1. Da bi se ostvarila veća korelacija između stvarnih vrednosti signala i pretpostavljenog modela, potrebno je proširiti gore definisan matematički model. Prirodno proširenje bi se zasnivalo na činjenici da se OJK - te umesto linearnom funkcijom mogu znatno preciznije modelovati kvadratnom funkcijom. Na taj način ostvariće se preciznija estimacija, uz neminovno kompleksiji proračun - povećanje broja računskih operacija (inverzija matrice petog reda). Pored toga, algoritam postaje osetljiviji na slučajni šum.

Polazna pretpostavka u razvijanju algoritama 2, 3 i 3a, je da se umesto linearnom funkcijom, OJK - te modeluju jednom eksponencijalnom funkcijom. U tom slučaju matematički model procesiranog signala postaje oblika:

$$f_2(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t + D e^{-\delta t}. \quad (4.70)$$

Nepoznati parametri signala A, B, D, δ , kao i u slučaju algoritma 1, određuju se metodom najmanjih kvadrata, čime se minimizira greška između stvarnog i pretpostavljenog (matematičkog) modela signala. U ovoj situaciji estimacioni problem je nelinearan, iz tog razloga upravo Pronijeva metoda postaje veoma efikasan alat za njegovo rešavanje, pri čemu će se rešavati preodređen sistem nelinearnih jednačina oblika:

$$\begin{aligned} A \cdot 0 + B + D &= y_0, \\ A \sin \frac{2\pi}{N} + B \cos \frac{2\pi}{N} + D e^{-\delta T_s} &= y_1, \\ &\vdots \\ A \sin M \frac{2\pi}{N} + B \cos M \frac{2\pi}{N} + D e^{-\delta M T_s} &= y_M, \end{aligned} \quad (4.71)$$

gde su y_0, y_1, \dots, y_M vrednosti procesiranog signala nakon primene sinusnog filtra, odnosno na osnovu (4.52) sledi da je $y_k = X_{IF}(k)$, $k = 0, 1, 2, \dots, M$. Greška nastala u lancu akvizicije podataka može se minimizirati samo ako je broj jednačina veći od broja nepoznatih u pretpostavljenom modelu signala. Dakle, prema ovom kriterijumu minimalan broj jednačina u sistemu (4.71) mora biti 4, tj. $M = 3$. Sistem (4.71) se može rešiti Njutn - Rapsonovom metodom, ali je u ovom slučaju mnogo efikasnija i računski jednostavnija Pronijeva metoda. U sva tri algoritma, potreban broj odbiraka koji su generisani sinusnim filtrom, kako bi se izračunali nepoznati parametri u pretpostavljenom modelu signala, je manji od $N/4$. Ovako mali broj odbiraka omogućava bolju aproksimaciju, pogotovu kod signala koji imaju malu vrednost vremenske konstante (veću dinamiku), odnosno veliko prigušenje. To je od posebnog značaja za algoritam 1, kako bi isti bio u stanju da ponudi zadovoljavajuće performanse u procesiranju struje kvara.

4.3.1. Algoritam 1 baziran na klasičnoj metodi najmanjih kvadrata - MNK

Kada se MNK algoritam konvencionalno primenjuje na signal definisan sa (4.23) [8, 9], OJK - te se modeluju pravom linijom ili parabolom - razvojem eksponencijalne funkcije u Tejlorov red. U tom slučaju se niskopropusnim filtrom eliminišu viši harmonici, najčešće harmonici čiji je red veći od tri, što smanjuje red modela signala (funkcije kojom je opisan), tj. smanjuje se broj nepoznatih u pretpostavljenom modelu signala. Eliminaciju viših harmonika nije moguće izvršiti u potpunosti, što dovodi do povećanja nivoa šumne komponente u procesiranom signalu. Tako visok nivo šuma, zajedno sa greškom koja nastaje kao posledica zanemarivanja članova Tejlorovog razvoja većih od dva odnosno tri, doprinosi nepreciznosti samog algoritma. Ta greška postaje vrlo velika u situaciji ako je vremenska konstanta OJK - te mala (velika dinamika ove komponente). U ovde predloženom algoritmu 1, MNK metoda se primenjuje na signal koji se javlja na izlazu sinusnog filtra. Dodatno, za razliku od konvencionalnog MNK algoritma gde se red modela snižava NF filtrom, u ovde predloženom algoritmu red modela se snižava sinusnim filtrom, čime se izbegava unos dodatnog šuma u procesirani signal, tj. sinusnim filtrom umanjuje se već prisutan šum generisan u lancu za akviziciju podataka. Kontinualnom primenom sinusnog filtra na niz odbiraka definisan sa (4.23), dobija se niz $y[1], y[2], \dots, y[m]$, koji možemo posmatrati kao niz koji je dobijeni odabiranjem signala koji se samo sastoji od osnovnog harmonika, dve OJK - te i slučajnog šuma. OJK - te se kod ovog algoritma modeluju pravom linijom i kako je zbir dve prave linije takođe prava linija, pretpostavljeni model tako formiranog niza odbiraka postaje oblika:

$$y_p[n] = F \cos \frac{2\pi}{N}(n-1) + G \sin \frac{2\pi}{N}(n-1) + HT_s(n-1) + I, \quad n = 1, 2, \dots, m. \quad (4.72)$$

Primenjujući MNK algoritam koji je sa dovoljno detalja opisan u poglavlju 2 disertacije, na ovako definisane niz obiraka dolazi se do sistema jednačina oblika:

$$\begin{aligned} F + G \cdot 0 + H \cdot 0 + I &= y[1], \\ F \sin \frac{2\pi}{N} + G \cos \frac{2\pi}{N} + HT_s + I &= y[2], \\ &\vdots \\ F \sin(m-1) \frac{2\pi}{N} + G \cos(m-1) \frac{2\pi}{N} + (m-1)HT_s + I &= y[m]. \end{aligned} \quad (4.73)$$

Sistem (4.73) se može zapisati u kompaktnom matičnom obliku:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{Y}, \quad (4.74)$$

gde je $\mathbf{Y} = (y[1] \ y[2] \ \dots \ y[m])^T$ vektor odbiraka procesiranog signala na izlazu sinusnog filtra, a:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ \cos \frac{2\pi}{N} & \sin \frac{2\pi}{N} & T_s & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos \frac{2\pi}{N}(m-1) & \sin \frac{2\pi}{N}(m-1) & (m-1)T_s & 1 \end{pmatrix}_{m \times 4} \quad (4.75)$$

matrica koeficijenata sistema (4.73), $\mathbf{X} = (F \ G \ H \ I)^T$ je vektor nepoznatih parametara u pretpostavljenom modelu signala (4.72). Sistem (4.74) se rešava metodom najmanjih kvadrata, tako da je rešenje dato u obliku:

$$\mathbf{X} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{Y}. \quad (4.76)$$

Broj odbiraka stvarnog signala treba da bude veći od broja nepoznatih u pretpostavljenom modelu (4.72), tako da je potrebno da bude $m > 4$. Predloženi algoritam zahteva manji broj odbiraka od konvencionalnog MNK algoritma, čime se umanjuje greška koja nastaje zbog odbacivanja viših članova u razvoju eksponencijalne funkcije u Tejlorov red. Sa druge strane, sa malim brojem odbiraka algoritam postaje osetljiv na šum, a javlja se i problem sa numeričkom stabilnošću rešenja. Za određivanje fazora osnovnog harmonika potrebno je odrediti vrednost nepoznatih parametara F i G . Fazor osnovnog harmonika, odnosno njegovu amplitudu i fazu izračunavamo na osnovu sledećih relacija:

$$\begin{aligned} A_1 &= \sqrt{F^2 + G^2}, \\ \varphi_1 &= \arctg \frac{G}{F}. \end{aligned} \quad (4.77)$$

Važan kriterijum koji treba da ispuni algoritam zaštite odnosi se na njegovu što manju računsku složenost, odnosno mali broj potrebnih računskih operacija u implementaciji. Upravo ovaj kriterijum u potpunosti opravdava primenu ovde predloženog algoritma 1 u odnosu na konvencionalni MNK algoritam. U konvencionalnom MNK algoritmu, predloženom u radu [24], procesor numeričkog releja treba da izvrši inverziju matrice $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ koja je sedmog reda, dok u ovde predloženom algoritmu 1, matricu $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ je moguće izračunati u zatvorenom obliku, odnosno njene elemente je moguće odrediti u simboličkom obliku. Na taj način značajno se smanjuje broj potrebnih računskih operacija za izvršenje algoritma. Za $m = N/4$, koristeći izraze izvedene u poglavlju 2 disertacije, elementi matrice $\mathbf{A}^T \mathbf{A} = (a_{ij})_{4 \times 4}$ (četvrtog reda) u simboličkom obliku se mogu odrediti kao:

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= \frac{N+4}{8}, \quad a_{12} = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{N}, \quad a_{13} = \frac{1}{8} \left(N \operatorname{ctg} \frac{\pi}{N} - 2 \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{N} \right)^2 - 2 \right), \\
 a_{14} &= \frac{1}{2} \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{N} + 1 \right), \quad a_{21} = a_{12}, \quad a_{22} = \frac{N-4}{8}, \quad a_{23} = \frac{1}{8} \left(-N + 2 \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{N} \right)^2 + 2 \right), \\
 a_{24} &= \frac{1}{2} \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{N} - 1 \right), \quad a_{31} = a_{13}; \quad a_{32} = a_{23}, \quad a_{33} = T_s^2 \frac{N(N-2)(N-4)}{192}, \\
 a_{34} &= T_s \frac{N(N-4)}{32}, \quad a_{41} = a_{14} \quad a_{42} = a_{24}, \quad a_{43} = a_{34}, \quad a_{44} = \frac{N}{4}.
 \end{aligned} \tag{4.78}$$

Simboličko izračunavanje elemenata inverzne matrice nudi mogućnost upotrebe procesora sa smanjenim skupom instrukcija (RISC - *Reduced Instruction Set Computers*). U praksi se time značajno može smanjiti cena sistema za zaštitu, pri čemu je obezbeđena zadovoljavajuća tačnost i brzina obrade.

4.3.2. Algoritam 2 baziran na Pronijevoj metodi

Teoretski kako je to i prikazano u poglavlju 2, Pronijevu metodu moguće je primeniti na diskretizovan energetski signal, ali zbog prevelike računске složenosti i visokog nivoa šuma u procesiranom signalu njena direktna primena nije moguća. Međutim, Pronijevu metodu moguće je primeniti na signal koji se dobija na izlazu sinusnog filtra koji je značajno pojednostavljen u odnosu na originalno diskretizovan signal. Direktna primena Pronijeva metoda ipak neće dati korektne rezultati ni u ovoj situaciji, tako da je potrebno izvršiti dodatne modifikacije u njoj kako bi njena praktična primena na realnom signalu bila moguća. Osnovna ideja ovde predloženog algoritma 2 sastoji se u aproksimaciji svih prisutnih OJK - ti u procesiranom signalu jednom eksponencijalnom funkcijom, umesto pravom linijom. Pretpostavljeni model odbiraka na izlazu sinusnog filtra u tom slučaju postaje oblika:

$$y_p[n] = -A_1 \sin \left(\frac{2\pi}{N} (n-1) + \varphi_1 \right) + D_{IF} e^{-\frac{(n-1)T_s}{\tau}}, \quad n = 1, 2, \dots, m. \tag{4.79}$$

Nepoznati parametri u modelu (4.79) se određuju rešavanjem preodređenog sistema jednačina:

$$\begin{aligned}
-A_1 \sin \varphi_1 + D_{IF} &= y[1], \\
-A_1 \sin \left(\frac{2\pi}{N} + \varphi_1 \right) + D_{IF} E &= y[2], \\
&\vdots \\
-A_1 \sin \left(\frac{2\pi}{N} (m-1) + \varphi_1 \right) + D_{IF} E^{m-1} &= y[m],
\end{aligned} \tag{4.80}$$

pri čemu je $E = e^{-T_s/\tau}$, a $y[1], y[2], \dots, y[m]$ su odbirci stvarnog signala na izlazu sinusnog filtra. Sistem (4.80) je nelinearan i kao takav vrlo računski zahtevan. Pronijevom metodom se ovaj nelinearan problem prevodi u linearan, odnosno sistem jednačina (4.80) se može zapisati kao:

$$\begin{aligned}
\underline{B}_1 + \underline{B}_2 + \underline{B}_3 &= y[1], \\
\underline{B}_1 \underline{z}_1 + \underline{B}_2 \underline{z}_2 + \underline{B}_3 \underline{z}_3 &= y[2], \\
&\vdots \\
\underline{B}_1 \underline{z}_1^{m-1} + \underline{B}_2 \underline{z}_2^{m-1} + \underline{B}_3 \underline{z}_3^{m-1} &= y[m],
\end{aligned} \tag{4.81}$$

gde je:

$$\begin{aligned}
\underline{B}_1 &= j \frac{A_1}{2} e^{j\varphi_1}, \quad \underline{B}_2 = -j \frac{A_1}{2} e^{-j\varphi_1}, \quad \underline{B}_3 = D_{IF}, \\
\underline{z}_1 &= e^{j\frac{2\pi}{N}}, \quad \underline{z}_2 = e^{-j\frac{2\pi}{N}}, \quad \underline{z}_3 = E.
\end{aligned} \tag{4.82}$$

U matičnom obliku sistem (4.81) se može zapisati kao:

$$\underline{\mathbf{Z}} \cdot \underline{\mathbf{B}} = \mathbf{Y}, \tag{4.83}$$

pri čemu je:

$$\underline{\mathbf{Z}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \underline{z}_1 & \underline{z}_2 & \underline{z}_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \underline{z}_1^{m-1} & \underline{z}_2^{m-1} & \underline{z}_3^{m-1} \end{pmatrix}, \quad \underline{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \underline{B}_1 \\ \underline{B}_2 \\ \underline{B}_3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} y[1] \\ y[2] \\ \vdots \\ y[m] \end{pmatrix}. \tag{4.84}$$

Prvi korak u ovako koncipiranoj Pronijevoj metodi je formiranje polinoma trećeg reda čiji su koreni $\underline{z}_1, \underline{z}_2, \underline{z}_3$:

$$P(\underline{z}) = (\underline{z} - \underline{z}_1) \cdot (\underline{z} - \underline{z}_2) \cdot (\underline{z} - \underline{z}_3). \tag{4.85}$$

Koristeći osnovni stav algebre, polinom (4.85) može se zapisati kao:

$$P(\underline{z}) = \underline{z}^3 + a_2 \underline{z}^2 + a_1 \underline{z} + a_0. \tag{4.86}$$

Sledeći korak se odnosi na formiranje vektora \mathbf{H}_k (pomoćni vektori Pronijeve metode):

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}_1 &= (a_0 \ a_1 \ a_2 \ 1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0)_{1 \times m}, \\
\mathbf{H}_2 &= (0 \ a_0 \ a_1 \ a_2 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0)_{1 \times m}, \\
&\vdots \\
\mathbf{H}_{m-3} &= (0 \ \dots \ 0 \ a_0 \ a_1 \ a_2 \ 1)_{1 \times m}.
\end{aligned} \tag{4.87}$$

Množeći matricu $\underline{\mathbf{Z}}$ vektorima \mathbf{H}_k , za $k=1,2,\dots,m-3$, dobija se:

$$\mathbf{H}_1 \cdot \underline{\mathbf{Z}} = (a_0 \ a_1 \ a_2 \ 1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \underline{z}_1 & \underline{z}_2 & \underline{z}_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \underline{z}_1^{m-1} & \underline{z}_2^{m-1} & \underline{z}_3^{m-1} \end{pmatrix} = (h_{11} \ h_{12} \ h_{13}), \tag{4.88}$$

gde je:

$$\begin{aligned}
h_{11} &= a_0 + a_1 \underline{z}_1 + a_2 \underline{z}_1^2 + \underline{z}_1^3 = P(\underline{z}_1) = 0, \\
h_{12} &= a_0 + a_1 \underline{z}_2 + a_2 \underline{z}_2^2 + \underline{z}_2^3 = P(\underline{z}_2) = 0, \\
h_{13} &= a_0 + a_1 \underline{z}_3 + a_2 \underline{z}_3^2 + \underline{z}_3^3 = P(\underline{z}_3) = 0.
\end{aligned} \tag{4.89}$$

Ponavljajući isti postupak za sve vektore \mathbf{H}_k , za poslednji vektor \mathbf{H}_{m-3} se dobija:

$$\mathbf{H}_{m-3} \cdot \underline{\mathbf{Z}} = (0 \ 0 \ \dots \ 0 \ a_0 \ a_1 \ a_2 \ 1) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \underline{z}_1 & \underline{z}_2 & \underline{z}_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \underline{z}_1^{m-1} & \underline{z}_2^{m-1} & \underline{z}_3^{m-1} \end{pmatrix} = (h_{11} \ h_{12} \ h_{13}), \tag{4.90}$$

odnosno:

$$\begin{aligned}
h_{11} &= a_0 \underline{z}_1^{m-4} + a_1 \underline{z}_1^{m-3} + a_2 \underline{z}_1^{m-2} + \underline{z}_1^{m-1} = \underline{z}_1^{m-4} P(\underline{z}_1) = 0, \\
h_{12} &= a_0 \underline{z}_2^{m-4} + a_1 \underline{z}_2^{m-3} + a_2 \underline{z}_2^{m-2} + \underline{z}_2^{m-1} = \underline{z}_2^{m-4} P(\underline{z}_2) = 0, \\
h_{13} &= a_0 \underline{z}_3^{m-4} + a_1 \underline{z}_3^{m-3} + a_2 \underline{z}_3^{m-2} + \underline{z}_3^{m-1} = \underline{z}_3^{m-4} P(\underline{z}_3) = 0.
\end{aligned} \tag{4.91}$$

Za vektore \mathbf{H}_k za koje je $k=1,2,\dots,m-3$, važi:

$$\mathbf{H}_k \cdot \underline{\mathbf{Z}} = (0 \ 0 \ 0), \quad k=1,2,\dots,m-3, \tag{4.92}$$

odakle sledi:

$$\mathbf{H}_k \cdot \underline{\mathbf{Z}} \cdot \underline{\mathbf{B}} = 0, \quad k=1,2,\dots,m-3, \tag{4.93}$$

odnosno:

$$\mathbf{H}_k \cdot \underline{\mathbf{Y}} = 0, \quad k=1,2,\dots,m-3. \tag{4.94}$$

Nepoznati koeficijenti polinoma se određuju rešavanjem preodređenog sistema linearnih jednačina:

$$\begin{aligned}
a_0 y[1] + a_1 y[2] + a_2 y[3] + y[4] &= 0, \\
a_0 y[2] + a_1 y[3] + a_2 y[4] + y[5] &= 0, \\
&\vdots \\
a_0 [m-3] + a_1 y[m-2] + a_2 y[m-1] + y[m] &= 0.
\end{aligned} \tag{4.95}$$

Pošto su koreni polinoma (4.86) z_1 i z_2 poznati, sistem (4.95) se može svesti na sistem u kome je samo jedna nepoznata. Na osnovu Vijetovih pravila, koja daju vezu između nula polinoma i njegovih koeficijenata, sledi da je:

$$\begin{aligned}
a_2 &= -(z_1 + z_2 + z_3) = -2 \cos \frac{2\pi}{N} - E, \\
a_1 &= z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3 = 2E \cos \frac{2\pi}{N} + 1, \\
a_0 &= -z_1 z_2 z_3 = -E.
\end{aligned} \tag{4.96}$$

Kada se (4.96) uvrsti u (4.95), nakon sređivanja dobija se sistem oblika:

$$\begin{aligned}
E \left(y[1] - 2 \cos \frac{2\pi}{N} y[2] + y[3] \right) &= \left(y[2] - 2 \cos \frac{2\pi}{N} y[3] + y[4] \right), \\
E \left(y[2] - 2 \cos \frac{2\pi}{N} y[3] + y[4] \right) &= \left(y[3] - 2 \cos \frac{2\pi}{N} y[4] + y[5] \right), \\
&\vdots \\
E \left(y[m-3] - 2 \cos \frac{2\pi}{N} y[m-2] + y[m-1] \right) &= \left(y[m-2] - 2 \cos \frac{2\pi}{N} y[m-1] + y[m] \right).
\end{aligned} \tag{4.97}$$

Nepoznata u sistemu (4.97) se određuje metodom najmanjih kvadrata:

$$E = \frac{\sum_{i=1}^{m-3} \left(y[i] - 2 \cos \frac{2\pi}{N} y[i+1] + y[i+2] \right) \left(y[i+1] - 2 \cos \frac{2\pi}{N} y[i+2] + y[i+3] \right)}{\sum_{i=1}^{m-3} \left(y[i+1] - 2 \cos \frac{2\pi}{N} y[i+2] + y[i+3] \right)^2}. \tag{4.98}$$

Na ovaj način je određen i treći koren polinoma (4.85). Sledeći korak u ovako koncipiranoj Pronijevoj metodi odnosi se na rešavanje sistema (4.81) metodom najmanjih kvadrata:

$$\mathbf{B} = \left(\mathbf{Z}^T \mathbf{Z} \right)^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{Y}. \tag{4.99}$$

Ovaj korak je kritičan sa aspekta računске složenosti algoritma 2, pošto je inverzija kompleksne matrice veoma zahtevna operacija koja se mora realizovati u procesoru numeričkog releja. Ovaj korak je moguće zaobići, čime se značajno umanjuje računska složenost algoritma 2 i olakšava njegova implementacija, jer je fazor osnovnog harmonika moguće odrediti na mnogo jednostavniji način uz zadovoljavajuću tačnost. Aproksimacija svih prisutnih OJK - ti na izlazu sinusnog filtra eksponencijalnom funkcijom, odnosno jednom jedinstvenom OJK - tom, je ekvivalentna aproksimaciji svih OJK - ti u originalno procesiranom signalu jednom jedinstvenom OJK - tom. Ako je D amplituda, a τ

vremenska konstanta ekvivalentne OJK - te u procesiranom signalu, tada je D_{IF} amplituda jedinstvene OJK - te na izlazu sinusnog filtra, a na osnovu (4.52) sledi da je:

$$D_{IF} = \frac{2}{N} D(E^N - 1) \frac{-E \sin \frac{2\pi}{N}}{E^2 - 2E \cos \frac{2\pi}{N} + 1}, \quad E = e^{-\frac{T_s}{\tau}}. \quad (4.100)$$

Amplituda D_{RF} jedinstvene OJK - te na izlazu kosinusnog filtra, na osnovu (4.51) se može odrediti sa:

$$D_{RF} = \frac{2}{N} D(E^N - 1) \frac{E \cos \frac{2\pi}{N} - 1}{E^2 - 2E \cos \frac{2\pi}{N} + 1}, \quad E = e^{-\frac{T_s}{\tau}}. \quad (4.101)$$

Za određivanje fazora osnovnog harmonika dovoljna su po dva uzastopna odbirka dobijena na izlazu sinusnog, odnosno kosinusnog filtra. Koristeći (4.52) i (4.99), prva dva odbirka na izlazu sinusnog filtra za $k = 0, 1$ su:

$$\begin{aligned} X_{IF}(0) &= -A_1 \sin \varphi_1 + D_{IF}, \\ X_{IF}(1) &= -A_1 \sin \left(\frac{2\pi}{N} + \varphi_1 \right) + D_{IF} E. \end{aligned} \quad (4.102)$$

Analogno, koristeći (4.51) i (4.100) za $k = 0, 1$; prva dva odbirka na izlazu kosinusnog filtra su:

$$\begin{aligned} X_{RF}(0) &= -A_1 \cos \varphi_1 + D_{RF}, \\ X_{RF}(1) &= -A_1 \cos \left(\frac{2\pi}{N} + \varphi_1 \right) + D_{RF} E. \end{aligned} \quad (4.103)$$

Rešavanjem sistema jednačina (4.102) i (4.103), estimirana vrednost amplitude ekvivalentne OJK - te na izlazu kosinusnog filtra je:

$$D_{RF} = \frac{(X_{IF}(1) - EX_{IF}(0)) \sin \frac{2\pi}{N} - (X_{RF}(1) + EX_{RF}(0)) \cos \frac{2\pi}{N} + X_{RF}(0) + EX_{RF}(1)}{E^2 - 2E \cos \frac{2\pi}{N} + 1}. \quad (4.104)$$

Na osnovu (4.100) i (4.101) amplituda ekvivalentne OJK - te na izlazu sinusnog filtra je:

$$D_{IF} = -D_{RF} \frac{E \sin \frac{2\pi}{N}}{E \cos \frac{2\pi}{N} - 1}. \quad (4.105)$$

Na osnovu estimiranih vrednosti za D_{RF} i D_{IF} moguće je korigovati grešku koja se ranije javljala u DFT rezultatima, tako da se fazor osnovnog harmonika sada može odrediti na osnovu sledećih relacija:

$$A_1 = \sqrt{(X_{RF}(0) - D_{RF})^2 + (X_{IF}(0) - D_{IF})^2},$$

$$\varphi_1 = \arctg \frac{-X_{IF}(0) + D_{IF}}{X_{RF}(0) - D_{RF}}. \quad (4.106)$$

Treba istaći da je u preodređenom sistemu jednačina (4.95) samo jedna nepoznata E , zbog čega su potrebne bar dve jednačine da bi se primenila metoda najmanjih kvadrata, odnosno optimizacioni algoritam 2. Sa druge strane, zbog prisutnog šuma u procesiranom signalu, preciznija estimacija se postiže ako se uzme više jednačina, ali tada dobijamo sporiji odziv (duže vreme procesiranja), a samom numeričkom releju je potrebno više vremena za sprovođenje upravljačke akcije. Brzina odziva i preciznost estimacije su svakako međusobno kontradiktorni zahtevi koji se postavljaju pred svaki algoritam zaštite, pa i pred ovde opisan algoritam 2. U njemu je moguće vrlo jednostavno izvršiti selekciju po pitanju podešavanja brzine odziva, što svakako predstavlja jasnu prednost u odnosu na do sada poznata rešenja.

4.3.3. Algoritam 3 baziran na zareznom filteru i Pronijevoj metodi

U algoritmu 2 koji je opisan u prethodnom tekstu disertacije, sve prisutne OJK - te na izlazu sinusnog filtra modelovane su jednom ekvivalentnom eksponencijalnom OJK - om, čime je i model signala koji se javlja na izlazu sinusnog filtra uprošćen. U signalu na izlazu filtra pored ove OJK - te postoji i sinusna komponenta iz koje se praktično estimira fazor osnovnog harmonika, pri čemu ometajuća eksponencijalna OJK neminovno učestvuje u tom procesu. Radi njene lakše estimacije moguće je sinusnu komponentu privremeno eliminisati i dobiti signal koji se sastoji samo od eksponencijalno opadajućih funkcija, što se praktično može ostvariti uz upotrebu zareznog (*Notch*) filtra. Zarezni filteri blokiraju vrlo uzak opseg frekvencijskih komponentata u spektru procesiranog signala, dok propuštaju sve ostale komponente. Da bi se eliminisala sinusna komponenta iz signala na izlazu sinusnog filtra, nule prenosne funkcije zareznog filtra moraju biti definisane - pozicionirane kao [63]:

$$z_{1/2} = \cos \beta \pm j \sin \beta, \quad \beta = 2\pi f T_s = \frac{2\pi}{N}. \quad (4.107)$$

Funkcija prenosa zareznog filtra drugog reda sa gore definisanim nulama je oblika:

$$H(z) = z^{-2} - 2 \cos \frac{2\pi}{N} z^{-1} + 1. \quad (4.108)$$

Na osnovu (4.108) mogu se definisati koeficijenti prenosne funkcije zareznog filtra:

$$a_0 = 1, \quad a_1 = -2 \cos \frac{2\pi}{N}, \quad a_2 = 1, \quad (4.109)$$

tako da diferencna jednačina koja odgovara ovako dizajniranom zareznom filteru postaje oblika:

$$x[n] = a_0 y[n+2] + a_1 y[n+1] + a_2 y[n]. \quad (4.110)$$

Ako se prethodno definisani zarezni filter primeni na niz odbirka signala definisanog sa (4.79) dobija se niz odbiraka:

$$x_p[n] = a_0 y_p[n+2] - a_1 y_p[n+1] + a_2 y_p[n], \quad n = 1, 2, \dots, m-2. \quad (4.111)$$

Uvodeći (4.79) u (4.110) dobija se:

$$x_p[n] = C e^{\frac{(n-1)T_s}{\tau}}, \quad n = 1, 2, \dots, m-2, \quad (4.112)$$

odnosno:

$$x_p[n] = CE^{n-1}, \quad n = 1, 2, \dots, m-2, \quad (4.113)$$

gde je:

$$E = e^{\frac{T_s}{\tau}}, \quad (4.114)$$

$$C = D_{IF} \left(E^2 - 2E \cos \frac{2\pi}{N} + 1 \right).$$

U predloženom algoritmu signal koji je predmet procesiranja prvo se filtrira sinusnim a zatim zareznim filtrom, dok se estimacija parametara eksponencijalne funkcije - ekvivalentne OJK - te izvodi Pronijevom metodom. Nepoznati parametri u nizu odbiraka (4.113) E i C se određuju rešavanjem preodređenog sistema jednačina koji je oblika:

$$\begin{aligned} C &= x[1], \\ CE &= x[2], \\ &\vdots \\ CE^{m-3} &= x[m-2], \end{aligned} \quad (4.115)$$

pri čemu su $x[1], x[2], \dots, x[m]$ odbirci stvarnog signala. Sistem (4.115) se može zapisati i na sledeći način:

$$\begin{aligned} \underline{B}_1 &= x[1], \\ \underline{B}_1 \underline{z}_1 &= x[2] \\ &\vdots \\ \underline{B}_1 \underline{z}_1^{m-3} &= x[m-2], \end{aligned} \quad (4.116)$$

gde je $\underline{B}_1 = C$; $\underline{z}_1 = E$. Pronijevom metodom sada je potrebno odrediti koeficijente polinoma koji je u ovom slučaju prvog reda:

$$P(\underline{z}) = \underline{z} + a_0, \quad a_0 = E. \quad (4.117)$$

Pomoćni vektori \mathbf{H}_k u algoritmu 3 su oblika:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_1 &= (-E \ 1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0)_{1 \times (m-2)}, \\ \mathbf{H}_2 &= (0 \ -E \ 1 \ 0 \ \dots \ 0)_{1 \times (m-2)}, \\ &\vdots \\ \mathbf{H}_{m-3} &= (0 \ \dots \ 0 \ -E \ 1)_{1 \times (m-2)}. \end{aligned} \quad (4.118)$$

U matričnom obliku sistem (4.116) se može zapisati:

$$\underline{\mathbf{Z}} \cdot \underline{\mathbf{B}} = \mathbf{X}, \quad (4.119)$$

gde je:

$$\underline{\mathbf{Z}} = \begin{pmatrix} 1 \\ z_1 \\ \vdots \\ z_1^{m-3} \end{pmatrix}, \quad \underline{\mathbf{B}} = (B_1), \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} x[1] \\ x[2] \\ \vdots \\ x[m-2] \end{pmatrix}. \quad (4.120)$$

Množeći (4.119) sa leve strane vektorima \mathbf{H}_k , za $k = 1, 2, \dots, m-3$, dobija se:

$$\mathbf{H}_k \cdot \mathbf{X} = (0), \quad k = 1, 2, \dots, m-3, \quad (4.121)$$

odnosno, dobija se preodređen sistem linearnih jednačina:

$$\begin{aligned} E \cdot x[1] &= x[2], \\ E \cdot x[2] &= x[3], \\ &\vdots \\ E \cdot x[m-3] &= x[m-2]. \end{aligned} \quad (4.122)$$

Nepoznati koeficijent polinoma (4.117) se određuje rešavanjem preodređenog sistema linearnih jednačina (4.122) metodom najmanjih kvadrata:

$$E = \frac{\sum_{k=1}^{m-3} x[k] \cdot x[k+1]}{\sum_{k=1}^{m-3} (x[k+1])^2}. \quad (4.123)$$

Primenom Pronijeve procedure, sistem (4.116) se rešava metodom najmanjih kvadrata i određuje parametar $B_1 = C$, čime je određen i drugi nepoznati parametar u pretpostavljenom modelu signala:

$$C = \frac{\sum_{k=1}^{m-2} (x[k+1])^2}{\sum_{k=1}^{m-2} x[k] E^{k-1}}. \quad (4.124)$$

Na osnovu (4.114) amplituda ekvivalentne OJK - te na izlazu sinusnog filtra može se izračunati kao:

$$D_{IF} = \frac{C}{\left(E^2 - 2E \cos \frac{2\pi}{N} + 1 \right)}. \quad (4.125)$$

Iz (4.100) i (4.101) amplituda ekvivalentne OJK - te na izlazu kosinusnog filtra je:

$$D_{RF} = -D_{IF} \frac{E \cos \frac{2\pi}{N} - 1}{E \sin \frac{2\pi}{N}}. \quad (4.126)$$

Kako je i ranije konstatovano, za određivanje fazora osnovnog harmonika dovoljna su samo dva odbirka sa izlaza sinusnog, odnosno kosinusnog filtra. Na osnovu (4.102) i (4.103) dobija se:

$$\begin{aligned} X_{IF}(0) &= -A_1 \sin \varphi_1 + D_{IF}, \\ X_{RF}(0) &= -A_1 \cos \varphi_1 + D_{RF}, \end{aligned} \quad (4.127)$$

dok je fazor osnovnog harmonika određen sa:

$$\begin{aligned} A_1 &= \sqrt{(X_{RF}(0) - D_{RF})^2 + (X_{IF}(0) - D_{IF})^2}, \\ \varphi_1 &= \operatorname{arctg} \frac{-X_{IF}(0) + D_{IF}}{X_{RF}(0) - D_{RF}}. \end{aligned} \quad (4.128)$$

Algoritam 3 je veoma jednostavan za softversku implementaciju, ima malu računsku složenost i zadovoljavajuću brzinu odziva. Algoritam 3 uzima u obzir sve prisutne OJK - te u procesiranom strujnom signalu i njegova najvažnija prednost u odnosu na do sada publikovane algoritme je visoka tačnost čak i u uslovima veoma jakog šuma. Pored toga, nepoznati parametri ekvivalentne OJK - te se izračunavaju pomoću jednostavnih svedenih analitičkih izraza.

4.3.3.1. Algoritam 3a baziran na zareznom filtru i logaritamskoj transformaciji

Preodređen sistem jednačina (4.115) se može rešiti i na drugi način ne koristeći Pronijevu metodu. Ako se svaka jednačina sistema (4.115) logaritmuje, dobija se sledeći sistem:

$$\begin{aligned} \log C &= \log x[1], \\ \log C + \log E &= \log x[2], \\ \log C + (m-3) \log E &= \log x[m-2]. \end{aligned} \quad (4.129)$$

Preodređen sistem linearnih jednačina (4.129) se može zapisati u matricnom obliku:

$$\mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{X}_1 = \mathbf{Y}_1, \quad (4.130)$$

gde je:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & m-3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X}_1 = \begin{pmatrix} \log C \\ \log E \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Y}_1 = \begin{pmatrix} \log x[1] \\ \log x[2] \\ \vdots \\ \log x[m-2] \end{pmatrix}. \quad (4.131)$$

Sistem (4.129) ćemo rešiti metodom najmanjih kvadrata:

$$\mathbf{X}_1 = (\mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_1)^{-1} \mathbf{A}_1^T \mathbf{Y}_1. \quad (4.132)$$

Iz (4.132) se dobija:

$$\begin{aligned} \log C &= \frac{2}{(m-1)(m-2)} \left((2m-5) \sum_{k=1}^{m-2} \log x[k] - 3 \sum_{k=1}^{m-2} (k-1) \log x[k] \right), \\ \log E &= \frac{2}{(m-1)(m-2)} \left(-3 \sum_{k=1}^{m-2} \log x[k] + \frac{6}{m-3} \sum_{k=1}^{m-2} (k-1) \log x[k] \right). \end{aligned} \quad (4.133)$$

Na osnovu (4.133) mogu se odrediti nepoznati parametri u modelu signala (4.113) E i C . Osnovni nedostatak ovako dizajniranog algoritma u odnosu na algoritam 3 leži u

činjenici da je potrebno logaritmovati odbirke, a nakon toga izvršiti i antilogaritmovanje u izrazima (4.133) kako bi se odredili parametri E i C , što dodatno računski opterećuje algoritam.

4.4. Testiranje predloženih algoritama

Algoritmi za estimaciju koji su predloženi u okviru ove disertacije su testirani kroz više različitih simulacionih procedura i platformi na računarski generisanim signalima, a sve u skladu sa uslovima koji vladaju u realnom EES - u. Na taj način, došlo se u poziciju da se performanse predloženih algoritama uporede sa sličnim procedurama koje su predložene u radovima koji su publikovani u relevantnim međunarodnim časopisima [26, 28, 29]. Procena ostvarenih rezultata je dodatno izvršena i na signalima koji su dobijeni preko testnih primera realnog EES - a, pri čemu je modelovanje obavljeno u okruženju koje nudi **Matlab Simulink** [28]. U svim tako realizovanim testovima, broj odbiraka po periodu procesiranog signala iznosio je $N = 64$, odnosno sa frekvencijom odabiranja $f_s = 3200$ Hz, a procena performansi je vršena u skladu sa sledeća dva kritična aspekta:

- osetljivost algoritama na slučajni šum;
- osetljivost algoritama na neusklađenost frekvencije odabiranja sa frekvencijom procesiranog signala (*frequency mismatch*).

4.4.1. Uticaj slučajnog šuma na performanse predloženih algoritama

Dobro je poznato da prisustvo nelinearnih potrošača, pojava korone, indukovani naponi od strane različitih izvora (elektromagnetna interferencija [87]) i razni tranzijenti u strujnim signalima uzrokuju pojavu šuma u procesiranim signalima u EES - u [88]. Pored ovih pojava, svi elementi u lancu akvizicije podataka takođe unose grešku u procesu obrade opserviranih naponskih i strujnih signala. Tu se pre svega misli na grešku analognog podsistema za pripremu signala koja se superponira sa greškom odabiranja i greškom kvantizacije. Ove greške su neizbežne u procesu digitalne obrade i modeluju se kao signal slučajnog aditivnog belog šuma.

Algoritmi predloženi u doktorskoj disertaciji su optimizacioni, zasnovani na minimizaciji srednje kvadratne greške između stvarnog i pretpostavljenog talasnog oblika signala na izlazu sinusnog filtra. Pri tome, broj odbiraka stvarnog signala na izlazu sinusnog filtra treba da bude veći od broja nepoznatih u pretpostavljenom modelu signala, da bi se optimizacioni algoritam primenio. Takvim pristupom, uz neznatno usporenje u odzivu, dobijena je preciznija estimacija parametara osnovnog fazora, odnosno značajno su umanjene oscilacije u rezultatima tokom kontinualne estimacije fazora, pogotovu u uslovima jakog šuma u procesiranom signalu. Za sve signale koji su generisani, kako bi se izvršilo testiranje performansi opisanih algoritama, manjan je nivo prisutnog šumnog signala, čime je dobijena potpuno precizna slika o njihovim stvarnim performansama.

4.4.1.1. Testni signali sa jednom OJK - tom

U ovde razmatranom scenariju, procesirana struja kratkog spoja, pored osnovnog sadrži i više harmonijske komponente ograničenog reda, uz jednu OJK - tu i slučajni šum. Pretpostavljeno je da amplituda OJK - te zavisi od trenutka nastanka kvara [29], a da odgovarajuća vremenska konstanta OJK - te zavisi od impendanse kvara [29].

Analitički oblik test signala je definisan kao:

$$i_1(t) = \sum_{j=1}^{31} \frac{15}{j^2} (1 - h(t - T_f)) \cos j\omega t + \sum_{j=1}^{31} \frac{100}{j^2} h(t - T_f) \cos j\omega(t - T_f) + K \cdot \sum_{j=1}^{31} \frac{100}{j^2} h(t - T_f) e^{-\frac{(t-T_f)}{\tau}} + e(t), \quad (4.134)$$

gde je $h(t)$ Hevisajdova funkcija, T_f trenutak nastanka kvara, $e(t)$ aditivni beli šum.

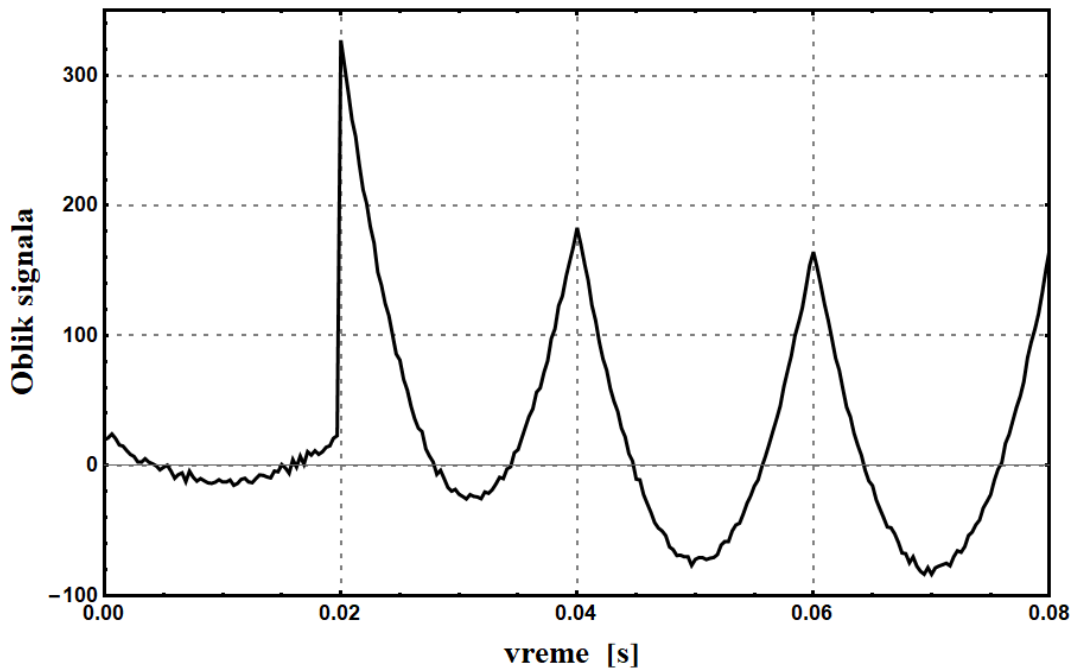
Predloženi i ovde opisani algoritmi za estimaciju nepoznatih parametara osnovnog fazora signala struje su testirani za različite nivoe šuma:

- bez dodatnog šuma u procesiranom signalu,
- četiri nivoa šuma u procesiranom signalu (SNR = 30 dB, SNR = 40 dB, SNR = 50 dB i SNR = 60 dB),

uz varijaciju parametara OJK - te:

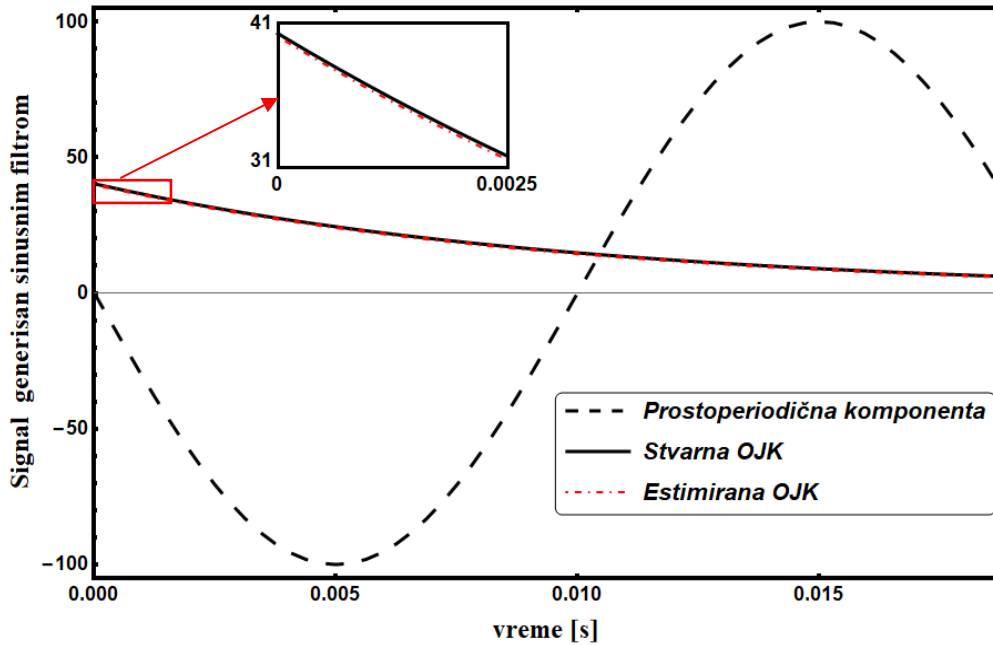
- dve vrednosti relativne amplitude OJK - te ($K = 1$ i $K = 0,5$),
- dve vrednosti vremenskih konstanti OJK - te ($\tau = 10$ ms i $\tau = 100$ ms).

Na slici 4.7 prikazan je vremenski oblik test signala (4.134) za $K=1$, $\tau=10$ ms, SNR = 30 dB.



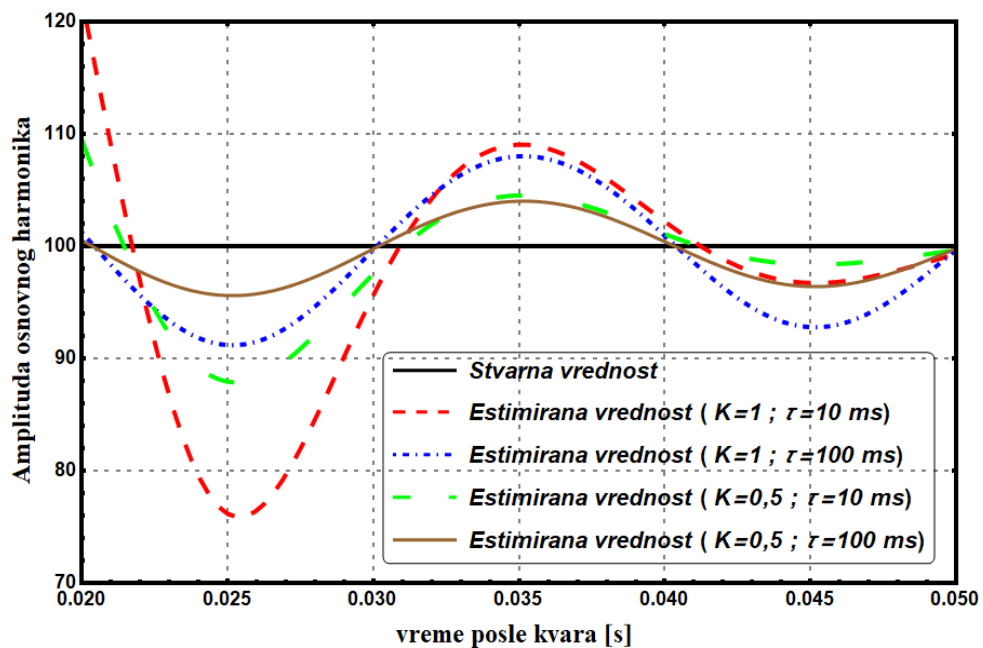
Slika 4.7. Vremenski oblik test signala signal (4.134) za $K = 1$, $\tau = 10$ ms, SNR = 30 dB.

Na slici 4.8 prikazan je vremenski oblik signala sa slike 4.7 nakon primene sinusnog filtra (4.25). Prikazani su kao posebni prostoperiodični deo signala (4.134), kao i komponenta signala koja je posledica prisutne OJK - te. Pored ovih komponenti prikazana je i odgovarajuća estimirana OJK - ta primenom algoritama 2, za $K=1$, $\tau_1 = 10$ ms, SNR = 50 dB.



Slika 4.8. Vremenski oblik test signala (4.134) nakon kontinualne primene sinusnog filtra za $K=1$, $\tau=10\text{ms}$, $\text{SNR}=50\text{ dB}$.

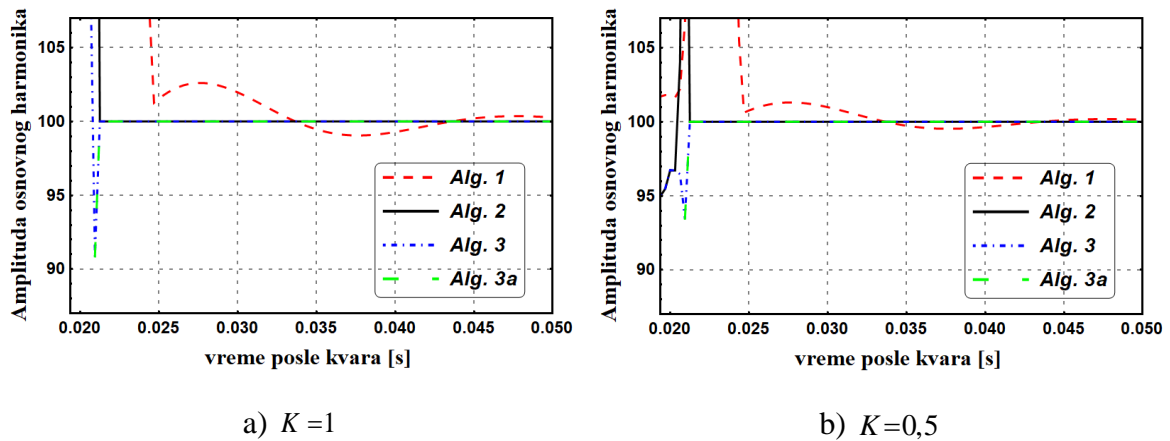
Algoritam 2, Algoritam 3 i Algoritam 3a, kao svoj sastavni deo, imaju mogućnost estimacije parametara OJK - te. U test signalu (4.134) prisutna je jedna OJK - ta i u ovom slučaju predloženi algoritmi veoma precizno estimiraju njene parametre. Na slici 4.9 prikazan je rezultat kontinualne estimacije amplitude osnovnog fazora DFT metodom, signala definisanog izrazom (4.134) bez dodatnog šuma za dve vrednosti relativne amplitude i dve vrednosti vremenskih konstanti OJK - te.



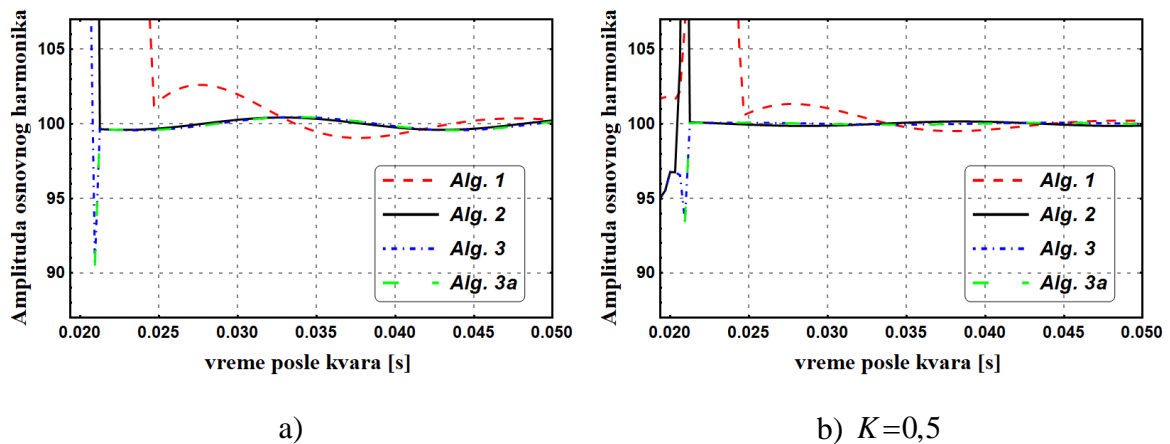
Slika 4.9. Kontinualna estimacija fazora osnovnog harmonika signala (4.134) DFT algoritmom, za dve vrednosti relativne amplitude i dve vrednosti vremenskih konstanti OJK - te i bez šuma.

Kao što se sa slike 4.9 može videti, prisutna OJK - ta u procesiranom signalu dovodi do oscilacije rezultata pri kontinualnoj estimaciji fazora osnovnog harmonika DFT algoritmom. Oscilacije su izraženije ukoliko je manja vremenska konstanta OJK - te. Cilj algoritama razvijenih u ovom poglavlju disertacije je upravo umanjeње ovih oscilacija.

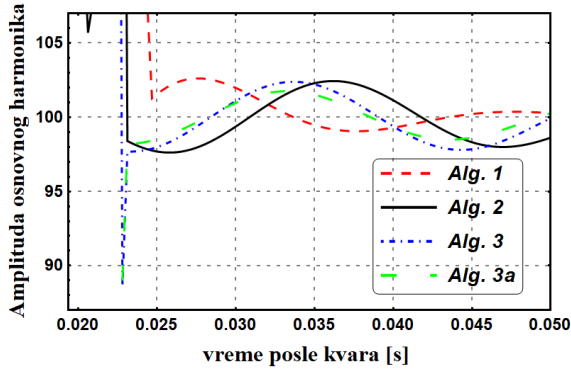
Na slikama 4.10 - 4.15 prikazani su rezultati estimacije amplitude fazora osnovnog harmonika, signala definisanog izrazom (4.134), DFT algoritmom uz korekciju rezultata predloženim algoritmima: Algoritmom 1, Algoritmom 2, Algoritmom 3 i Algoritmom 3a. Estimacija je izvršena za različite nivoe prisutne šumne komponente (SNR = 50 dB i SNR = 30 dB), različite relativne amplitude primarne OJK - te ($K=1$ i $K=0,5$) i različite vremenske konstante ($\tau=10$ ms i $\tau=100$ ms).



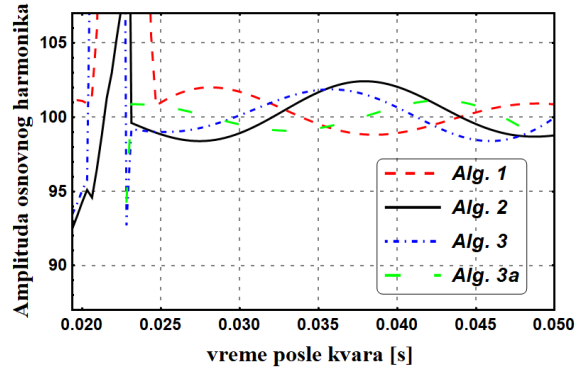
Slika 4.10. Vremenski odziv predloženih algoritama za $\tau=10$ ms, bez šuma i za različito K , $m=N/4$ za algoritam 1, $m=4$ za algoritme 2, 3, 3a.



Slika 4.11. Vremenski odziv predloženih algoritama za $\tau=10$ ms, SNR = 50 dB i za različito K , $m=N/4$ za algoritam 1, $m=4$ za algoritme 2, 3, 3a. $K=1$

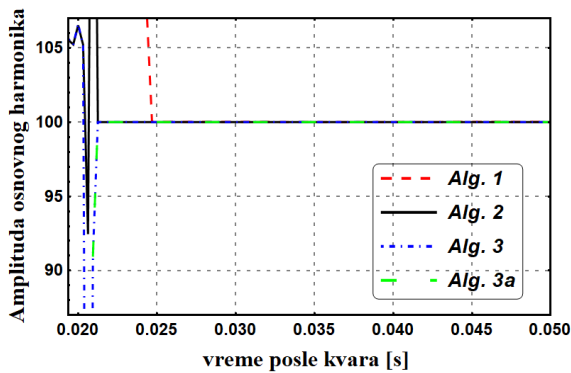


a) $K=1$

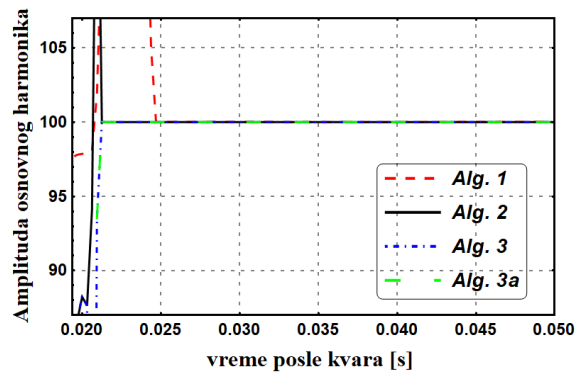


b) $K=0,5$

Slika 4.12. Vremenski odziv predloženih algoritama za $\tau=10\text{ms}$, $\text{SNR} = 30\text{ dB}$ i za različito K , $m=N/4$ za algoritam 1, $m=10$ za algoritme 2, 3, 3a.

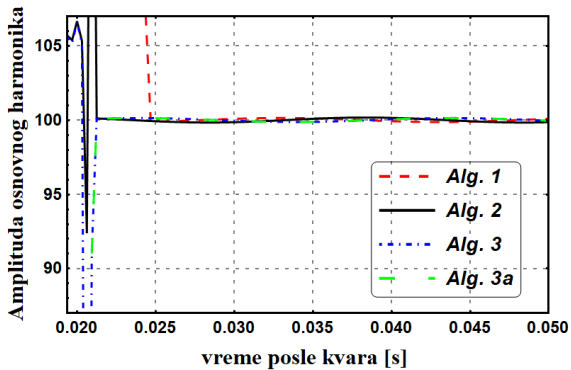


a) $K=1$

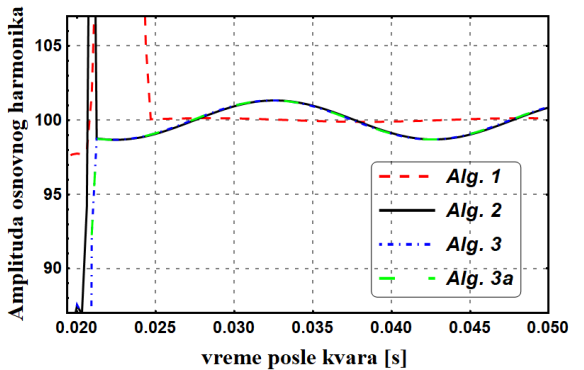


b) $K=0,5$

Slika 4.13. Vremenski odziv predloženih algoritama za $\tau=100\text{ms}$, bez šuma i za različito K , $m=N/4$ za algoritam 1, $m=4$ za algoritme 2, 3, 3a.

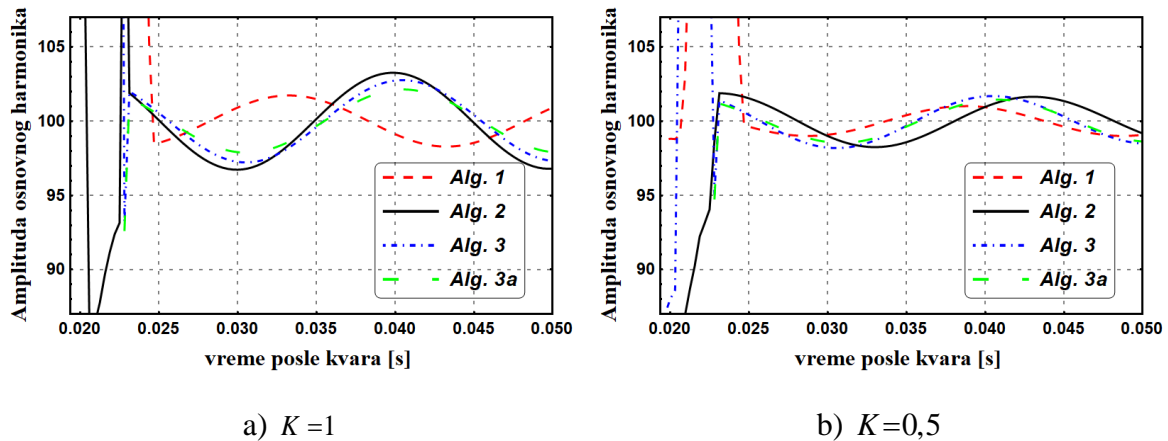


a) $K=1$



b) $K=0,5$

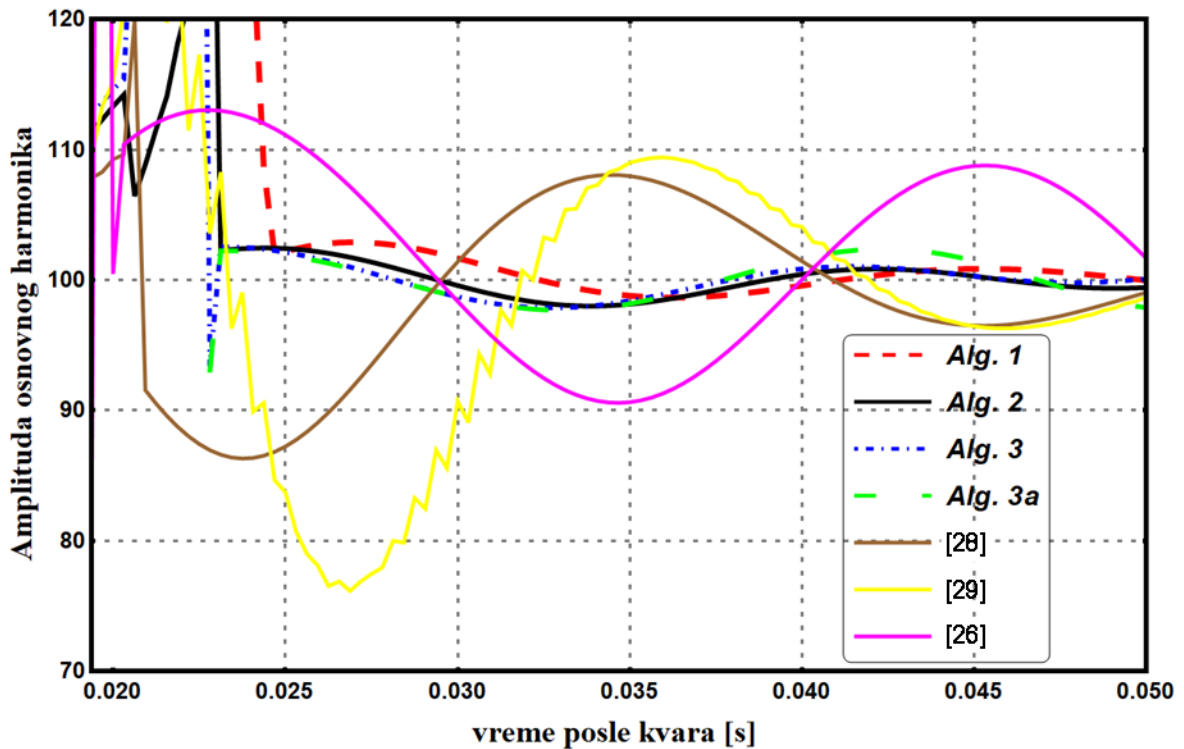
Slika 4.14. Vremenski odziv predloženih algoritama za $\tau=100\text{ms}$, $\text{SNR} = 50\text{ dB}$ i za različito K , $m=N/4$ za algoritam 1, $m=4$ za algoritme 2, 3, 3a.



Slika 4.15. Vremenski odziv predloženih algoritama za $\tau=100\text{ms}$, $\text{SNR} = 30\text{ dB}$ i za različito K , $m=N/4$ za algoritam 1, $m=10$ za algoritme 2, 3, 3a.

Na osnovu dobijenih rezultata, sa slika 4.9 - 4.15 može se uočiti da predloženi algoritmi značajno umanjuju oscilacije rezultata pri kontinualnoj estimaciji amplitude fazora osnovnog harmonika. Kašnjenje estimacije DFT metodom je konstantno i iznosi NT_s što odgovara periodu procesiranog signala (0,02s). Predloženi algoritmi (Algoritam 2, Algoritam 3 i Algoritam 3a), za nizak nivo šuma (veliki SNR) imaju kašnjenje od $(N+3)T_s$, a za visok nivo šuma (mali SNR) kašnjenje $(N+10)T_s$. Podešavanje kašnjenja estimacije je važna komparativna prednost predloženih algoritama i takva mogućnost nije zabeležena u literaturi. Na račun malog povećanja kašnjenja estimacije (produženja vremena reagovanja), predloženi algoritmi značajno umanjuju oscilacije estimiranih veličina. Implementacijom ovih algoritama u numerički relej postigla bi se veća pouzdanost i sigurnost, kao i veća osetljivost i bolja selektivnost zaštite. Algoritam 1 ima fiksno kašnjenje $(N+10)T_s$, ali sa slike 4.15 može se uočiti da je veoma robustan na slučajni šum.

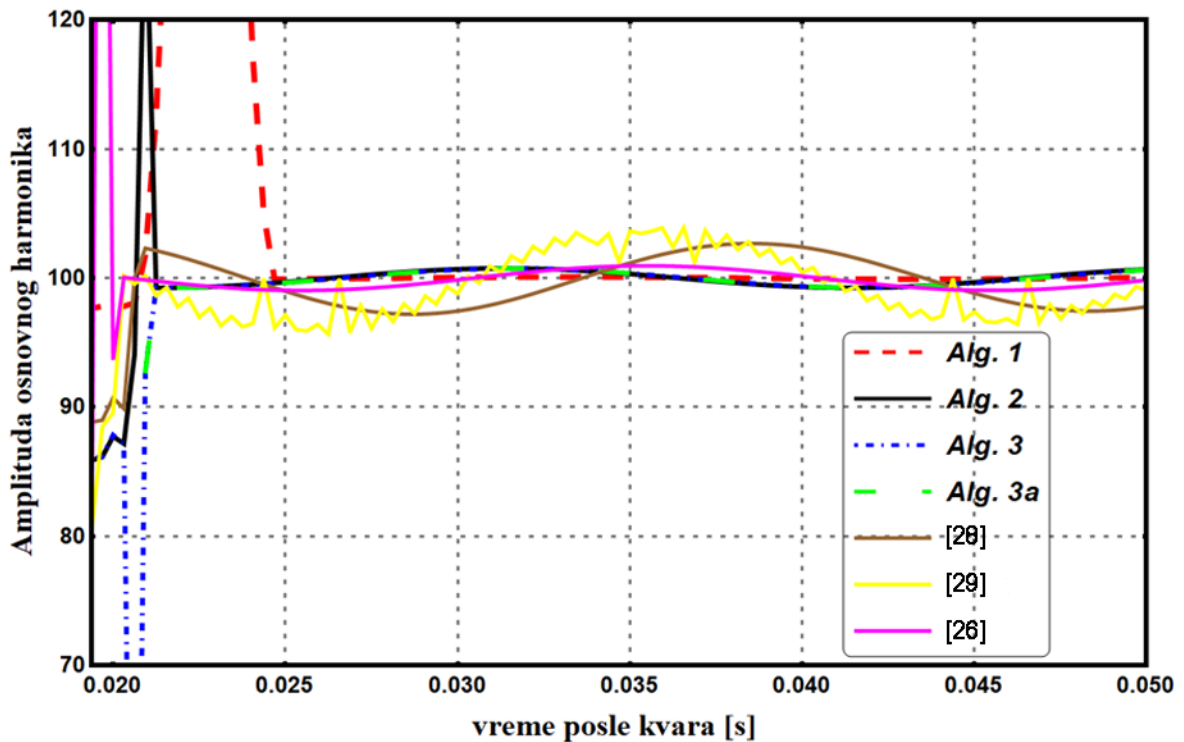
Performanse predloženih algoritama su upoređene sa performansama referentnih algoritama koji su opisani u [26, 28, 29]. Za sve algoritme je zajedničko da im je u osnovi DFT algoritam, a korekcija rezultata DFT algoritma vrši se dodatnim tehnikama. Rezultati tako sprovedene komparacije su prikazani za dva izabrana karakteristična slučaja na slikama 4.16 i 4.17. Da bi komparacija bila realna i na istim polaznim pretpostavkama, algoritmi su testirani na istom test signalu, sa istom periodom odabiranja i istim nivoom šuma. Na slici 4.16 prikazani su rezultati estimacije amplitude osnovnog harmonika predloženih algoritama kao i algoritama opisanih u [26, 28, 29] za $K=1$, $\tau=10\text{ms}$, $\text{SNR} = 30\text{ dB}$.



Slika 4.16. Vremenski odziv predloženih algoritama i algoritama [26, 28, 29], za $\tau = 10$ ms, SNR = 30 dB, $K = 1$, $m = N/4$ za algoritam 1, $m = 10$ za algoritme 2, 3, 3a.

Sa slika 4.16 može se uočiti da algoritmi predloženi u doktorskoj disertaciji imaju znatno manje oscilacije rezultata i brže konvergiraju ka tačnoj vrednosti u odnosu na algoritame sa kojima je vršena komparacija [26, 28, 29]. DFT algoritam je robustan na prisutan šum u procesiranom signalu, ali su predloženi algoritmi za korekciju DFT rezultata jako osetljivi na prisutan šum. Algoritmi predloženi u [26, 28, 29] imaju manje kašnjenje od predloženih algoritama u disertaciji, ali njihove performanse značajno degradiraju (imaju veće oscilacije rezultata i sporije konvergiraju) sa povećanjem nivoa šuma u procesiranom signalu.

Na slici 4.17 prikazani su rezultati estimacije amplitude osnovnog harmonika predloženim algoritmima kao i algoritama prikazanih u [26, 28, 29] za $K = 1$, $\tau = 100$ ms, SNR = 50 dB.



Slika 4.17. Vremenski odziv predloženih algoritama i algoritama [26, 28, 29], za $\tau = 100\text{ms}$, $\text{SNR} = 50\text{ dB}$, $K = 0,5$, $m = N/4$ za algoritam 1, $m = 4$ za algoritme 2, 3, 3.

U ovom slučaju postoji nizak nivo šuma u procesiranom signalu i velika vremenska konstanta OJK - te. Predloženi algoritmi i algoritmi sa kojima je vršena komparacija imaju slično vreme kašnjenja estimacije, osim Algoritma 1 kod koga je vreme kašnjenja znatno veće i fiksno. Kao što se sa slike može videti algoritmi imaju sličan kvalitet estimacije.

Da bi se bolje sagledale performanse predloženih algoritama kao i algoritama [26, 28, 29], u smislu tačnosti estimacije amplitude osnovnog harmonika u uslovima prisutnog šuma, u tabeli 4.1 i tabeli 4.2 navedene su srednje vrednosti μ i standardno odstupanje σ estimirane amplitude, za signal definisan sa (4.134), za četiri nivoa šuma ($\text{SNR} = 60\text{ dB}$, $\text{SNR} = 50\text{ dB}$, $\text{SNR} = 40\text{ dB}$, $\text{SNR} = 30\text{ dB}$), dve vrednosti relativne amplitude OJK - te ($K = 1$ i $K = 0,5$) i dve vrednosti vremenske konstante OJK - te ($\tau = 10\text{ms}$ i $\tau = 100\text{ms}$). Srednja vrednost i standardno odstupanje su određene na uzorku od 200 simulacija, uzimajući prvi odbirak u trenutku nastanka kvara. Tačna vrednost amplitude osnovnog harmonika je $A_1 = 100\text{ A}$. Za ovde predložene algoritme 2, 3, 3a usvojeno je da je $m = 4$ za $\text{SNR} = 60\text{ dB}$ i $\text{SNR} = 50\text{ dB}$, $m = 7$ za $\text{SNR} = 40\text{ dB}$ i $m = 10$ za $\text{SNR} = 30\text{ dB}$.

Na osnovu izvršenih simulacija i rezultata prikazanih u tabeli 4.1 i tabeli 4.2, može se zaključiti da su predloženi algoritmi tačniji i precizniji od algoritama sa kojima je vršena komparacija. Ovo je pogotovu izraženo u slučajevima visokog nivoa šuma u procesiranom signalu kao i male vrednosti vremenske konstante OJK-te.

Tabela 4.1. Srednja vrednost i standardno odstupanje pri estimaciji amplitude osnovnog harmonika signala definisanog sa (4.134) za $\tau=10\text{ms}$.

			SNR = 60 dB	SNR = 50 dB	SNR = 40 dB	SNR = 30 dB
Alg. 1	K = 1	μ	101,538	101,539	101,539	101,548
		σ	0,0256	0,081	0,2503	0,892
	K = 0,5	μ	100,753	100,755	100,735	100,707
		σ	0,0296	0,0897	0,269	0,808
Alg. 2	K = 1	μ	100,046	100,004	100,006	100,046
		σ	0,403	1,219	0,924	1,836
	K = 0,5	μ	100,025	100,0251	100,001	99,793
		σ	0,348	1,156	0,908	1,782
Alg. 3	K = 1	μ	100,048	99,99	100,000	99,973
		σ	0,428	1,301	1,045	2,181
	K = 0,5	μ	100,026	100,0251	99,988	99,621
		σ	0,371	1,216	1,025	2,044
Alg. 3a	K = 1	μ	100,048	99,99	100,025	100,075
		σ	0,428	1,301	0,884	1,627
	K = 0,5	μ	100,026	100,0251	100,009	99,936
		σ	0,371	1,216	0,918	1,807
[28]	K = 1	μ	100,0371	100,091	100,245	102,981
		σ	0,366	1,137	3,641	10,269
	K = 0,5	μ	99,985	100,271	100,838	102,629
		σ	0,352	1,126	3,516	7,186
[29]	K = 1	μ	94,349	94,976	101,99	114,328
		σ	0,886	2,339	11,238	14,1275
	K = 0,5	μ	99,542	99,602	102,401	106,816
		σ	0,575	1,8102	5,827	6,196
[26]	K = 1	μ	110,791	110,792	110,869	111,281
		σ	0,0269	0,0821	0,279	1,244
	K = 0,5	μ	105,387	105,390	105,458	105,873
		σ	0,033	0,104	0,329	1,287

Tabela 4.2. Srednja vrednost i standardno odstupanje pri estimaciji amplitude osnovnog harmonika signala definisanog sa (4.134) za $\tau_1 = 100\text{ms}$.

			SNR = 60 dB	SNR = 50 dB	SNR = 40 dB	SNR = 30 dB
Alg. 1	$K = 1$	μ	100,007	100,017	99,99	100,022
		σ	0,0265	0,082	0,248	0,804
	$K = 0,5$	μ	100,003	100,002	99,995	99,939
		σ	0,0259	0,0843	0,246	0,858
Alg. 2	$K = 1$	μ	99,946	99,996	100,01	99,242
		σ	0,445	1,347	1,061	1,887
	$K = 0,5$	μ	99,963	100,1735	99,781	98,897
		σ	0,442	1,1865	1,023	1,273
Alg. 3	$K = 1$	μ	99,942	99,966	99,971	98,976
		σ	0,452	1,361	1,088	2,113
	$K = 0,5$	μ	99,956	100,1185	99,678	98,238
		σ	0,448	1,206	1,099	1,679
Alg. 3a	$K = 1$	μ	99,942	99,966	100,062	99,966
		σ	0,452	1,361	1,027	1,649
	$K = 0,5$	μ	99,956	100,118	99,899	99,847
		σ	0,448	1,206	0,946	1,458
[28]	$K = 1$	μ	99,985	99,904	100,033	100,526
		σ	0,498	1,427	3,044	3,665
	$K = 0,5$	μ	99,961	100,241	100,181	99,796
		σ	0,433	1,143	1,869	1,697
[29]	$K = 1$	μ	98,748	98,67	99,459	100,489
		σ	0,234	0,831	2,114	1,573
	$K = 0,5$	μ	99,741	99,665	99,929	100,177
		σ	0,08	0,308	0,78	0,687
[26]	$K = 1$	μ	99,839	99,858	99,879	100,521
		σ	0,0376	0,114	0,351	1,694
	$K = 0,5$	μ	99,21	99,918	99,929	100,663
		σ	0,0348	0,111	0,369	1,436

4.4.1.2. Test signal sa dve OJK - te

U ovom slučaju, procesirana struja kratkog spoja pored osnovnog harmonika sadrži i više harmonijske komponente ograničenog reda, primarnu i sekundarnu OJK - tu i slučajni šum. Analitički oblik korišćenog test signala definisan je sa [53]:

$$i_1(t) = \sum_{j=1}^{31} \frac{15}{j^2} (1 - h(t - T_f)) \cos j\omega t + \sum_{j=1}^{31} \frac{100}{j^2} h(t - T_f) \cos j\omega(t - T_f) + \\ + K \cdot \sum_{j=1}^{31} \frac{100}{j^2} h(t - T_f) e^{-\frac{(t-T_f)}{\tau_1}} + 0,1 \cdot K \cdot \sum_{j=1}^{31} \frac{100}{j^2} h(t - T_f) e^{-\frac{(t-T_f)}{\tau_2}} + e(t), \quad (4.135)$$

Algoritmi za estimaciju nepoznatih parametara osnovnog fazora signala struje su testirani za različite nivoe šuma:

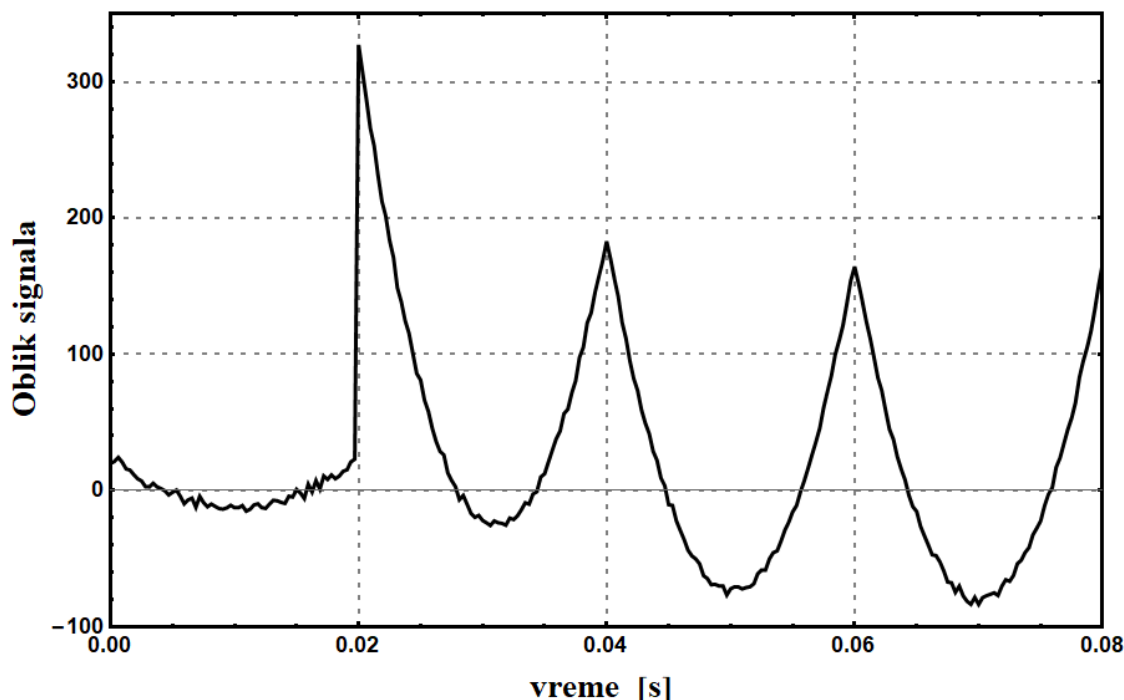
- bez dodatnog šuma u procesiranom signalu,
- četiri nivoa šuma u procesiranom signalu (SNR = 30 dB, SNR = 40 dB, SNR = 50 dB i SNR = 60 dB),

uz varijaciju parametara primarne OJK - te:

- dve vrednosti relativne amplitude primarne OJK - te ($K = 1$ i $K = 0,5$),
- dve vrednosti vremenskih konstanti primarne OJK - te ($\tau_1 = 10$ ms i $\tau_1 = 100$ ms).

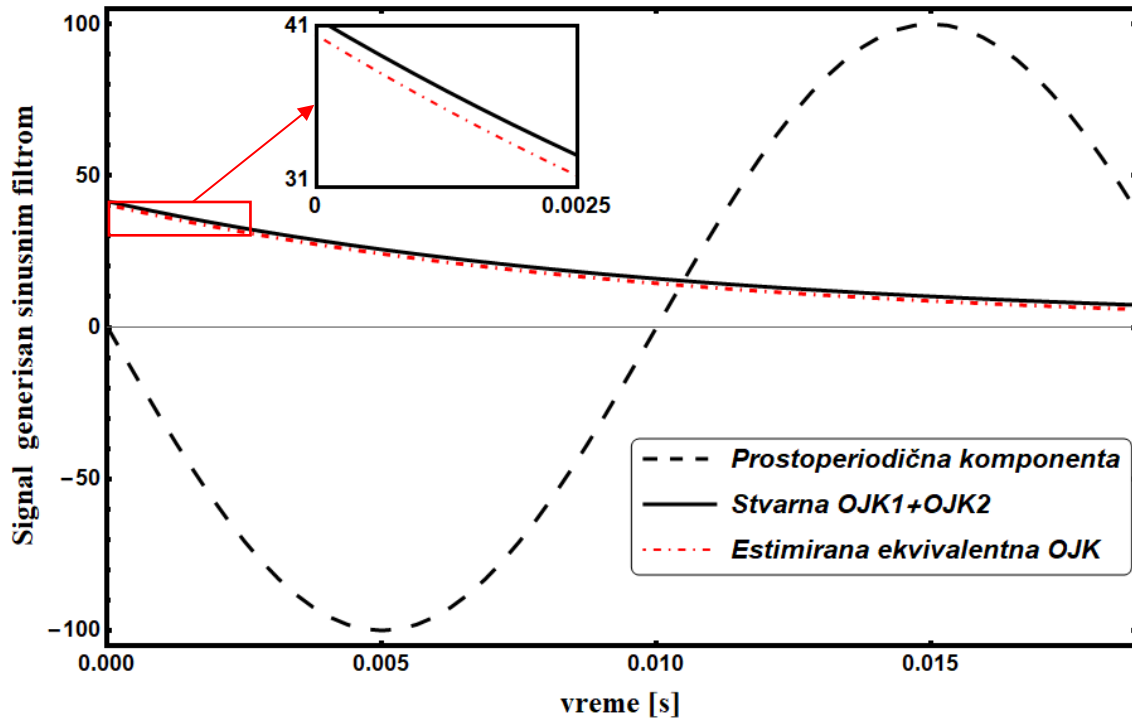
Sekundarna OJK - ta ima vremensku konstantu $\tau_2 = 400$ ms i amplitudu $I_2 = 0,1I_1$ [53].

Na slici 4.18 prikazan je vremenski oblik test signala (4.135) za $K=1$, $\tau_1=10$ ms, $\tau_2=100$ ms i SNR = 30 dB.



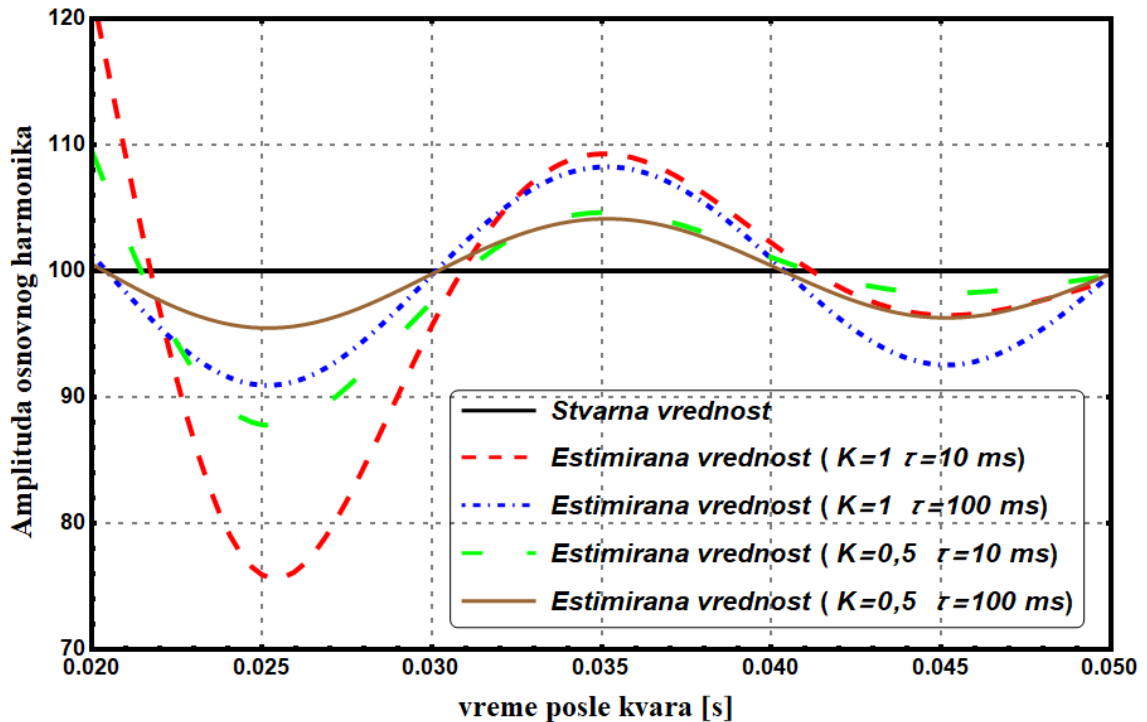
Slika 4.18. Vremenski oblik test signala (3.139) za $K=1$, $\tau_1=10$ ms, $\tau_2=400$ ms, SNR = 30 dB.

Na slici 4.19 prikazan je vremenski oblik signala (4.135) nakon kontinualne primene sinusnog filtra (4.25). Prikazane su prostoperiodična komponenta procesiranog strujnog signala, kao i deo signala koji je posledica prisutnih OJK - ti. Pored toga prikazana je i odgovarajuća estimirana ekvivalentna OJK - ta, pri čemu je estimacija njene vrednosti izvršena primenom algoritma 2, za $K = 1$, $\tau_1 = 10 \text{ ms}$, $\text{SNR} = 30 \text{ dB}$.



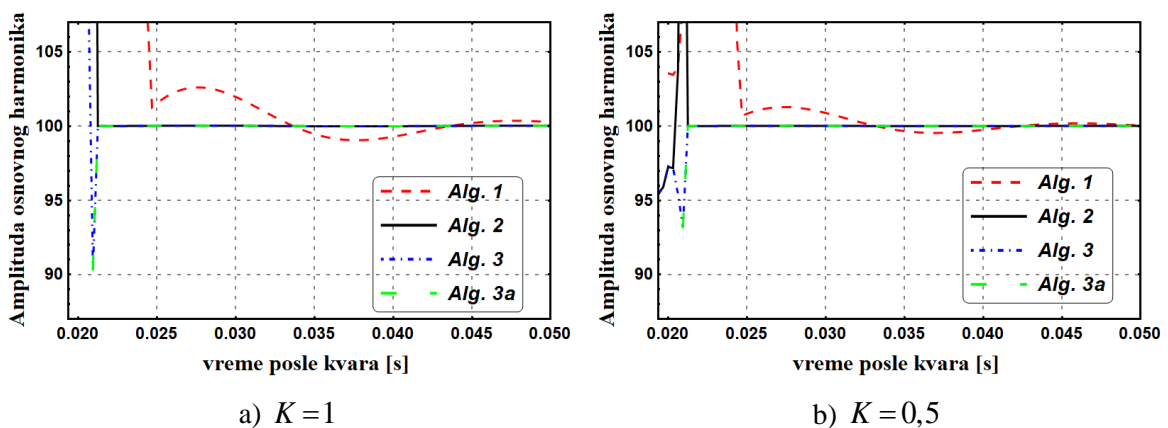
Slika 4.19. Vremenski oblik test signala (4.135) nakon kontinualne primene sinusnog filtra za $K_1 = 1$, $\tau_1 = 10 \text{ ms}$, $\tau_2 = 400 \text{ ms}$, $\text{SNR} = 50 \text{ dB}$.

Osnovna ideja u razvoju algoritama u doktorskoj disertaciji je aproksimacija svih prisutnih OJK - ti jednom jedinstvenom OJK - tom za svaki indeks uzorka. Na slici 4.19 prikazan je najkritičniji slučaj kada OJK - te imaju različitu dinamiku. Kao što se sa slike može videti, na vremenskom intervalu dužine jedne periode aproksimacija je veoma dobra. Ovom aproksimacijom je matematički aparat za razvoj algoritama znatno uprošćen a time su razvijeni algoritmi jednostavniji za praktičnu realizaciju. Na slici 4.20 prikazan je rezultat kontinualne estimacije amplitude osnovnog fazora DFT metodom, signala definisanog izrazom (4.135) bez dodatnog šuma za dve vrednosti relativne amplitude i dve vrednosti vremenskih konstanti primarne OJK - te.

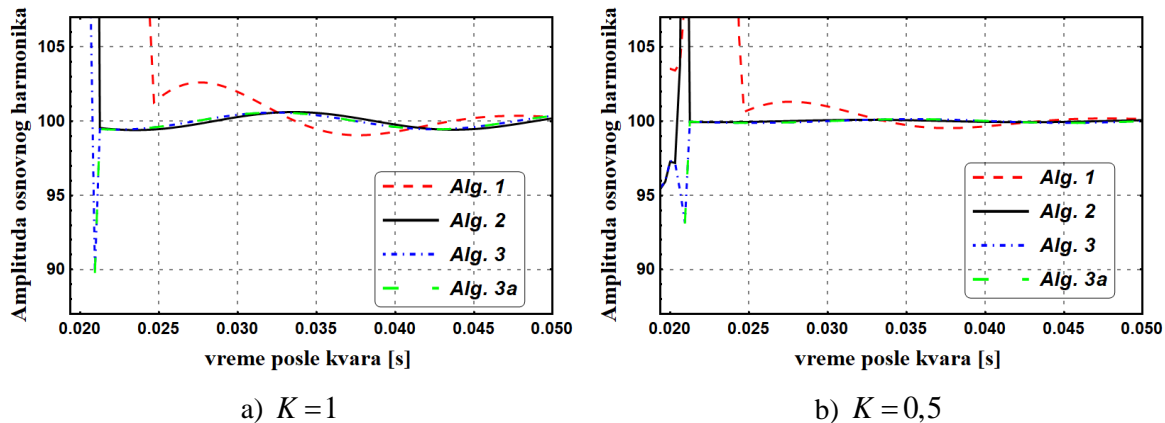


Slika 4.20. Kontinualna estimacija fazora osnovnog harmonika signala (4.135) DFT algoritmom, za dve vrednosti relativne amplitude i dve vrednosti vremenskih konstanti OJK - te i bez šuma.

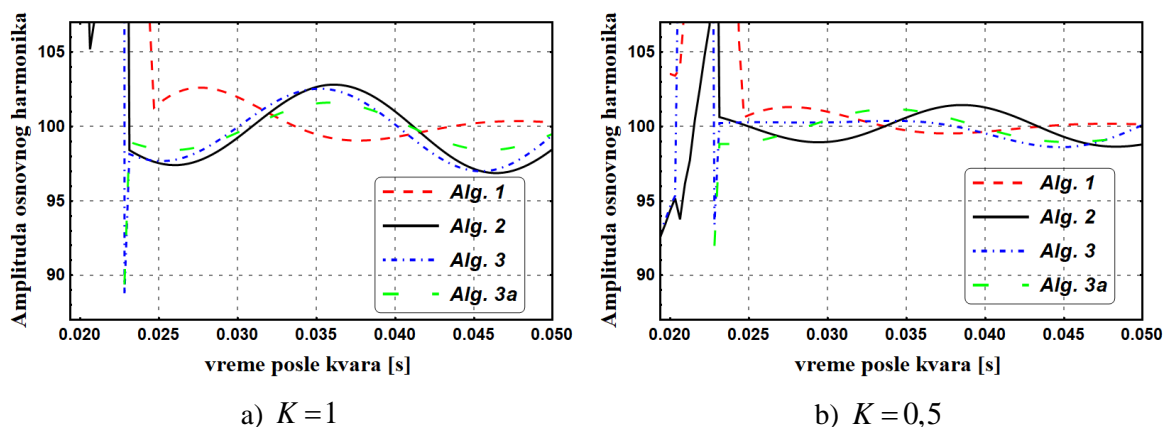
Kao što se sa slike 4.9 i 4.20 može videti, slični se rezultati dobijaju pri kontinualnoj estimaciji fazora osnovnog harmonika DFT algoritmom signala sa jednom OJK - tom definisanog sa (4.135), odnosno signala sa dve OJK - te definisanog sa (4.136). Na tačnost DFT algoritma veći uticaj ima primarna OJK - ta koja ima manju vremensku konstantu od sekundarne OJK - te. Amplituda osnovnog harmonika je estimirana za slučaj da nema šuma u procesiranom signalu kao i za dva nivoa šuma (SNR = 50 dB, SNR = 30 dB), dve vrednosti relativne amplitude OJK - te ($K=1$ i $K=0,5$) i dve vrednosti vremenske konstante primarne OJK - te ($\tau_1=10\text{ms}$, $\tau_1=100\text{ms}$). Simulacioni rezultati su prikazani na slikama 4.21 do 4.26.



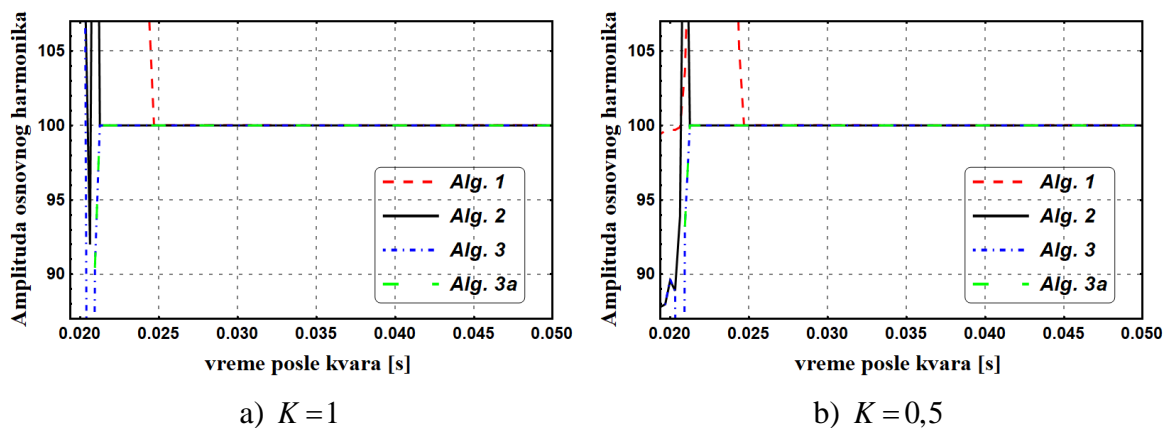
Slika 4.21. Vremenski odziv predloženih algoritama za $\tau_1=10\text{ms}$, bez šuma i za različito K , $m=N/4$ za algoritam 1, $m=4$ za algoritme 2, 3, 3a.



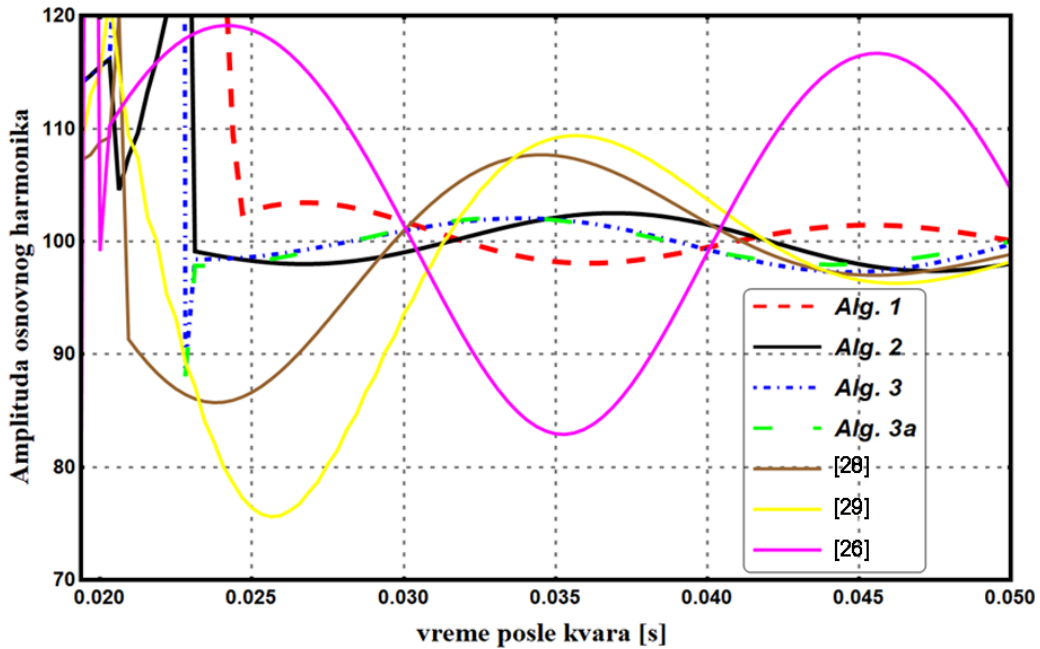
Slika 4.22. Vremenski odziv predloženih algoritama za $\tau_1 = 10\text{ms}$, $\text{SNR} = 50\text{ dB}$ i za različito K , $m = N/2$ za algoritam 1, $m = 4$ za algoritme 2, 3, 3a.



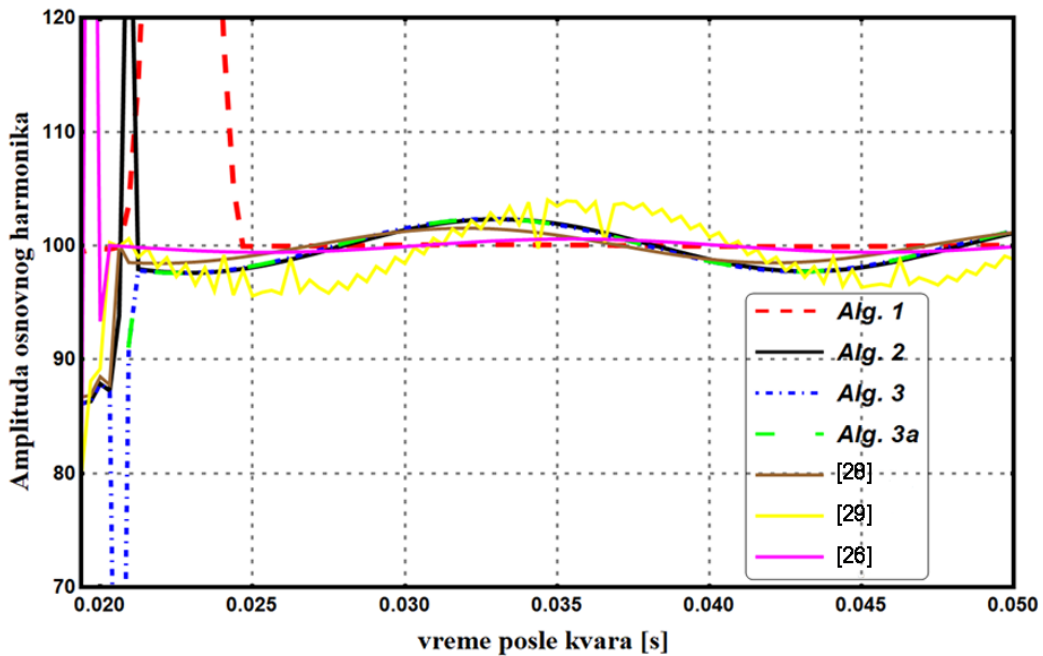
Slika 4.23. Vremenski odziv predloženih algoritama za $\tau_1 = 10\text{ms}$, $\text{SNR} = 50\text{ dB}$ i za različito K , $m = N/2$ za algoritam 1, $m = 4$ za algoritme 2, 3, 3a.



Slika 4.24. Vremenski odziv predloženih algoritama za $\tau_1 = 100\text{ms}$, bez šuma i za različito K , $m = N/4$ za algoritam 1, $m = 4$ za algoritme 2, 3, 3a.



Slika 4.27. Vremenski odziv predloženih algoritama kao i algoritama [26, 28, 29], za $\tau_1 = 10\text{ms}$, $\text{SNR} = 30\text{ dB}$, $K_1 = 1$, $m = N/4$ za algoritam 1, $m = 10$ za algoritme 2, 3, 3a.



Slika 4.28. Vremenski odziv predloženih algoritama kao i algoritama [26, 28, 29], za $\tau_1 = 100\text{ms}$, $\text{SNR} = 50\text{dB}$, $K_2 = 0,5$, $m = N/4$ za algoritam 1, $m = 4$ za algoritme 2, 3, 3a.

U tabelama 4.3 i 4.4 navedene su srednje vrednosti μ i standardno odstupanje σ estimirane amplitude, za signal definisan sa (4.135), za četiri nivoa šuma, dve vrednosti relativne amplitude i dve vrednosti vremenske konstante OJK - te

Tabela 4.3. Srednja vrednost i standardno odstupanje pri estimaciji amplitude osnovnog harmonika signala definisanog sa (4.135) za $\tau_1 = 10\text{ms}$.

			SNR = 60 dB	SNR = 50 dB	SNR = 40 dB	SNR = 30 dB
Alg. 1	$K_1 = 1$	μ	101,535	101,541	101,508	101,586
		σ	0,0273	0,083	0,248	0,799
	$K_2 = 0,5$	μ	100,753	100,752	100,739	100,724
		σ	0,0274	0,081	0,264	0,827
Alg. 2	$K_1 = 1$	μ	99,969	100,0168	99,952	99,950
		σ	0,358	1,226	0,889	1,819
	$K_2 = 0,5$	μ	100,005	99,882	100,092	99,714
		σ	0,369	0,977	0,924	1,646
Alg. 3	$K_1 = 1$	μ	99,967	100,011	99,942	99,884
		σ	0,383	1,307	0,994	2,127
	$K_2 = 0,5$	μ	100,004	99,861	100,083	99,542
		σ	0,394	1,043	1,032	1,951
Alg. 3a	$K_1 = 1$	μ	99,967	100,011	99,954	100,032
		σ	0,383	1,307	0,910	1,727
	$K_2 = 0,5$	μ	100,004	99,861	100,121	100,049
		σ	0,394	1,043	0,918	1,598
[28]	$K_1 = 1$	μ	99,992	99,898	100,356	102,811
		σ	0,374	1,125	3,783	10,341
	$K_2 = 0,5$	μ	100,015	99,881	100,770	103,287
		σ	0,343	1,087	3,527	7,443
[29]	$K_1 = 1$	μ	94,241	94,761	103,299	113,437
		σ	0,848	2,381	12,562	13,804
	$K_2 = 0,5$	μ	99,461	99,488	102,921	107,17
		σ	0,698	1,865	5,914	5,863
[26]	$K_1 = 1$	μ	110,778	110,800	110,86	111,367
		σ	0,028	0,084	0,295	1,040
	$K_2 = 0,5$	μ	105,378	105,378	105,454	106,068
		σ	0,032	0,102	0,328	1,310

Tabela 4.4. Srednja vrednost i standardno odstupanje pri estimaciji amplitude osnovnog harmonika signala definisanog sa (4.135) za $\tau_1 = 100\text{ms}$.

			SNR = 60 dB	SNR = 50 dB	SNR = 40 dB	SNR = 30 dB
Alg. 1	$K_1 = 1$	μ	100,005	100,006	100,026	100,035
		σ	0,028	0,086	0,271	0,875
	$K_2 = 0,5$	μ	100,003	100,006	99,996	99,976
		σ	0,026	0,0762	0,250	0,788
Alg. 2	$K_1 = 1$	μ	99,968	100,056	99,744	99,051
		σ	0,412	1,43	1,175	1,901
	$K_2 = 0,5$	μ	100,003	100,066	100,033	99,219
		σ	0,128	1,204	1,031	1,308
Alg. 3	$K_1 = 1$	μ	99,965	100,025	99,687	98,732
		σ	0,418	1,449	1,233	2,218
	$K_2 = 0,5$	μ	100,002	100,011	99,951	98,655
		σ	0,1303	1,223	1,068	1,66
Alg. 3a	$K_1 = 1$	μ	99,966	100,025	99,851	99,763
		σ	0,418	1,449	1,096	1,695
	$K_2 = 0,5$	μ	100,007	100,011	100,109	100,171
		σ	0,112	1,223	0,933	1,294
[28]	$K_1 = 1$	μ	100,014	99,936	99,899	100,503
		σ	0,498	1,242	3,0868	3,819
	$K_2 = 0,5$	μ	99,995	99,991	100,106	99,876
		σ	0,445	1,226	1,895	1,737
[29]	$K_1 = 1$	μ	97,895	97,765	99,677	100,845
		σ	0,310	1,075	3,079	2,212
	$K_2 = 0,5$	μ	99,733	99,648	100,102	100,211
		σ	0,067	0,311	0,955	0,739
[26]	$K_1 = 1$	μ	99,742	99,754	99,805	100,397
		σ	0,0376	0,116	0,394	1,329
	$K_2 = 0,5$	μ	99,917	99,931	99,957	100,585
		σ	0,0377	0,113	0,332	1,481

Srednja vrednost i standardno odstupanje su određene na uzorku od 200 simulacija, uzimajući prvi odbirak u trenutku nastanka kvara. Tačna vrednost amplitude osnovnog harmonika je $A_1 = 100$ A. Za ovde predložene algoritme 2, 3, 3a usvojeno je da je $m = 4$ za $\text{SNR} = 60$ dB i $\text{SNR} = 50$ dB, $m = 7$ za $\text{SNR} = 40$ dB i $m = 10$ za $\text{SNR} = 30$ dB.

Kao što se sa slike 4.27 može videti, predloženi algoritmi imaju znatno manje oscilacije rezultate ali neznatno sporiji odziv. Uzrok izraženog oscilovanja rezultata dobijenih primenom algoritma razvijenog u [26] je različita dinamika primarne i sekundarne OJK - te. Algoritam [26] je robustan na slučajni šum i uzima u obzir obe OJK - te. Uzrok oscilovanja rezultata dobijenih primenom algoritma [27,28] je osetljivost opisanih procedura na slučajni šum. Iako algoritmi [26, 28, 29] zahtevaju manje odbiraka, odnosno imaju manje kašnjenje estimacije u odnosu na algoritme razvijene u disertaciji, procedure predložene u disertaciji znatno brže mogu da generišu pouzdanu upravljačku akciju.

Na osnovu izvršenih simulacija i rezultata prikazanih u tabelama 4.3 i 4.4 može se zaključiti da predloženi algoritmi kao i algoritmi sa kojima je vršena komparacija imaju približno istu tačnost i preciznost kao i u slučaju test signala sa jednom OJK - tom (tabele 4.1 i 4.2).

4.4.1.3. Test signal sa dve OJK - te različitog znaka

Pri ovoj simulacionoj proveru performansi algoritama koji su predloženi u okviru ove disertacije, procesirana struja kratkog spoja pored osnovnog harmonika sadrži i više harmonijske komponente ograničenog reda, dve OJK - te različitog znaka i slučajni šum. Analitički oblik test signala koji je korišćen za ovu simulacionu proveru je bio oblika [53]:

$$i_1(t) = \sum_{j=1}^{31} \frac{15}{j^2} (1 - h(t - T_f)) \cos j\omega t + \sum_{j=1}^{31} \frac{100}{j^2} h(t - T_f) \cos j\omega (t - T_f) +$$

$$+ K \sum_{j=1}^{31} \frac{100}{j^2} h(t - T_f) e^{-\frac{(t-T_f)}{\tau_1}} - \frac{\tau_1}{\tau_2} K \sum_{j=1}^{31} \frac{100}{j^2} h(t - T_f) e^{-\frac{(t-T_f)}{\tau_2}} + e(t), \quad (4.136)$$

Algoritmi su testirani za različite nivoe šuma:

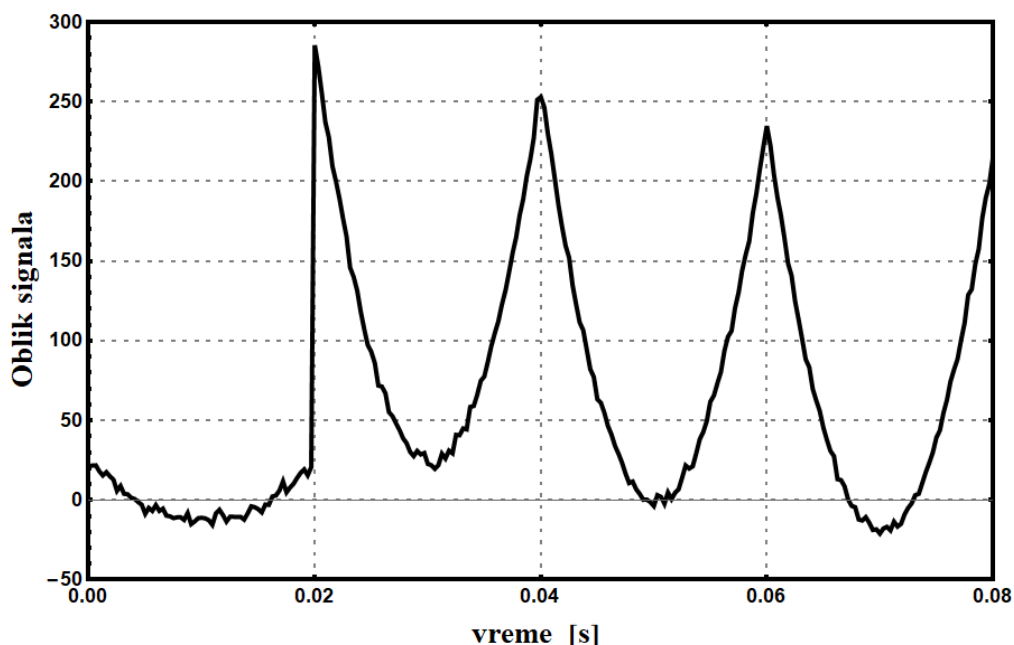
- bez dodatnog šuma u procesiranom signalu,
- četiri nivoa šuma u procesiranom signalu ($\text{SNR} = 30$ dB, $\text{SNR} = 40$ dB, $\text{SNR} = 50$ dB i $\text{SNR} = 60$ dB),

uz varijaciju parametara primarne OJK - te:

- dve vrednosti relativne amplitude primarne OJK - te ($K = 1$ i $K = 0,5$),
- dve vrednosti vremenske konstante primarne OJK - te ($\tau_1 = 10$ ms i $\tau_1 = 100$ ms).

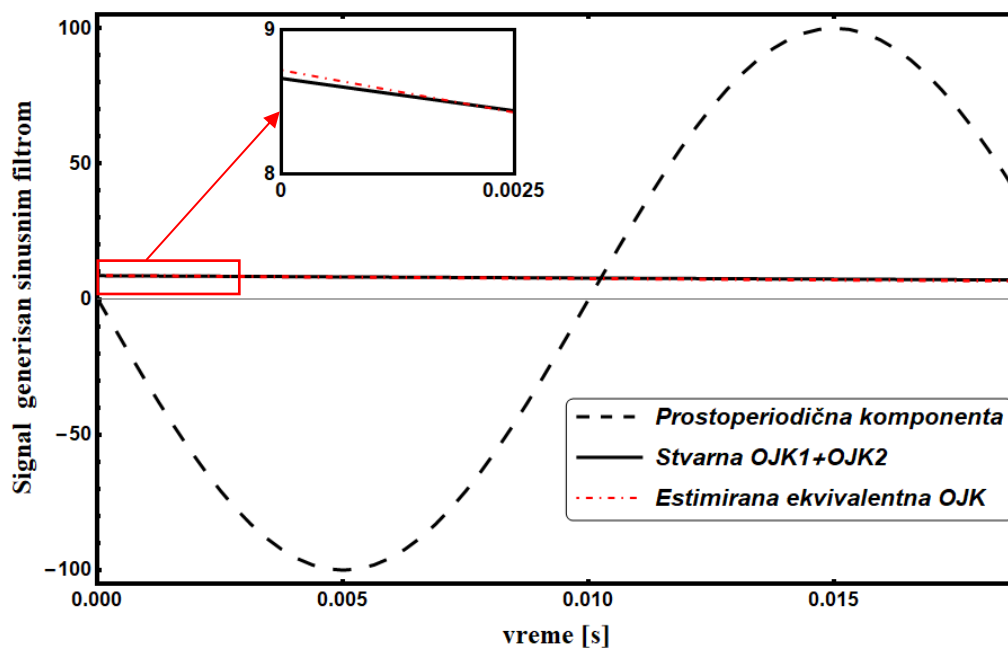
Sekundarna OJK-ta ima vremensku konstantu $\tau_2 = 400$ ms i amplitudu $I_2 = -\frac{\tau_1}{\tau_2} I_1$.

Na slici 4.29 prikazan je vremenski oblik test signala (4.136) za $K = 1$, $\tau_1 = 100$ ms, $\text{SNR} = 30$ dB.



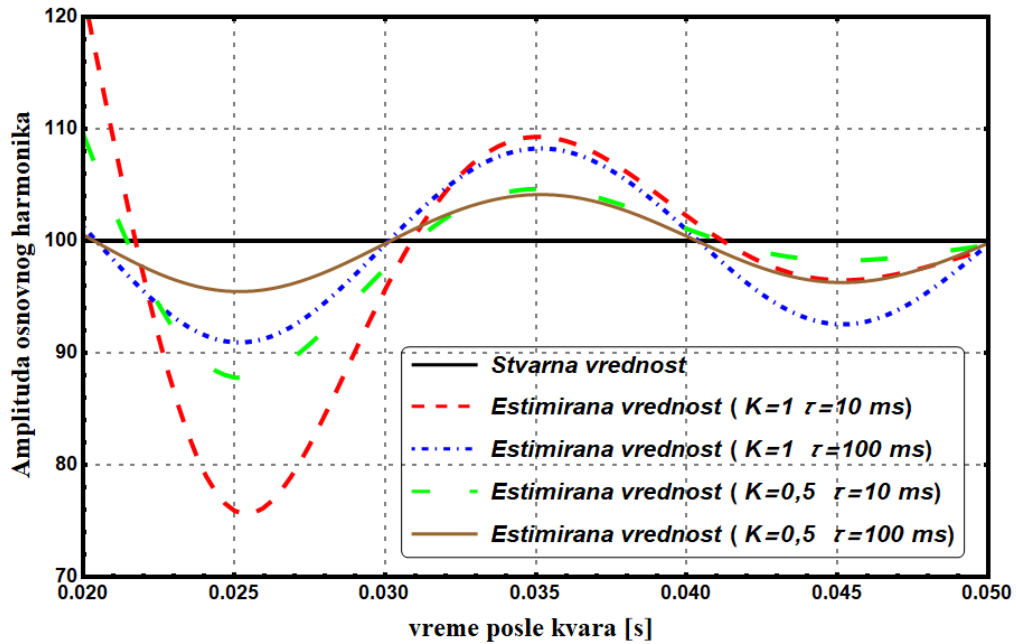
Slika 4.29. Vremenski oblik test signala (4.136) za $K=1$, $\tau_1=100\text{ms}$, $\tau_2=400\text{ms}$, SNR = 30 dB.

Na slici 4.30 prikazan je vremenski oblik signala (4.136) nakon primene sinusnog filtra (4.25). Prikazane su prostoperiodična komponenta procesiranog strujnog signala i deo signala koji je posledica prisutnih OJK - ti. Pored toga prikazana je i odgovarajuća estimirana ekvivalentna OJK - ta primenom Algoritama 2, za $K=1$, $\tau_1=100\text{ms}$, $\tau_2=400\text{ms}$, SNR = 50 dB.



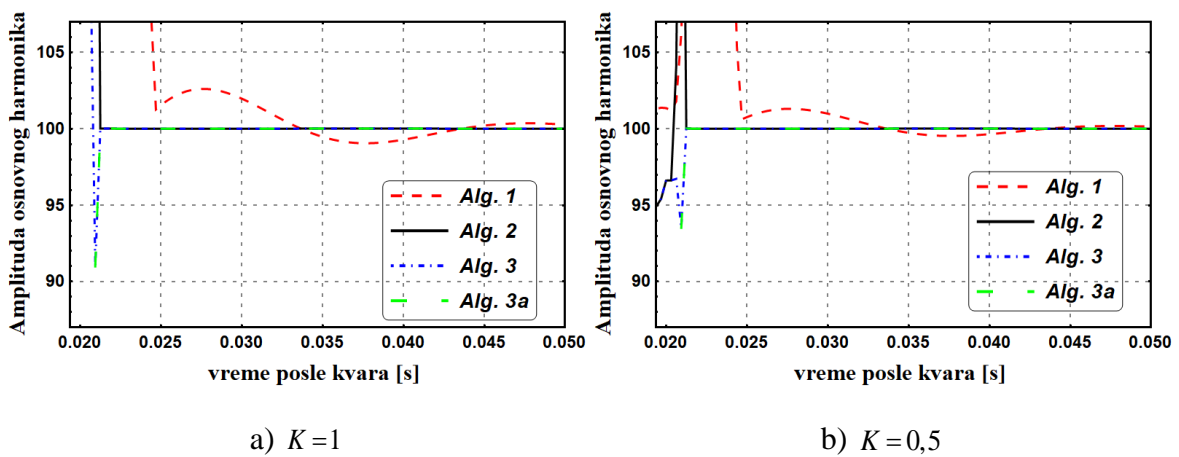
Slika 4.30. Vremenski oblik test signala (4.136) nakon kontinualne primene sinusnog filtra za $K_1=1$, $\tau_1=100\text{ms}$, $\tau_2=400\text{ms}$, SNR = 50dB.

Na slici 4.31 prikazan je rezultat kontinualne estimacije amplitude osnovnog fazora DFT metodom, signala definisanog izrazom (4.136) bez dodatnog šuma za dve vrednosti relativne amplitude i dve vrednosti vremenskih konstanti primarne OJK - te.

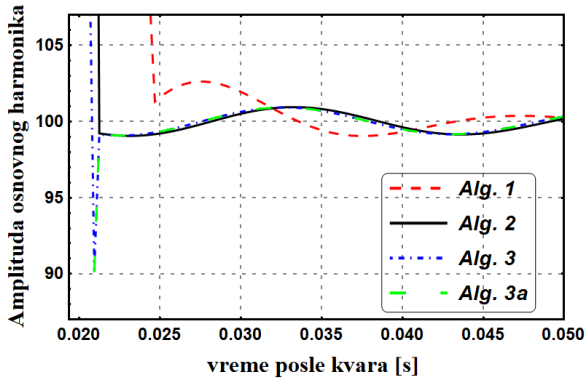


Slika 4.31. Kontinualna estimacija fazora osnovnog harmonika signala (4.136) DFT algoritmom, za dve vrednosti relativne amplitude i dve vrednosti vremenskih konstanti OJK - te i bez šuma.

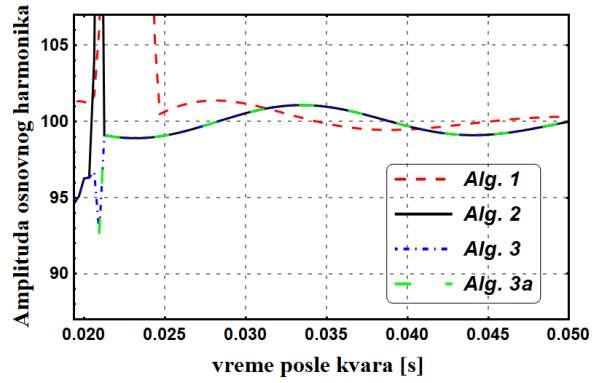
Kao što se sa slike 4.31 može videti, slični rezultati se dobijaju pri kontinualnoj estimaciji fazora osnovnog harmonika DFT algoritmom signala sa dve OJK - te različitog znaka definisanog sa (4.136), kao i signala sa jednom odnosno dve OJK - te definisane izrazima (4.134) i (4.135) respektivno. Amplituda osnovnog harmonika je estimirana za slučaj da nema šumne komponente u procesiranom signalu, kao i za dva nivoa šuma (SNR = 50 dB, SNR = 30 dB), dve relativne amplitude OJK - ti ($K = 1$ i $K = 0,5$) i dve vrednosti vremenske konstante primarne OJK - te ($\tau_1 = 10$ ms, $\tau_1 = 100$ ms). Rezultati su prikazani na slikama 4.32 do 4.37.



Slika 4.32. Vremenski odziv predloženih algoritama za $\tau_1 = 10$ ms, $\tau_2 = 400$ ms, bez šuma i za različito K , $m = N/4$ za algoritam 1, $m = 4$ za algoritme 2, 3, 3a.

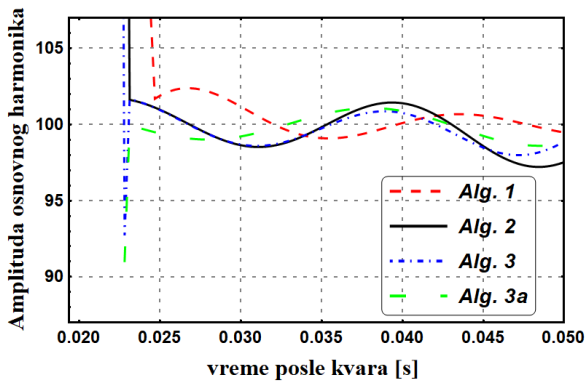


a) $K=1$

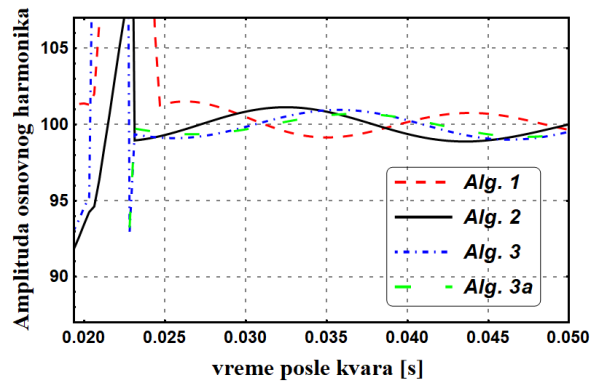


b) $K=0,5$

Slika 4.33. Vremenski odziv predloženih algoritama za $\tau_1=10\text{ms}$, $\tau_2=400\text{ms}$, $\text{SNR}=50\text{ dB}$ i za različito K , $m=N/2$ za algoritam 1, $m=4$ za algoritme 2, 3, 3a.

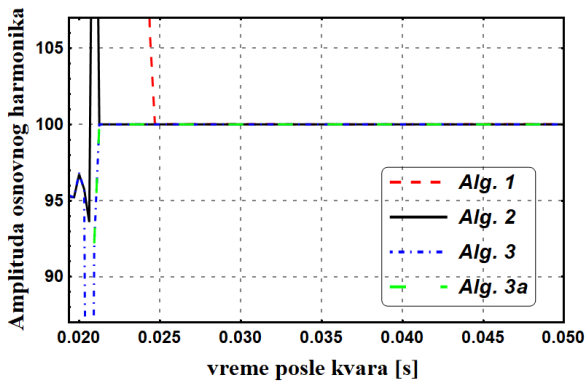


a) $K=1$

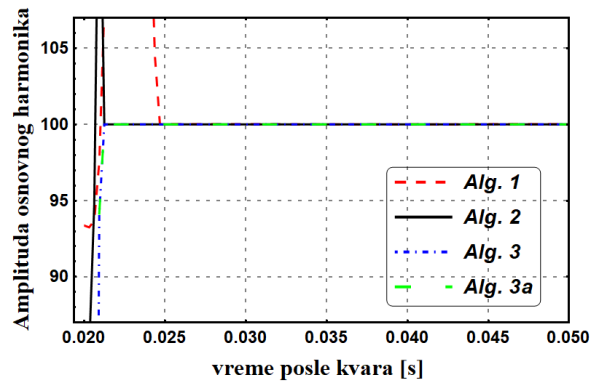


b) $K=0,5$

Slika 4.34. Vremenski odziv predloženih algoritama za $\tau_1=10\text{ms}$, $\tau_2=400\text{ms}$, $\text{SNR}=30\text{ dB}$ i za različito K , $m=N/4$ za algoritam 1, $m=10$ za algoritme 2, 3, 3a.

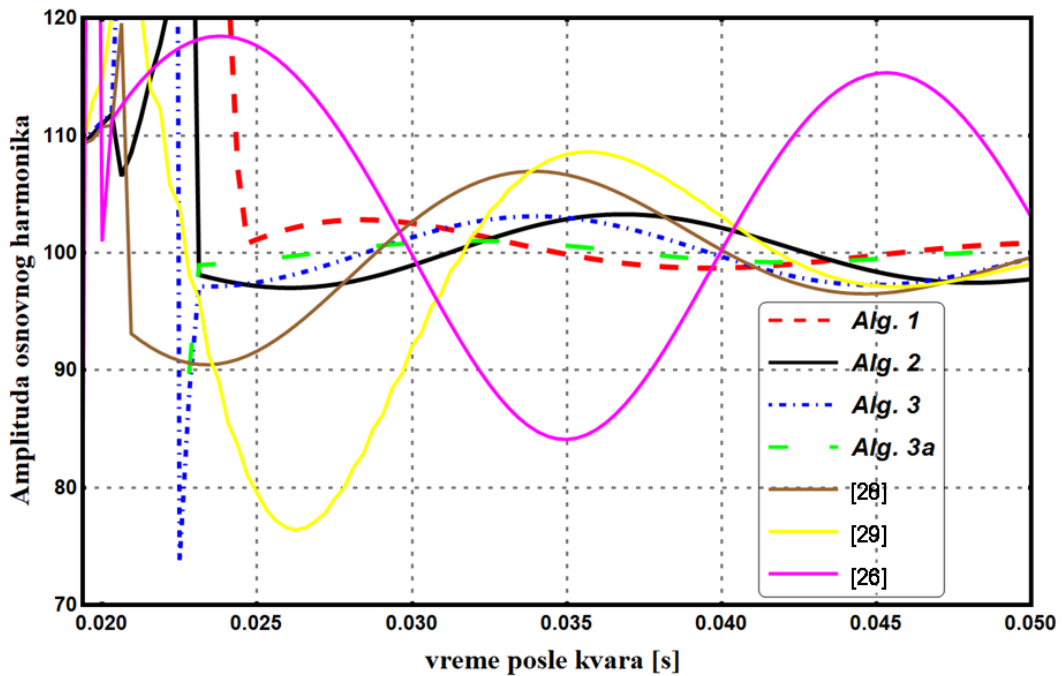


a) $K=1$

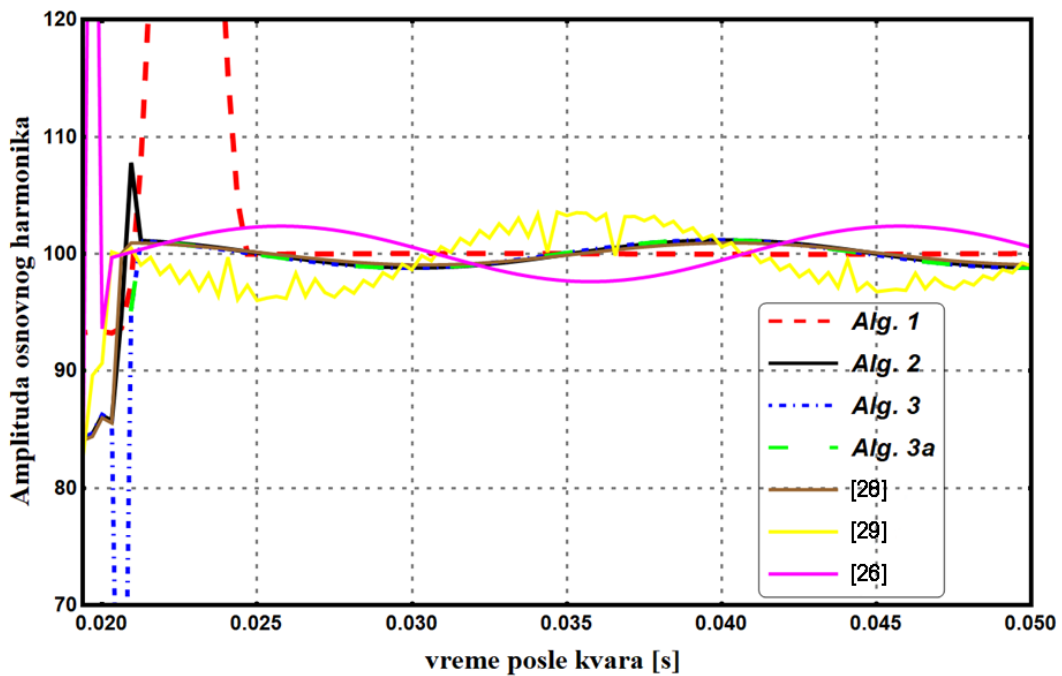


b) $K=0,5$

Slika 4.35. Vremenski odziv predloženih algoritama za $\tau_1=100\text{ms}$, $\tau_2=400\text{ms}$, bez šuma i za različito K , $m=N/4$ za algoritam 1, $m=4$ za algoritme 2, 3, 3a.



Slika 4.38. Vremenski odziv predloženih algoritama i algoritama [26, 28, 29], za $\tau_1 = 10\text{ms}$, SNR = 30 dB, $K = 1$, $m = N / 4$ za algoritam 1, $m = 10$ za algoritme 2, 3, 3a.



Slika 4.39. Vremenski odziv predloženih algoritama i algoritama [26, 28, 29], za $\tau_1 = 100\text{ms}$, SNR = 50 dB, $K = 0,5$, $m = N/4$ za algoritam 1, $m = 4$ za algoritme 2, 3, 3a.

U tabeli 4.5 i tabeli 4.5 navedene su srednje vrednosti μ i standardno odstupanje σ estimirane amplitude, za signal definisan sa (4.136), za četiri nivoa šuma, dve vrednosti relativne amplitude i dve vrednosti vremenske konstante OJK - te. Testirani algoritmi imaju slične performanse kao u slučaju test signala sa dve OJK - te istog znaka.

Tabela 4.5. Srednja vrednost i standardno odstupanje pri estimaciji amplitude osnovnog harmonika signala definisanog sa (4.136) za $\tau_1 = 10\text{ms}$.

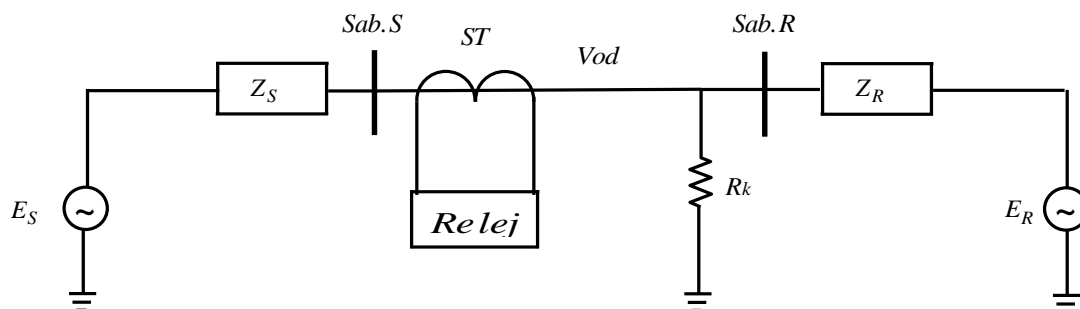
			SNR = 60 dB	SNR = 50 dB	SNR = 40 dB	SNR = 30 dB
Alg. 1	K = 1	μ	101,537	101,541	101,552	101,473
		σ	0,0264	0,0816	0,285	0,754
	K = 0,5	μ	100,755	100,746	100,739	100,752
		σ	0,027	0,086	0,276	0,894
Alg. 2	K = 1	μ	99,975	100,0388	100,049	99,575
		σ	0,362	1,015	0,941	1,948
	K = 0,5	μ	99,987	100,237	99,920	99,781
		σ	0,353	1,320	0,973	1,815
Alg. 3	K = 1	μ	99,97	100,034	100,033	99,422
		σ	0,385	1,076	1,054	2,265
	K = 0,5	μ	99,984	100,226	99,888	99,603
		σ	0,378	1,395	1,103	2,095
Alg. 3a	K = 1	μ	99,97	100,034	100,053	99,724
		σ	0,385	1,076	0,957	1,578
	K = 0,5	μ	99,984	100,226	99,937	100,074
		σ	0,378	1,395	0,979	1,646
[28]	K = 1	μ	100,007	99,941	100,065	103,063
		σ	0,342	1,115	3,569	10,343
	K = 0,5	μ	100,078	100,177	100,802	103,186
		σ	0,359	1,145	3,414	7,802
[29]	K = 1	μ	94,377	94,846	102,048	114,804
		σ	0,875	2,679	10,471	14,687
	K = 0,5	μ	99,563	99,229	103,359	106,911
		σ	0,625	1,869	6,182	5,528
[26]	K = 1	μ	110,791	110,796	110,826	111,319
		σ	0,0286	0,0835	0,288	1,181
	K = 0,5	μ	105,384	105,392	105,459	105,787
		σ	0,0302	0,100	0,338	1,079

Tabela 4.6. Srednja vrednost i standardno odstupanje pri estimaciji amplitude osnovnog harmonika signala definisanog sa (4.136) za $\tau_1 = 100\text{ms}$.

			SNR = 60 dB	SNR = 50 dB	SNR = 40 dB	SNR = 30 dB
Alg. 1	K = 1	μ	100,007	99,995	99,999	100,069
		σ	0,0258	0,0767	0,245	0,801
	K = 0,5	μ	100,002	99,998	99,977	100,046
		σ	0,027	0,0823	0,284	0,783
Alg. 2	K = 1	μ	99,980	100,058	100,031	98,93
		σ	0,432	1,371	1,111	1,791
	K = 0,5	μ	99,979	100,045	99,844	99,021
		σ	0,44	1,067	0,974	1,285
Alg. 3	K = 1	μ	99,977	100,022	99,977	98,614
		σ	0,439	1,394	1,149	2,038
	K = 0,5	μ	99,972	100,001	99,772	99,295
		σ	0,446	1,086	1,01	1,75
Alg. 3a	K = 1	μ	99,977	100,022	100,065	99,898
		σ	0,439	1,394	1,019	1,534
	K = 0,5	μ	99,971	100,001	99,989	99,971
		σ	0,446	1,086	0,9334	1,316
[28]	K = 1	μ	100,045	99,806	100,275	99,870
		σ	0,428	1,373	2,907	3,433
	K = 0,5	μ	99,996	100,025	99,977	100,273
		σ	0,449	1,153	1,682	1,549
[29]	K = 1	μ	98,964	98,717	99,781	100,497
		σ	0,173	0,914	2,074	1,598
	K = 0,5	μ	99,791	99,728	99,99	100,209
		σ	0,0055	0,319	0,798	0,777
[26]	K = 1	μ	99,867	99,881	99,959	100,554
		σ	0,0357	0,128	0,387	1,350
	K = 0,5	μ	99,937	99,938	100,057	100,523
		σ	0,0359	0,112	0,404	1,238

4.4.1.4. Testiranje algoritama pomoću kompjuterskih simulacija

Performanse predloženih algoritama su procenjene i pomoću signala dobijenih korišćenjem Matlab/Simulink modula *Power System Blockset*. Na slici 4.40 prikazan je test primer EES - a modelovan u Simulinku [28, 53].



Slika 4.40. Test primer EES - a u kome je simuliran jednofazni kraatak spoj

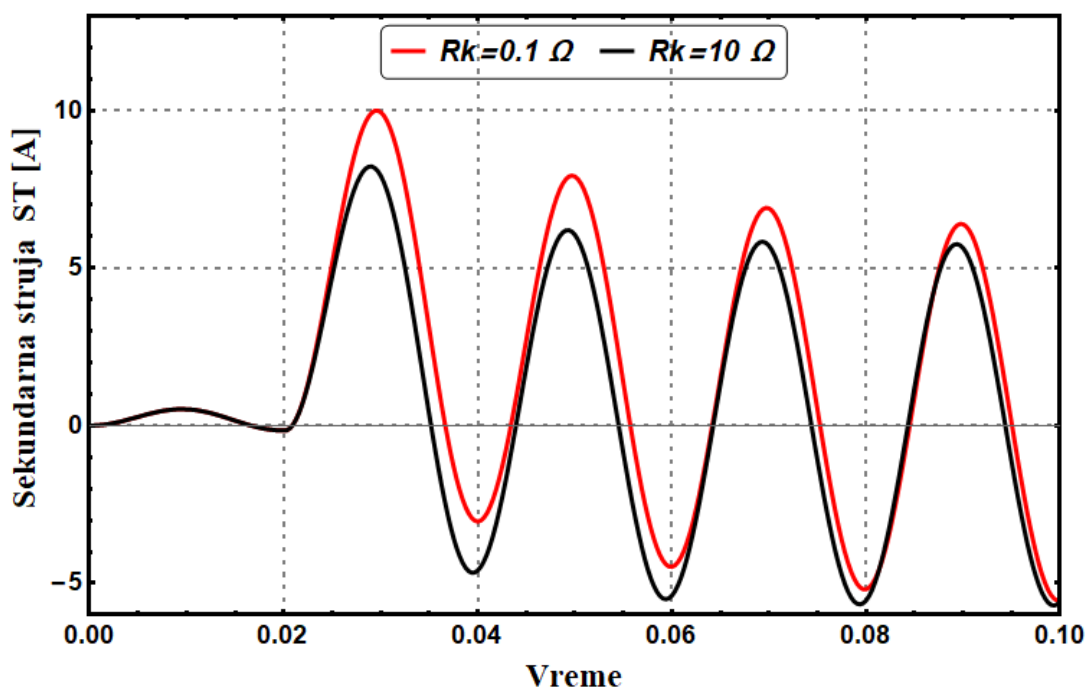
Parametri dalekovoda na kome je simuliran jednofazan kratak spoj dati su u tabeli 4.7.

Tabela 4.7. Parametri nadzemnog voda [28, 53].

Komponenta	Parametar	Vrednost	Jedinica
Direktna i Inverzna	R_1, R_2	0,0345	Ω/km
	L_1, L_2	0,9724	mH/km
	C_1, C_2	0,0117	pF/km
Nulta	R_0	0,2511	Ω/km
	L_0	2,7058	mH/km
	C_0	0,0045	pF/km

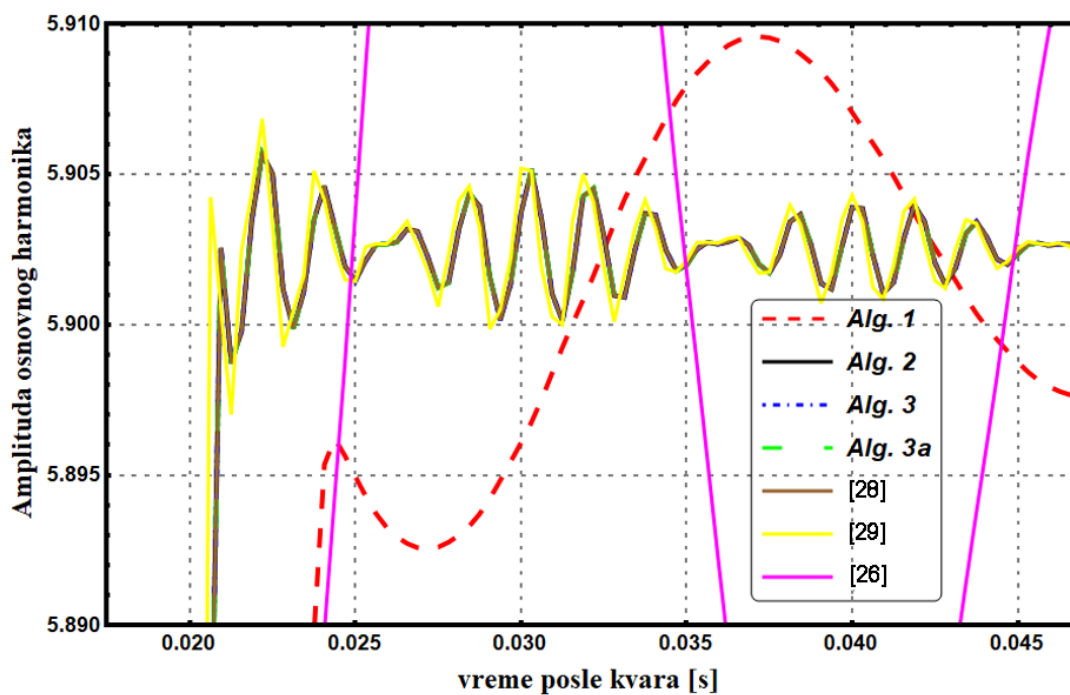
Ovakvo kolo se koristi kao standard za proveru performansi algoritama ovog tipa i realizovano je u MATLAB/Simulinku (*Current Saturation Transformer - power_ctest.mdl*) [28, 89]. Strujni signal se uzima na početku voda kod sabirnica S pomoću strujnog transformatora. Model strujnog transformatora je isti kao u [90]. Strujni transformator je prenosnog odnosa $m_{ST} = 2000:5$, i ukupna otpornost sekundarnog kola je $R_b = 1\Omega$. Anti-aliasing filter je Batervort - ov filter drugog reda sa graničnom frekvencijom $f_c = 600\text{Hz}$. Pretpostavka je da se jednofazni kratak spoj faze A dogodio na udaljenosti 20km od sabirnica R.

U svim testovima broj odbiraka po periodi procesiranog signala iznosio je $N = 64$, a pretpostavljeno je da se kvar događa u trenutku $t = 0,02\text{s}$. Na slici 4.38 prikazan je odgovarajući strujni signal na sekundarnoj stani ST dobijen simulacijom. Simulacije su izvršene za dve vrednosti prelaznog otpora na mestu kvara $R_k = 0,1\Omega$ i $R_k = 10\Omega$ [28, 53].

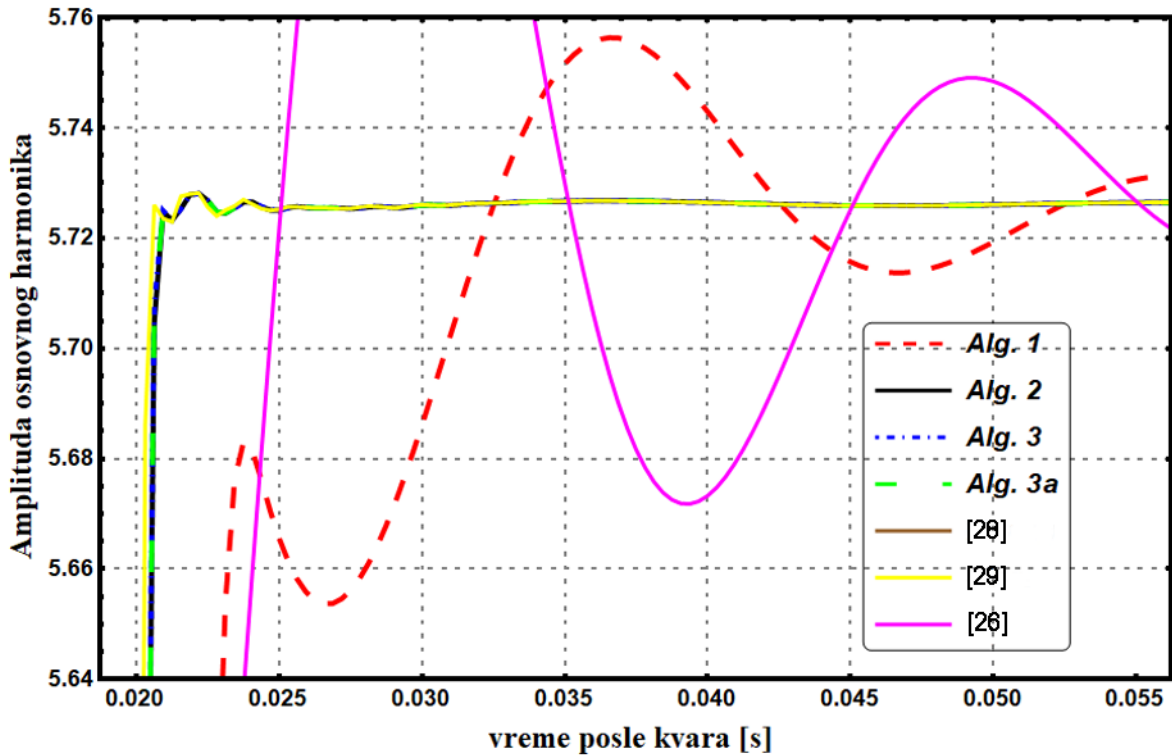


Slika 4.41. Talasni oblik struje kvara na sekundarnoj strani ST, za test kolo sa slike 4.40.

Vremenski odziv predloženih algoritama kao i algoritma [26, 28, 29], pri estimaciji osnovnog harmonika struje kvara dat je na slici 4.42 za prelazni otpor kvara od $R_k = 10\Omega$, a za prelazni otpor kvara od $R_k = 0,1\Omega$ na slici 4.43.



Slika 4.42. Vremenski odziv predloženih algoritama i algoritama [26, 28, 29], za signal dobijen pomoću simulacije kvara u Matlab Simulinku $R_k = 0,1\Omega$ $m = N/4$ za algoritam 1, $m = 4$ za algoritme 2, 3, 3a.



Slika 4.43. Vremenski odziv predloženih algoritama i algoritama [26, 28, 29], za signal dobijen pomoću simulacije kvara u Matlab Simulinku $R_k = 10\Omega$, $m = N / 4$ za algoritam 1, $m = 4$ za algoritme 2, 3, 3a.

Dobijeni signali su bez šumne komponente pa Algoritam 2, Algoritam 3 i Algoritam 3a kao i algoritmi [28, 29] imaju visoku tačnost uz zanemarljive oscilacije rezultata. Uzrok greške i oscilovanja rezultata algoritma 1 kao i algoritma [26] je aproksimacija eksponencijalne funkcije linearnom.

4.4.2. Uticaj neusklađenost frekvencije odabiranja sa frekvencijom procesiranog signala (*frequency mismatch*)

Digitalizacija EES - a i posebno uvođenje digitalne i numeričke relejne zaštite uslovlila je primenu tehnika digitalne obrade signala u procesiranju različitih signala u EES - u. Najčešće su to signali napona i struje. Devijacija frekvencije je zajednički problem za digitalno procesiranje signala napona i struje. Mnoga merenja u EES - u, bazirana na digitalnoj obradi signala, se sprovode pod pretpostavkom da sistem radi na nazivnoj frekvenciji (50 Hz ili 60 Hz), odnosno koristi se fiksna frekvencija odabiranja, sinhronizovana sa nazivnom frekvencijom sistema. Međutim stvarna frekvencija se tokom vremena menja i odstupa od nazivne frekvencije [91]. Najčešći razlog odstupanja frekvencije je neusklađenost između proizvodnje i potrošnje, o čemu je bilo reči u uvodu disertacije.

Neusklađenost frekvencije odabiranja i frekvencije sistema (spektralno curenje) je izvor grešaka u algoritmima za estimaciju fazora baziranim na DFT metodi. Greška je mala za malo odstupanje frekvencije i povećava se sa većim odstupanjem. Kako je fluktuacija frekvencije neizbežna, u praksi je predloženo pet mogućih rešenja za umanjenje greške usled spektralnog curenja prilikom primene DFT:

1. prvo rešenje je praćenje frekvencije. Osnovna ideja je da se kontinualno estimira frekvencija sistema a zatim vrši sinhronizacija frekvencije odabiranja AD konvertora [93],
2. drugo rešenje je korekcija greške u estimiranom fazoru DFT metodom, korišćenjem dodatnog algoritma [94],
3. treće rešenje je korišćenje prozora podataka čija se širina prilagođava estimiranoj frekvenciji [95],
4. četvrto rešenje se sastoji u softverskom „ponovnom odabiranju“ (*resampling*). Osnovna ideja je da se kontinualno estimira frekvencija sistema a odabiranje signala vrši sa fiksnom frekvencijom usklađenom sa nazivnom frekvencijom sistema. Pomoću algoritma se izračunavaju amplitude odbiraka čija je frekvencija sinhronizovana sa estimiranom frekvencijom sistema [41],
5. peto rešenje se sastoji u korišćenju prozorskih funkcija i interpolacione DFT metode [96].

U uslovima kratkog spoja odstupanje frekvencije može da dovede do velike greške pri estimaciji fazora, posebno u uslovima prisustva OJK - ti. Iz tog razloga biće ispitan uticaj neusklađenosti frekvencije na performanse razvijenih algoritma, kao i uticaj na algoritme sa kojima je vršena komparacija, što sami autori u svojim radovima nisu uradili. U tabeli 4.7 i tabeli 4.8 navedene su srednje vrednosti μ i standardno odstupanje σ estimirane amplitude, za test signal definisan sa (4.136), za sve algoritme u slučaju kada postoji frekvencijska neusklađenost. Rezultati su dati za dve vrednosti noseće frekvencije $f_1 = 49,5\text{Hz}$ i $f_2 = 50,5\text{Hz}$, a frekvencija odabiranja je podešena pod pretpostavkom nazivne frekvencije, odnosno $f_s = 64 \cdot 50 = 3200\text{Hz}$. Poređenje je izvršeno za četiri nivoa šuma (SNR = 60 dB, SNR = 50 dB, SNR = 40 dB, SNR = 30 dB), relativnu amplitudu primarne OJK - te $K = 1$ i dve vrednosti vremenskih konstanti primarne OJK - te ($\tau_1 = 10\text{ms}$, $\tau_1 = 100\text{ms}$). Vremenska konstanta sekundarne OJK - te je setovana na vrednost $\tau_2 = 400\text{ms}$. Srednja vrednost i standardno odstupanje su određene na uzorku od 200 simulacija, uzimajući prvi odbirak u trenutku nastanka kvara. Tačna vrednost amplitude osnovnog harmonika je $A_1 = 100\text{A}$.

Iz dobijenih rezultata može se zaključiti da su predloženi algoritmi robustniji na frekvencijsku neusklađenost u odnosu na algoritme sa kojima je vršna komparacija [26, 28, 29]. Ovo se posebno odnosi na algoritam 1 baziran na MNK metodi, što se moglo i očekivati na osnovu njegove strukture. Malo rasipanje rezultata u uslovima fluktuacije frekvencije pri jakom šumu je veoma važna prednost ovog algoritma.

Tabela 4.7. Srednja vrednost i standardno odstupanje pri estimaciji amplitude osnovnog harmonika signala definisanog sa (4.136), uz varijaciju noseće frekvencije, za $\tau_1 = 10\text{ms}$.

			SNR = 60 dB	SNR = 50 dB	SNR = 40 dB	SNR = 30 dB
Alg. 1	$f_1 = 49,5\text{Hz}$	μ	100,325	100,331	100,335	100,396
		σ	0,0271	0,0877	0,280	0,881
	$f_2 = 50,5\text{Hz}$	μ	102,722	102,718	102,735	102,685
		σ	0,0276	0,0763	0,255	0,751
Alg. 2	$f_1 = 49,5\text{Hz}$	μ	99,548	99,619	99,611	99,178
		σ	0,122	0,382	1,176	0,259
	$f_2 = 50,5\text{Hz}$	μ	99,179	99,178	99,258	98,861
		σ	0,0815	0,259	0,818	1,594
Alg. 3	$f_1 = 49,5\text{Hz}$	μ	101,420	101,491	101,469	98,353
		σ	0,116	0,364	1,113	0,314
	$f_2 = 50,5\text{Hz}$	μ	98,353	98,353	98,438	97,817
		σ	0,0983	0,314	1,001	2,038
Alg. 3a	$f_1 = 49,5\text{Hz}$	μ	101,401	101,456	101,496	98,614
		σ	0,0999	0,328	1,0257	0,289
	$f_2 = 50,5\text{Hz}$	μ	98,601	98,614	98,688	98,519
		σ	0,0887	0,289	0,9074	1,629
[28]	$f_1 = 49,5\text{Hz}$	μ	94,178	94,192	94,159	94,361
		σ	0,0899	0,297	0,857	2,176
	$f_2 = 50,5\text{Hz}$	μ	114,723	114,594	114,981	113,862
		σ	0,468	1,451	4,455	11,520
[29]	$f_1 = 49,5\text{Hz}$	μ	101,627	101,231	101,871	110,902
		σ	0,672	2,183	6,69	13,036
	$f_2 = 50,5\text{Hz}$	μ	138,443	137,526	130,541	118,724
		σ	0,1516	2,169	12,474	15,997
[26]	$f_1 = 49,5\text{Hz}$	μ	109,148	109,143	109,232	109,796
		σ	0,043	0,135	0,4264	1,619
	$f_2 = 50,5\text{Hz}$	μ	112,697	112,703	112,737	113,307
		σ	0,0135	0,042	0,153	0,939

Tabela 4.8. Srednja vrednost i standardno odstupanje pri estimaciji amplitude osnovnog harmonika signala definisanog sa (4.136), uz varijaciju noseće frekvencije, za $\tau_1 = 100\text{ms}$.

			SNR = 60 dB	SNR = 50 dB	SNR = 40 dB	SNR = 30 dB
Alg. 1	$f_1 = 49,5\text{Hz}$	μ	99,002	98,994	99,008	98,897
		σ	0,0265	0,0875	0,287	0,931
	$f_2 = 50,5\text{Hz}$	μ	100,995	101,001	100,995	100,999
		σ	0,0266	0,07536	0,247	0,771
Alg. 2	$f_1 = 49,5\text{Hz}$	μ	102,084	102,075	101,759	99,121
		σ	0,125	0,398	1,354	3,058
	$f_2 = 50,5\text{Hz}$	μ	98,839	98,831	98,866	98,659
		σ	0,077	0,266	0,831	1,393
Alg. 3	$f_1 = 49,5\text{Hz}$	μ	100,751	100,743	100,546	99,107
		σ	0,0596	0,191	0,694	1,978
	$f_2 = 50,5\text{Hz}$	μ	98,285	98,271	98,278	97,733
		σ	0,102	0,349	1,089	1,905
Alg. 3a	$f_1 = 49,5\text{Hz}$	μ	100,751	100,758	100,6	100,362
		σ	0,053	0,167	0,571	1,061
	$f_2 = 50,5\text{Hz}$	μ	98,58	98,549	98,586	98,881
		σ	0,095	0,304	0,974	1,495
[28]	$f_1 = 49,5\text{Hz}$	μ	97,392	97,386	97,369	97,299
		σ	0,0194	0,0588	0,175	0,697
	$f_2 = 50,5\text{Hz}$	μ	107,241	107,227	106,974	104,626
		σ	0,0412	0,129	0,474	3,507
[29]	$f_1 = 49,5\text{Hz}$	μ	97,947	97,891	97,735	98,908
		σ	0,0564	0,222	1,307	2,038
	$f_2 = 50,5\text{Hz}$	μ	103,759	103,834	103,554	102,859
		σ	0,117	0,470	1,1711	2,043
[26]	$f_1 = 49,5\text{Hz}$	μ	98,397	98,381	98,424	99,042
		σ	0,0558	0,173	0,513	2,004
	$f_2 = 50,5\text{Hz}$	μ	101,541	101,545	101,614	102,189
		σ	0,0134	0,0371	0,1567	0,981

5. Zaključak

U okviru doktorske disertacije predloženo je više algoritama za estimaciju nepoznatih parametara procesiranih signala napona i struje, kako u normalnom radnom režimu, tako i tokom kratkog spoja, sa posebnim osvrtom na jednosmerne komponente i struju kvara. Obzirom da se radi o procesiranju dinamičkih signala u vrlo složenom i često nestacionarnom sistemu, samo modelovanje i proračun nepoznatih parametara energetskih fazora predstavlja vrlo aktuelnu, pa čak možemo reći i najbitniju oblast istraživanja na polju primenjene elektroenergetike. Izvršena je komparacija sa do sada razvijenim tehnikama, koje su kao takve potvrđene kroz praktičnu primenu i tehnikama koje za ovu primenu definišu međunarodni standardi. Simulaciona provera je izvršena na računarski generisanim signalima kao i na signalima dobijenim simulacijom test primera EES - a u Simulinku, a sve sa ciljem da bi se došlo do procedura koje sa zadovoljavajućom tačnošću, uz minimalno kašnjenje obezbeđuju proračun parametara procesiranih fazora i eksponencijalno opadajućih jednosmernih komponenti, a shodno tome omogućio pouzdan i siguran rad sistema za relejnu zaštitu.

U trećem poglavlju disertacije razvijena su tri nova iterativna algoritma za estimaciju frekvencije ali i parametara fazora osnovnog harmonika. Algoritmi su zasnovani na DFT filtru, Njutn - Rapsonovoj, Pronijevoj i klasičnoj metodi najmanjih kvadrata. Razvijene iterativne procedure obezbeđuju adaptivno filtriranje procesiranog signala, odnosno u svakom koraku se koriguje dužina prozora podataka. Na ovaj način ostvarena je korekcija DFT rezultata usled neuklapanja broja odbiraka u periodu procesiranog signala, što je posebno izražen problem u savremenom EES - u. Predloženi algoritmi su testirani na kompjuterski generisanim signalima, i rezultati simulacija su pokazali zadovoljavajuću tačnost, čime postaju vrlo interesantni za primenu u savremenim multifunkcionalnim numeričkim relejima.

Prvi algoritam baziran je na modifikaciji Njutn - Rapsonovog postupka, čime je smanjena računaska složenost u praktičnoj implementaciji. Brza konvergencija postupka se dodatno obezbeđuje putem ZC metode i digitalnog filtriranja. Došlo se do bolje početne procene parametara i monitoringa dužine prozora podataka, sa kojim se vrši ažuriranje vektora nepoznatih u Njutn - Rapsonovom postupku. Putem simulacione provere u softverskim paketima Matlab i Mathematica izvršena je provera predložene metode sa stanovišta postignute tačnosti i robusnosti procedure u postupku estimacije amplituda i faznih stavova procesiranih harmonijskih komponenti. Polazeći od pretpostavke da je noseća frekvencija signala nepoznata, razvijena procedura je nelinearna, što je zahtevalo određeni stepen aproksimacije, odnosno linearizaciju oko definisane radne tačke uz postepeno približavanje konačnom rešenju kroz nekoliko iteracija. Da bi se izbegla divergencija rešenja, obezbeđena je dobra početna procena rešenja posmatranog sistema nelinearnih jednačina. Višedimenzionalna funkcija, kakav je ovde opserviran ulazni signal, određuje dimenziju sistema na osnovu broja nepoznatih parametara: amplitude, početne faze i frekvencije harmonijskih komponenti, a kriterijumi konvergencije moraju se proveravati u svakom koraku algoritma. Procena frekvencije multi harmonijskog ulaznog signala zasnovana je na konačnom broju diskretnih odbiraka procesiranog signala u prisustvu aditivnog šuma, što je samo po sebi izuzetno zahtevan zadatak i sa teorijskog i sa praktičnog aspekta. ZC metoda se široko primenjuje upravo zbog svoje jednostavnosti, ali sa druge strane nameće se problem tačnosti same metode. Tačnost ZC metode direktno zavisi od mogućnosti tačne detekcije trenutka u kome procesirani signal prolazi kroz nulu, greške kvantizacije, prisustva viših harmonika, šuma, dinamike signala itd. Zbog svega

pobrojanog, u disertaciji je primenjeno digitalno filtriranje DFT filtrom, kojim je značajno poboljšan i pojednostavljen proračun noseće frekvencije, uz uvođenje dodatnog bezbednosnog zahteva kako bi se odbacili pogrešno detektovani višestruki prolasci kroz nulu. Kroz jednostavnu logiku, tačnost detekcije frekvencije procesiranog signala postala je zadovoljavajuća, čime je obezbeđena brza konvergencija estimacione procedure. Uočavanjem osobina matrice koja nastaje množenjem transponovane i originalne Jakobijeve matrice formiran je veoma efikasan iterativni algoritam. U postupku inverzije novoformirane matrice, potrebno je izračunati samo vrednost elemenata treće kolone. Na taj način je dobijena vrlo efikasna procedura koja povratno koriguje potreban broj odbiraka. Novoformirana vrednost broja odbiraka zaokružuje se na najbliži ceo broj i time se u svakom koraku ažurira dužina prozora podatka, čime se smanjuje greška zaokruživanja. Proces procene se zaustavlja u onom koraku kada se ispuni uslov da je novo izračunati broj odbiraka jednak prethodno određenom. Ovakvim modifikacijama se na potpuno originalan način došlo do pozicije da se generišu novi i svedeni analitički izrazi za izračunavanje nepoznatih parametara procesiranih fazora, koji su svoju primenljivost i tačnost potvrdili kroz sprovedenu simulacionu proveru.

Drugi algoritam baziran je na modifikaciji Pronijeve metode. Polazeći od pretpostavke da je noseća frekvencija unapred nepoznata, nelinearan estimacioni problem je uz pomoć Pronijeve metode transformisan u linearan. Primenom optimizacione Pronijeve metode, kojom se dobija optimalna procena nepoznatih parametara procesiranog signala, problem je sveden na rešavanje preodređenog sistema linearnih jednačina. Preciznost i brzina ovako koncipiranog algoritma zavise od reda modela signala, učestanosti odabiranja i dužine prozora podataka, što je kroz simulacione testove i potvrđeno. Filtriranjem ulaznog signala pomoću DFT filtra, eliminisane su neželjene harmonijske komponente i umanjeno je uticaj slučajnog šuma.

Treći algoritam je baziran na klasičnoj metodi najmanjih kvadrata. U ovom algoritmu se nelinearni estimacioni problem transformiše u linearan razvojem trigonometrijskih funkcija u Tejlorov red u okolini pretpostavljene frekvencije. Formirani preodređeni sistem linearnih jednačina se rešava metodom najmanjih kvadrata. U svakom koraku algoritma koeficijenti sinusnog filtra su ažurirani u skladu sa estimiranom frekvencijom.

U četvrtom poglavlju disertacije su predložena četiri nova algoritma za korekciju greške u DFT rezultatima prilikom estimacije parametara fazora osnovnog harmonika tokom kratkog spoja u EES - u. Na vrlo inovativan način rešen je problem estimacije prisutnih OJK - ti u strujnom signalu. Algoritmi su zasnovani na FCDFT, Pronijevoj metodi i klasičnoj metodi najmanjih kvadrata. Primenom kosinusnog (sinusnog) filtra na procesirani signal koji se sastoji od osnovnog i viših harmonika, OJK - te i slučajnog aditivnog šuma, dobijen je signal čiji se matematički model može prikazati jednom sinusoidom, OJK - om i slučajnim šumom. Dobijena OJK ima znatno umanjenu amplitudu i istu vremensku konstantu kao pre primene kosinusnog (sinusnog) filtra. Dakle, dobijeni signal je mnogo jednostavniji za dalju obradu. Ukoliko u procesiranom signalu ima više OJK - ti, filtriranjem se uklanjaju viši harmonici i umanjuju amplitude OJK - ti. Pre obrade signal se propušta kroz antialiasing filter koji je realizovan kao analogni niskopropusni filter prvog ili drugog reda. Niskopropusni filter umanjuje amplitude viših harmonika, ali ne može eliminisati OJK - te, već unosi novu OJK - tu. Realni i imaginarni deo fazora osnovnog harmonika izračunati su primenom FCDFT na N odbiraka u prozoru podataka. Niz realnih i niz imaginarnih delova fazora osnovnog harmonika se dobija pomeranjem prozora podataka za jedan odbirak, šiftovanjem, tj. uzimanjem novog odbirka i

odbacivanjem najstarijeg odbirka u prethodnom prozoru podataka. *Notch* filtrom se u jednom od predloženih algoritma eliminiše deo signala osnovne frekvencije, tako da se vrši adekvatno podešavanje položaja nula FIR *Notch* filtra. Ovo je potpuno novi pristup i do sada nije zabeležen u stručnoj i naučnoj literaturi.

Algoritmi su potvrdili dobro poznati kompromis između brzine odziva, računске zahtevnosti i tačnosti. Rezultati sprovedenih testova pokazali su da predloženi algoritmi postižu bolju tačnost, imaju manje oscilovanje izlaznih rezultata i brže konvergiraju ka tačnoj vrednosti u odnosu na algoritme u do sada publikovanim radovima na istu temu. Ovo je posebno izraženo u uslovima kada procesirani signal sadrži veoma jaku šumnu komponentu. Tri od četiri predložena algoritma (Algoritam 2, Algoritam 3 i Algoritam 3a) imaju mogućnost podešavanja brzine reagovanja, što je potpuno nova mogućnost koja nije do sada zabeležena u naučnoj literaturi. Ukoliko je relej predviđen za ugradnju u prenosnu mrežu, gde je niži nivo šuma i viših harmonika, brzina reagovanja se može podesiti na $(N+3)T_s$, što je vreme približno jednako vremenu potrebnom za izvršenje do sada poznatih algoritama. Ako je relej predviđen za ugradnju u distributivnu mrežu, gde je viši nivo šuma i viših harmonika, vreme reagovanja se može podesiti na $(N+10)T_s$ što predstavlja suštinsku komparativnu prednost predloženih algoritama. Sa malim produženjem vremena reagovanja, značajno se smanjuju oscilacije u estimiranim parametrima, čime je obezbeđena veća pouzdanost, osetljivost i sigurnost, kao i bolja selektivnost numeričkog releja. Sve ove prednosti čine predložene algoritme pogodnim za praktičnu primenu u zaštitnim uređajima u EES - u.

6. Literatura

- [1] Milenko Đurić, *Visokonaponska Postrojenja*, Beopres, Beograd, 2009.
- [2] Waldemar Rebizant, Janusz Szafran, and Andrzej Wiszniewski, *Digital Signal Processing in Power System Protection and Control*, Springer London, London, 2011.
- [3] Duško Bekut, *Relejna zaštita*, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, 2009.
- [4] *ALSTOM, Network Protection and Automation Guide*, May, 2011.
- [5] Milenko Đurić, *Zoran Stojanović: Relejna zaštita*, KIZ CENTAR, Beograd 2014.
- [6] C. Ghafari, *Innovative Numerical Protection Relay Design on the basis of Sampled Measured Values for Smart Grids*, Université Grenoble Alpes, 2017.
- [7] M. S. Sachdev et al., “Understanding microprocessor-based technology applied to relaying”, *IEEE Power System Relaying Committee Tech. Rep. WG I-01*, 2009.
- [8] M. S. Sachdev and M. A. Baribeau, “A New Algorithm for Digital Impedance Relays”, in *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-98, no. 6, pp. 2232-2240, Nov. 1979.
- [9] M. S. Sachdev and M. Nagpal, “A recursive least error squares algorithm for power system relaying and measurement applications”, in *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 6, no. 3, pp. 1008-1015, July 1991.
- [10] V. V. Terzija, M. B. Djuric and B. D. Kovacevic, “Voltage phasor and local system frequency estimation using Newton type algorithm”, in *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 9, no. 3, pp. 1368-1374, July 1994.
- [11] V. V. Terzija, “Improved recursive Newton-type algorithm for frequency and spectra estimation in power systems”, in *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 52, no. 5, pp. 1654-1659, Oct. 2003.
- [12] P. K. Dash and S. Hasan, “A Fast Recursive Algorithm for the Estimation of Frequency, Amplitude, and Phase of Noisy Sinusoid”, in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, no. 10, pp. 4847-4856, Oct. 2011.
- [13] E. O. Schweitzer and D. Hou, “Filtering for protective relays”, *IEEE WESCANEX 93 Communications, Computers and Power in the Modern Environment - Conference Proceedings*, 1993, pp. 15-23, doi: 10.1109/WESCAN.1993.270548.
- [14] Chen, C.I., Chang, G.W., Hong, R.C., Li, H.M.: “Extended real model of Kalman Filter for time-varying harmonics estimation”, *IEEE Trans. Power Del.*, 25, (1), pp. 17–26., 2010.
- [15] J. F. Hauer, C. J. Demeure and L. L. Scharf, “Initial results in Prony analysis of power system response signals”, in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 5, no. 1, pp. 80-89, Feb. 1990.
- [16] B. Jafarpisheh, S. M. Madani, F. Parvaresh and S. M. Shahrtash, “Power System Frequency Estimation Using Adaptive Accelerated MUSIC”, in *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 67, no. 11, pp. 2592-2602, Nov. 2018.
- [17] Wu, X., He, W., Zhang, Z., Dengm J., Li, B., “The harmonics analysis of power system based on artificial neural network”, *World Automation Congress*, pp. 1-4, 2008.

- [18] G. W. Chang, C. Chen and Y. Teng, “Radial-Basis-Function-Based Neural Network for Harmonic Detection”, in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 57, no. 6, pp. 2171-2179, June 2010.
- [19] Sarkar, A., Choudhury, S.R., Sengupta, S., “A self-synchronized ADALINE network for on-line tracking of power system harmonics”, *Measurement*, 44, (4), pp. 784–790, 2011.
- [20] Jain, S.K., Singh, S.N.”,Harmonics estimation in emerging power system: Key issues and challenges”, *Electric Power Systems Research*; 81, (9),: pp. 1754–1766, 2011.
- [21] Samir Avdaković, Nejra Čišija, “Wavelets as a tool for power system dynamic events analysis – State-of-the-art and future applications”, *Journal of Electrical Systems and Information Technology*, Volume 2, Issue 1, 2015.
- [22] M. Aiello, A. Cataliotti and S. Nuccio, “A chirp-z transform-based synchronizer for power system measurements”, in *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 54, no. 3, pp. 1025-1032, June 2005.
- [23] Y. Liu, H. An and S. Bian, “Hilbert-Huang Transform and the Application”, *2020 IEEE International Conference on Artificial Intelligence and Information Systems (ICAIS)*, pp. 534-539, 2020.
- [24] Gu JC, Yu SL “Removal of DC offset in current and voltage signals using a novel Fourier filter algorithm “, *IEEE Transactions on Power Delivery* 15(1): 73-79, 2000.
- [25] Yu SL, Gu JC “Removal of decaying DC in current and voltage signals using a modified Fourier filter algorithm”, *IEEE Transactions on Power Delivery* 16(3): 372-379, 2001.
- [26] Guo Y, Kezunovic M, Chen D “Simplified algorithms for removal of the effect of exponentially decaying DC-offset on the Fourier algorithm”, *IEEE Transactions on Power Delivery* 18(3): 711-717, 2003.
- [27] Kang S, Lee D, Nam S, Crossley PA, Kang Y “Fourier Transform-Based Modified Phasor Estimation Method Immune to the Effect of the DC Offsets”, *IEEE Transactions on Power Delivery* 24(3): 1104-1111, 2009.
- [28] Hwang JK, Song CK, Jeong MG “DFT-Based Phasor Estimation for Removal of the Effect of Multiple DC Components, “ *IEEE Transactions on Power Delivery* 33(6): 2901-2909, 2008.
- [29] Silva KM, Nascimento FAO, “Modified DFT-Based Phasor Estimation Algorithms for Numerical Relaying Applications“, *IEEE Transactions on Power Delivery* 33(3): 1165-1173, 2018.
- [30] Hwang JK, “Improvement of Phasor Estimation Accuracy by Prony-based Identification of Two Decaying DC Components”, *2019 IEEE Power & Energy Society General Meeting (PESGM)*, Atlanta, GA, USA, pp. 1-5,2019.
- [31] Min KW, Santoso S “,DC Offset Removal Algorithm for Improving Location Estimates of Momentary Faults“, *IEEE Transactions on Smart Grid* 9(6): 5503-5511,2018.
- [32] Tajdinian M, Seifi AR, Allahbakhshi M, “Half-cycle method for exponentially DC components elimination applicable in phasor estimation”, *IET Science, Measurement&Technology* 11(8): 1032-1042,2017.

- [33] Allahbakhshi M, Tajdinian M, Seifi AR, Zareian JM, Bagheri A “Hybrid approach for immunisation of DFT-based phasor estimation method against decaying DC components“, *IET Science, Measurement & Technology* 13(2): 238-246, 2019.
- [34] Kim WJ, Kang SH, “A DC offset removal algorithm based on AR model, ”*Journal of International Council on Electrical Engineering* 8(1): 156-162, 2018.
- [35] Jafarpisheh B, Madani SM, Parvaresh F”, Phasor Estimation Algorithm Based on Complex Frequency Filters for Digital Relaying“, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 67(3): 582-592, 2018.
- [36] H. Wen, S. Guo, Z. Teng, F. Li and Y. Yang, “Frequency Estimation of Distorted and Noisy Signals in Power Systems by FFT-Based Approach”, in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 29, no. 2, pp. 765-774, March 2014.
- [37] F. J. Harris, “On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform”, in *Proceedings of the IEEE*, vol. 66, no. 1, pp. 51-83, Jan. 1978.
- [38] D. Belega, D. Dallet and D. Petri, “Accuracy of Sine Wave Frequency Estimation by Multipoint Interpolated DFT Approach”, in *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 59, no. 11, pp. 2808-2815, Nov. 2010.
- [39] T. Lobos and J. Rezmer, “Real-time determination of power system frequency”, in *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 46, no. 4, pp. 877-881, Aug. 1997.
- [40] Milenko B. Djurić, Željko R. Djurišić, “Frequency measurement of distorted signals using Fourier and zero crossing techniques”, *Electric Power Systems Research*, Volume 78, Issue 8, 2008.
- [41] C. Ghafari, H. Almasalma, B. Raison, N. Hadjsaid, R. Caire and E. Martin, “Phasors Estimation at Offnominal Frequencies Through an Enhanced-SVA Method With a Fixed Sampling Clock”, in *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 32, no. 4, pp. 1766-1775, Aug. 2017.
- [42] Charles Proteus Steinmetz, *IEEE Engineering Management Review*, 2016.
- [43] Charles P. Steinmetz, *Complex quantities and their use in electrical engineering*, Proceedings of the International Electrical Congress, pages 33–75, April 1894.
- [44] Paul, Clayton R, *Introduction to Electromagnetic Compatibility Appendix A: The Phasor Solution Method*, 2005.
- [45] Saha, M., J. Izykowski and E. Rosołowski, *Fault Location on Power Networks*, Springer London, 2010,
- [46] Q.H. Wu, Z. Lu, T.Y. Ji, *Protective Relaying of Power Systems Using Mathematical Morphology*, Springer-Verlag London Limited, 2009.
- [47] Glyn James, et al. *Advanced modern engineering mathematics* Fourth edition 2011© Pearson Education Limited, 2011.
- [48] G. Benmouyal, “Removal of DC-offset in current waveforms using digital mimic filtering”, in *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 10, no. 2, pp. 621-630, April 1995.
- [49] B. Jafarpisheh, S. M. Madani and F. Parvaresh, “Phasor Estimation Algorithm Based on Complex Frequency Filters for Digital Relaying”, in *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 67, no. 3, pp. 582-592, March 2018.

- [50] Jorge Lazaro Domínguez, José Félix Miñambres Argüelles, Miguel Angel Zorrozuza Arrieta, Begoña Larrea Jaurrieta, Maribel Sanchez Benito, Iñigo Antiza Zugazaga: “New quick-convergence invariant digital filter for phasor estimation”, *Electric Power Systems Research*, Vol 79, Issue 5, May 2009.
- [51] “IEEE/IEC International Standard - Measuring relays and protection equipment - Part 118-1: Synchrophasor for power systems - Measurements”, in *IEC/IEEE 60255-118-1: 2018*, vol., no., pp.1-78, 19 Dec. 2018.
- [52] Horowitz, Stanley H., and Arun G. Phadke., *Power system relaying*, John Wiley & Sons, 2014.
- [53] Rozgić, D., Petrović, P.B., “New modified DFT-Prony-based algorithms for removal of decaying DC components from fundamental phasor estimates“, *Electr. Eng.* 2022.
- [54] Dimitrije Rozgić, Predrag Petrović, “Novi algoritam za estimaciju parametara signala u EES-u baziran na Pronijevoj metodi”, *ETRAN 2020.*, Novi Sad, EE1.6 28. Septembar 2020.
- [55] A.J. Conejo, L. Baringo, *Power System Operations*, Power Electronics and Power Systems, Springer International Publishing AG 2018.
- [56] Petrovic, P.B., Rozgic, D., “Computational Effective Modified Newton-Raphson Algorithm for Power Harmonics Parameters Estimation”, *IET Signal Processing*, 2018, 12, (5), pp. 590–598.
- [57] Petrovic, P.B., Rozgic, D., “Power Harmonics Measurements Based on Modified Newton-Raphson Procedure”, *IEEE EUROCON 2019 -18th International Conference on Smart Technologies*, 1st -4th of July, Novi Sad, Serbia, 2019.
- [58] A. Praktiknjo, “The Value of Lost Load for Sectoral Load Shedding Measures: The German Case with 51 Sectors“, *Energies*, vol. 9, no. 2, p. 116, Feb. 2016.
- [59] Q. Peng, Q. Jiang, Y. Yang, T. Liu, H. Wang and F. Blaabjerg, “On the Stability of Power Electronics-Dominated Systems: Challenges and Potential Solutions”, in *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 55, no. 6, pp. 7657-7670, Nov.-Dec. 2019.
- [60] Global Wind Energy Council (GWEC), *Global Wind Report 2022*, Technical Report; Brussels, Belgium, 2022.
- [61] IEA PVPS, *Snapshot 2022 figures*, Brussels April 2022, available at <https://iea-pvps.org/snapshot-reports/snapshot-2022>.
- [62] L. Mehigan, Dizar Al Kez, Seán Collins, Aoife Foley, Brian Ó’Gallachóir, Paul Deane, “Renewables in the European power system and the impact on system rotational inertia“, *Energy*, Volume 203, 15 July 2020.
- [63] ENTSO-E. *System separation in the Continental Europe Synchronous Area on 8 January 2021*, 2nd update, Available online: <https://www.entsoe.eu/news/2021/01/26/system-separation-in-the-continental-europe-synchronous-area-on-8-january-2021-2nd-update/> (accessed on 25 January 2021).
- [64] Walter A. Elmore, *Protective Relaying: Theory and Applications*, CRCpress, 2003.
- [65] Y. Zuo, G. Frigo, A. Derviškić and M. Paolone, “Impact of Synchrophasor Estimation Algorithms in ROCOF-Based Under-Frequency Load-Shedding”, in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 35, no. 2, pp. 1305-1316, March 2020.

- [66] Vainio, O., Ovaska, S.J., “Authenticating edges produced by zero-crossing algorithms”, *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, 12, pp. 58-62 1995.
- [67] Cho, Y.S., Lee, C.K., Jang, G., Lee, H.J., “An Innovative Decaying DC Component Estimation Algorithm for Digital Relaying”, *IEEE Trans. on Pow. Del.*, 24, (1), pp. 73-78, 2009.
- [68] Idema, R., Lahaye, D., Vuik, C., “On the Convergence of Inexact Newton Methods”, in Abdulle, A., Deparis, S., Kressner, D., Nobile, F., Picasso, M. (Ed.): *Numerical Mathematics and Advanced Applications* (Springer, Lecture Notes in Computational Science and Engineering, 2015, vol. 103), pp.355-363.
- [69] Jain, S.K., Singh, S.N., “Harmonics estimation in emerging power system: Key issues and challenges”, *Electric Power Systems Research*, 2011; 81, (9),: pp. 1754–1766
- [70] Alhaj, H.M.M., Mohd, N.M., Asirvadam, V.S., Abdullah, M.F., “Power System Harmonics Estimation using Sliding Window Based LMS”, *IEEE International Conference on Signal and Image Processing Applications (ICSIPA) 2013*, pp. 327-332, 2013.
- [71] Pravat, K. R., Bidyadhar, S., “Ensemble-Kalman-Filter-Based Power System Harmonic Estimation”, *IEEE Trans. on Instr. and Meas.*, 2012, 61, (12), pp. 3216-3224
- [72] Joorabian, M., Mortazavi, S.S., Khayyami, A.A., “Harmonic estimation in a power system using a novel hybrid Least Squares-Adaline algorithm”, *Electric Power Systems Research*, 2009, 79, (1), pp. 107–116
- [73] Chen, C.I., Chang, G.W., Hong, R.C., Li, H.M., “Extended real model of Kalman Filter for time-varying harmonics estimation”, *IEEE Trans. Power Del.*, 25, (1), pp. 17–26, 2010.
- [74] Patra, J.P., Dash, P.K., “Fast frequency and harmonic estimation in power systems using a new optimized adaptive filter”, *Electr. Eng.*, 95, (2), pp. 171–184, 2013.
- [75] He, W., Zhaosheng, T., Yong, W., Bo, Z., Xiaoguang, H., “Simple Interpolated FFT Algorithm Based on Minimize Sidelobe Windows for Power-Harmonic Analysis”, *IEEE Trans. on Pow. Elec.*, 26, (9), pp. 2570 - 2579, 2011.
- [76] Sachin, K. J., Singh, S.N., “Low-Order Dominant Harmonics Estimation using Adaptive Wavelet Neural Network”, *IEEE Trans. on Ind. Elec.*, 61, (1), pp. 428-435, 2014.
- [77] Thirumala, K., Umarikar, A.C., Jain, T., “Estimation of Single-Phase and Three-Phase Power-Quality Indices Using Empirical Wavelet Transform”, *IEEE Trans. on Pow. Del.*, 30, (1), pp. 445-454, 2015.
- [78] Petrovic, P., Stevanovic, M., “Algorithm for Fourier Coefficient Estimation”, *IET Signal Processing*, 5, (2), pp. 138-149, 2011.
- [79] Dash, P.K., Hasan, S., “A Fast Recursive Algorithm for the Estimation of Frequency, Amplitude, and Phase of Noisy Sinusoid”, *IEEE Trans. on Ind. Elec.*, 2011, 58, (10), pp. 4847-4856, 2011.
- [80] Abdelhay A. Sallam; Om P. Malik, “Harmonics in Electric Distribution Systems”, in *Electric Distribution Systems*, IEEE, pp.379-402, 2019.
- [81] M. Tajdinian et al., “Enhancing Immunity of Full-Cycle Discrete Fourier Transform Against Decaying DC Components: a Comparative Analysis”, *2019 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2019 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I&CPS Europe)*, 2019.

- [82] P. D. Achlerkar and B. K. Panigrahi, "Assessment of DC offset in fault current signal for accurate phasor estimation considering current transformer response", *IET Sci. Meas. Technol.*, vol. 13, no. 3, pp. 403-408, 2019.
- [83] Ljiljana Milić, Zoran Dobrosavljević, Jelena Čertić, *Uvod u digitalnu obradu signala*, Akademska Misao, Beograd 2015.
- [84] V. Bajić, M. Đurić, "Eliminacija uticaja opadajuće jednosmjerne komponente u nerekurzivnom Furijeovom algoritmu za određivanje efektivne vrijednosti signala primjenom digitalnog mimick filtera", *Infoteh-Jahorina*, Vol. 9, Ref. D-6, pp. 380-383, March 2010.
- [85] N. Belčević, Z. Stojanović, "Algorithm for phasor estimation during current transformer saturation and/or DC component presence: definition and application in arc detection on overhead lines", *IET GENERATION, TRANSMISSION AND DISTRIBUTION*, pp. 1378 - 1388, Apr, 2020.
- [86] M. Ferdjallah and R. E. Barr, "Adaptive digital notch filter design on the unit circle for the removal of powerline noise from biomedical signals", in *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 41, no. 6, pp. 529-536, June 1994.
- [87] Jane Lehr; Pralhad Ron, "Electromagnetic Interference and Noise Suppression", in *Foundations of Pulsed Power Technology*, IEEE, pp.547-584, 2018.
- [88] A. Bhandari, H. Yin, Y. Liu, W. Yao and L. Zhan, "Real-Time Signal-to-Noise Ratio Estimation by Universal Grid Analyzer", *2019 International Conference on Smart Grid Synchronized Measurements and Analytics (SGSMA)*, 2019.
- [89] Power System Blockset, *User's Guide*. Nattick, MA: the Mathwork, Inc., 2002.
- [90] Bradley DA, Gray CB, O'Kelly D (1978) Transient compensation of current transformers. *IEEE Trans Power App Syst PAS-97(4)*: 1264-1271
- [91] Jiang, H. L., Tang, X. J., Dong, Z. Y., and Saha, T. K. "An advanced method for eliminating impacts from frequency deviations in power system signal processing". *Electric Power Systems Research* 67 (3) 177-184, 2003.
- [92] Jan Machowski, James Richard Bumby, *Power System Dynamics and Stability*, New York: John Wiley & Sons, 1997.
- [93] G. Benmouyal, "An adaptive sampling-interval generator for digital relaying", in *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 4, no. 3, pp. 1602-1609, July 1989.
- [94] Jun-Zhe Yang and Chih-Wen Liu, "A precise calculation of power system frequency and phasor", in *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 15, no. 2, pp. 494-499, April 2000.
- [95] T. T. Nguyen and X. J. Li, "A fast and accurate method for estimating power systems phasors using DFT with interpolation", *2006 IEEE Power Engineering Society General Meeting*, 2006.
- [96] D. Belega and D. Petri, "Accuracy of the synchrophasor estimator provided by the interpolated DFT algorithm", *2012 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference Proceedings*, pp. 2700-2705, 2012.

Biografija autora

Dimitrije Rozgić rođen je 1977. godine u Čačku. Srednju Tehničku školu, odsek Elektrotehnika, smer Elektrotehničar automatike, završio je u Čačku. Na Tehničkom fakultetu u Čačku diplomirao je 2002. godine kao student generacije sa prosečnom ocenom 8,95 i stekao zvanje diplomirani inženjer elektrotehnike. Tokom studija učestvovao je na više studentskih takmičenja - Elektrijska, na kojim je osvajao prva mesta na nivou države. Školske 2017/18 godine, na Fakultetu tehničkih nauka u Čačku, upisao je doktorske studije na smeru Elektrotehničko i računarsko inženjerstvo, modul Elektroenergetika, gde je položio sve ispite sa prosečnom ocenom 9,38 i odradio sve obaveze predviđene planom i programom doktorskih studija.

Prvo pedagoško iskustvo stekao je u nekoliko osnovnih i srednjih škola u Čačku. Od 2008. godine radi na Fakultetu tehničkih nauka u Čačku, u zvanju asistent za užu naučnu oblast Elektroenergetika, gde je izvodio časove vežbi iz više predmeta na osnovnim akademskim i strukovnim studijama. Na osnovu anketa koje su sprovedene među studentima, iskazano je pozitivno mišljenje o njegovom pedagoškom radu za predmete na kojima je radio. Od 2022. godine, na Fakultetu tehničkih nauka, radi na poziciji saradnika u visokom obrazovanju.

Od 2011. do 2022. godine, u svojstvu istraživača angažovan je na projektu "Inteligentne energetske mreže" u području integralnih i interdisciplinarnih istraživanja Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije, broj III 42009, čiji je nosilac Elektrotehnički fakultet Univerziteta u Beogradu. Autor je jednog rada kategorije M22 i dva rada kategorije M23. Učestvovao je na domaćim i međunarodnim stručnim konferencijama.

Živi u Čačku, oženjen, otac troje dece.

Objavljeni radovi

Ostvareni rezultati kandidata kategorije 20:

- [1] **Rozgić, D.**, Petrović, P.B., New Modified DFT-Prony-based Algorithms for Removal of Decaying DC Components from Fundamental Phasor Estimates. *Electrical Engineering*, Springer, 2022, 104, pp. 3265–3279, DOI: 10.1007/s00202-022-01548-x [M23]
- [2] Mijailovic, V., Cetenovic, D., Rankovic, A., Petrovic, P., **Rozgić, D.**: Faults Analysis in Active Distribution Network Using Symmetrical Components in Time Domain, *Electrical Engineering*, Springer, 2018, 100, (3), pp. 2117-2127, DOI: 10.1007/s00202-018-0689-5 [M23]
- [3] Petrovic, P. B., **Rozgić, D.**, Computational Effective Modified Newton-Raphson Algorithm for Power Harmonics Parameters Estimation, *IET Signal Processing*, 2018, 12, (5), pp. 590–598, DOI: 10.1049/iet-spr.2017.0573 [M22]
- [4] Ranković, A., Mijailović, V., **Rozgić, D.**, Četenović, D., Optimization of Electric and Magnetic Field Emissions Produced by Independent Parallel Overhead Power Lines, *Serbian Journal of Electrical Engineering*, 2017, 14, (2), pp.199–216 DOI: 10.2298/SJEE161115002R 2017 [M24]

Ostvareni rezultati kandidata kategorije 30:

- [1] Petrovic, P.B., **Rozgić, D.**, Power Harmonics Measurements Based on Modified Newton-Raphson Procedure, IEEE EUROCON 2019 -18th International Conference on Smart Technologies ,1st -4th of July 2019, Novi Sad, Serbia , ISBN: 978 1 5386 9301 8, **DOI:** 10.1109/EUROCON.2019.8861625 **[M33]**

Ostvareni rezultati kandidata kategorije 60:

- [1] **Rozgić D.**, Đurić M. Estimacija amplitude i frekvencije kombinovanjem metode najmanjih kvadrata i Njutn-Rapsonove metode, LIX konferencija ETRAN, referat EE1.3 str. 1-6, Srebrno Jezero, jun 2015. **[M63]**
- [2] **Rozgić D.**, Proračun potrebne energetske apsorpcione moći odvodnika prenapona pri delovanju atmosferskih prenapona, LVIII konferencija ETRAN, referat EE1.6 str. 1-11, Vrnjačka banja, jun 2014. **[M63]**
- [3] **Rozgić D.**, Petrović P., Novi algoritam za estimaciju parametara signala u EES-u baziran na Pronijevoj metodi, *ETRAN 2020*. Novi Sad, EE1.6 28. Septembar 2020. **[M63]**



New modified DFT-Prony-based algorithms for removal of decaying DC components from fundamental phasor estimates

Dimitrije Rozgić¹ · Predrag B. Petrović¹

Received: 23 October 2021 / Accepted: 13 March 2022

© The Author(s), under exclusive licence to Springer-Verlag GmbH Germany, part of Springer Nature 2022

Abstract

The paper proposes three new algorithms for estimation of the fundamental phasor in a power system, based on the removal of exponentially decaying DC components (DDCs). These components, as well as high-order harmonics and noise components, have a considerable effect on the accuracy and speed of convergence in numerical and digital relays speed of the protection relay operation. A discrete Fourier transform based approach with a modified Prony method was used to calculate and remove the unwanted effect of DDCs in a time interval slightly longer than the period of the fundamental harmonics. The use of an FIR notch filter leads to an algorithm that offers the possibility to estimate the parameters of unwanted DDCs in a simpler and analytically more precise way, thus facilitating their program implementation. The first two algorithms offer the ability to easily adjust the response speed detection time. This flexibility of the algorithms provides a compromise in terms of response speed and expected reliability and security of fault detection. In the third algorithm developed based on the application of the Least Error Squares method, new analytical expressions for estimating the parameters of the processed current signal are derived. The developed algorithms have low numerical and computational complexity, while maintaining their high performances even in conditions of a very strong noise signal. The simulation results for different test signals demonstrate high precision in the estimation of fundamental phasor of the proposed algorithms.

Keywords Phasor estimation · Fault current · DFT · Prony · DDCs · FIR notch filter · LES · Digital protection

1 Introduction

In the event of a fault situation in the power system, DDCs are superimposed on the already existing sinusoidal components in the current signal, which significantly degrades the desired waveform of the processed quantities. Basically, current transformers CTS measure the flow of current through the power system lines. During a fault, the fault output current signal from the CT also has two exponentially DDCs, while in the input CT current there is only one exponentially DDC [1]. Exponentially DDCs are non-periodic signals and their frequency spectrum covers all frequencies, for which reason these components greatly affect the accuracy and speed of convergence of the procedure in which phasor estimation is performed, i.e. they tend to lead to inevitable error in estimation [2] this component decreases the accuracy and speed

of the protection relay operation. The DDC magnitude and duration depend upon the time constant of the transient circuit, as well as the grid voltage at the transient beginning. For these reasons, the current exponentially DDCs must be taken into account when calculating the phasor of the basic frequency component of the relay signal.

Over the last few decades, several techniques and algorithms have been proposed to reduce or completely eliminate the harmful effect in the processing of current signals, occurring as a consequence of the present DDCs. In [3], three consecutive real parts of phasors obtained using FCDFT (Full Cycle DFT) are used for the estimation of DDCs. The estimated exponential part is subtracted from the input signal samples, thereby eliminating the error which occurred as a consequence of the present DDCs, and also eliminating all DDCs approximated with only one single DDC. The procedure requires $N + 2$ samples of the processed signal, where N samples cover the entire period of the processed signal.

As a consequence of the application of a low-pass first-order filter, new DDCs with a known time constant are generated in many algorithms. If the low-pass filter is of

✉ Predrag B. Petrović
predrag.petrovic@ftn.kg.ac.rs

¹ Faculty of Technical Sciences, University of Kragujevac, Svetog Save 65, Čačak, Serbia

Computational effective modified Newton–Raphson algorithm for power harmonics parameters estimation

ISSN 1751-9675

Received on 8th December 2017

Accepted on 14th January 2018

E-First on 13th April 2018

doi: 10.1049/iet-spr.2017.0573

www.ietdl.org

Predrag B. Petrović¹ ✉, Dimitrije Rozgić¹¹Department for electronics, Faculty of Technical Sciences, University of Kragujevac, Svetog Save 65, Čačak, Serbia

✉ E-mail: predrag.petrovic@ftn.kg.ac.rs

Abstract: This study proposes a new algorithm for power harmonics parameters estimation based on the modified Newton–Raphson method. The main modification is achieved through reconfiguration of the Jacobian matrix and direct calculation of its characteristic coefficients without the necessity of inversion. The zero-crossing method was used to compute the frequency basically for initial frequency estimation. With additional digital filtering, the parameters can be initialised properly and the updating steps can be supervised for fast quadratic convergence of Newton–Raphson iterations. This combined approach yields high accuracy and good tracking speed, thereby significantly facilitating both the computation and programming. Reliability and effectiveness of the proposed method were confirmed through simulation tests and results.

1 Introduction

In recent decades, the widespread use of power electronics has led to the increase in the number of non-linear loads in the power system network [1]. Such loads result in a distortion in the waveform of voltage and current in the power system, which is no longer pure sine function obtained by combining the fundamental and higher harmonics which are the integer multiples of the fundamental harmonic. The higher harmonics have in turn become a source of a multitude of problems in the power system exerting a significant impact on the efficiency, reliability and economy of operation of the network [1]. In addition, eddy currents, inherent to higher harmonics, induce losses which are the result of the occurrence of the corona, skin effects, as the very electrical parameters are directly governed by frequency. For this reason, harmonics lead to overheating, frequent fuse blow, capacitors breakdown, excess values of the neutral current, measuring inaccuracies, disrupting the function of the protective relays and inducing interference in the communications [2].

Accordingly, an accurate estimation of harmonics is crucial in order to eliminate harmful effects of harmonic components, avoid unwanted losses and enable delivery of high-quality current. Several different techniques for the estimation of harmonic components have been proposed in the literature. Fast Fourier transform (FFT) has been generally employed in recent time; however, the FFT has several drawbacks and limitations which are the result of spectral leakage and picket fence and aliasing effects [3]. As a result of deficiencies in the current application of the FFT algorithm, many other algorithms have been proposed over the last two decades which are generally categorised as parametric and non-parametric [1, 4]. The non-parametric algorithms include wavelet transform, Hilbert–Huang transform, Chirp z -transform and FFT. The parametric algorithms include Kalman filter (KF), artificial neural network (ANN) and adaptive linear neuron or later adaptive linear element (ADALINE). Modern energy systems are becoming more complex, dynamic and very noisy; therefore, quick monitoring and evaluation of the harmonic components in this environment are challenging tasks. The parametric and recursive algorithm needs to be able to cope with a system with strong noise. The papers [5, 6] show a model for the estimation of the harmonic components based on a KF which enables following of the time-varying parameters dependent on the value of the present noise without prior knowledge of the characteristics of the process and noise, attaching thus exceptional importance to modelling of state variables [4]. ANNs such as back propagation neural network (BPN) and radial-basis-function-based neural network (RBFNN)

have also been proposed in [7, 8]. However, apart from a large amount of data required for proper correct operation, it is also difficult to collect sufficient data on the signal to train the network itself, because of the signal dynamics in the power system and the very time-varying characteristics of non-linear loads. All of this makes conditioning of the layer structures in real-time difficult [4, 8]. A linear adaptive NN called ADALINE is presented in [9]. This is a simple type of an NN with a rapid convergence that can be used for online monitoring of time-varying harmonic components, but sensitive to the presence of harmonics which are not included in the ADALINE model [4].

The recursive Newton-type algorithms have been proposed in [10, 11], under the assumption that the assumed system frequency is an unknown parameter, and with the simultaneous assessment of the spectrum and frequency of the power signal. This approach allows us to overcome the problem of the sensitivity of the algorithm to the frequency variation. The model is a non-linear signal in the proposed approach, which itself makes a non-linear estimation, and the algorithm is of the recursive type. The application comprises sequential strategy settings with the forgetting factor, leading to much better convergence and increases the accuracy of the algorithm.

In this paper, a new algorithm for the estimation of harmonics amplitude and phases is proposed, based on the modification of the well known Newton–Raphson procedure. To reduce the computational complexity, we consider developing a recursive estimation algorithm by using the new formulation of Jacobian matrix and its much more precise calculation, without the necessity to calculate its inverse value. To enable fast convergence, an improved zero-crossing (ZC) method and a simple digital filtering method are utilised to enable the initial parameter estimation and supervise the Newton–Raphson updating steps. Simulation results show that by using the proposed method a more accurate and robust measurement of harmonic amplitudes and phase angles can be obtained. The proposed method offers a significant and advantageous improvement in computational efficiency over the standard reconstruction algorithms, at a lower numerical error.

2 Proposed algorithm

Assume that the input signal of the fundamental frequency f is band limited to the first M harmonic components. This form of continuous signal with a complex harmonic content can be represented as a sum of the Fourier components as follows:

IZJAVA AUTORA O ORIGINALNOSTI DOKTORSKE DISERTACIJE

Ja, **Dimitrije S. Rozgić**, izjavljujem da doktorska disertacija pod naslovom:

**NOVI ALGORITMI ZA ESTIMACIJU PARAMETARA FAZORA U
ELEKTROENERGETSKOM SISTEMU SA POSEBNIM OSVRTOM NA
JEDNOSMERENE KOMPONENTE I STRUJU KVARA**

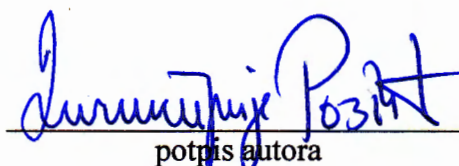
koja je odbranjena na **Fakultetu tehničkih nauka u Čačku,**

Univerziteta u Kragujevcu predstavlja *originalno autorsko delo* nastalo kao rezultat *sopstvenog istraživačkog rada*.

Ovom Izjavom takođe potvrđujem:

- da sam *jedini autor* navedene doktorske disertacije,
- da u navedenoj doktorskoj disertaciji *nisam izvršio/la povredu* autorskog niti drugog prava intelektualne svojine drugih lica,
- da umnoženi primerak doktorske disertacije u štampanoj i elektronskoj formi u čijem se prilogu nalazi ova Izjava sadrži doktorsku disertaciju istovetnu odbranjenoj doktorskoj disertaciji.

U **Čačku**, **11. 07. 2022.** godine,


potpis autora

IZJAVA AUTORA O ISKORIŠĆAVANJU DOKTORSKE DISERTACIJE

Ja, **Dimitrije S. Rozgić**,

dozvoljavam

ne dozvoljavam

Univerzitetnoj biblioteci u Kragujevcu da načini dva trajna umnožena primerka u elektronskoj formi doktorske disertacije pod naslovom:

**NOVI ALGORITMI ZA ESTIMACIJU PARAMETARA FAZORA U
ELEKTROENERGETSKOM SISTEMU SA POSEBNIM OSVRTOM NA
JEDNOSMERENE KOMPONENTE I STRUJU KVARA**

koja je odbranjena na **Fakultetu tehničkih nauka u Čačku,**

Univerziteta u Kragujevcu, i to u celini, kao i da po jedan primerak tako umnožene doktorske disertacije učini trajno dostupnim javnosti putem digitalnog repozitorijuma Univerziteta u Kragujevcu i centralnog repozitorijuma nadležnog ministarstva, tako da pripadnici javnosti mogu načiniti trajne umnožene primerke u elektronskoj formi navedene doktorske disertacije putem *preuzimanja*.

Ovom Izjavom takođe

dozvoljavam

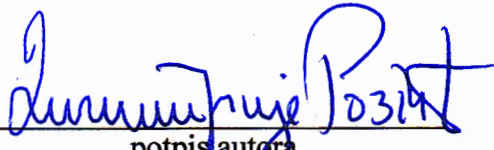
ne dozvoljavam¹

¹ Ukoliko autor izabere da ne dozvoli pripadnicima javnosti da tako dostupnu doktorsku disertaciju koriste pod uslovima utvrđenim jednom od *Creative Commons* licenci, to ne isključuje pravo pripadnika javnosti da navedenu doktorsku disertaciju koriste u skladu sa odredbama Zakona o autorskom i srodnim pravima.

pripadnicima javnosti da tako dostupnu doktorsku disertaciju koriste pod uslovima utvrđenim jednom od sledećih *Creative Commons* licenci:

- 1) Autorstvo
- 2) Autorstvo - deliti pod istim uslovima
- 3) Autorstvo - bez prerada
- 4) Autorstvo - nekomercijalno
- 5) Autorstvo - nekomercijalno - deliti pod istim uslovima
- 6) Autorstvo - nekomercijalno - bez prerada²

U Čačku, **11. 07. 2022.** godine,


potpis autora

² Molimo autore koji su izabrali da dozvole pripadnicima javnosti da tako dostupnu doktorsku disertaciju koriste pod uslovima utvrđenim jednom od *Creative Commons* licenci da zaokruže jednu od ponuđenih licenci. Detaljan sadržaj navedenih licenci dostupan je na: <http://creativecommons.org.rs/>