



УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ  
ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА У ЧАЧКУ

Срђан Б. Дивац

**МЕТОДОЛОГИЈА ЗА АНАЛИЗУ И  
РЕШАВАЊЕ НЕЛИНЕАРНИХ  
МАГНЕТСКИХ ПРОБЛЕМА СА  
ХИСТЕРЕЗИСОМ У ВРЕМЕНСКОМ  
ДОМЕНУ**

докторска дисертација

Чачак, 2024.



UNIVERSITY OF KRAGUJEVAC  
FACULTY OF TECHNICAL SCIENCES ČAČAK

Srđan B. Divac

**A METHODOLOGY FOR ANALYSIS AND  
SOLVING OF NONLINEAR MAGNETIC  
PROBLEMS WITH HYSTERESIS IN TIME  
DOMAIN**

Doctoral Dissertation

Čačak, 2024.

ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА

14.11.2024

25611

## ИДЕНТИФИКАЦИОНА СТРАНИЦА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

<b>Аутор</b>
Име и презиме: Срђан Дивац
Датум и место рођења: 26.03.1994. године, Прибој
Садашње запослење: Асистент, Универзитет у Крагујевцу, Факултет техничких наука у Чачку
<b>Докторска дисертација</b>
Наслов: Методологија за анализу и решавање нелинеарних магнетских проблема са хистерезисом у временском домену
Број страница: 143
Број слика: 145
Број библиографских података: 118
Установа и место где је рад израђен: Универзитет у Крагујевцу, Факултет техничких наука у Чачку
а област (УДК): Техничко-технолошке науке, Електротехничко и рачунарско инжењерство, Теоријска и општа електротехника
<b>Ментор:</b> др Бранко Копривица, ванредни професор, Факултет техничких наука у Чачку, Универзитет у Крагујевцу
Број и датум одлуке Већа универзитета о прихватању теме докторске дисертације: Број одлуке: IV-04-381/6 од 22.05.2024.

## ЗАХВАЛНИЦА

Захваљујем се пре свега мом ментору др Бранку Копривици, ванредном професору на Факултету техничких наука у Чачку, на несебичној помоћи и подршци у сваком тренутку спровођења истраживања и израде ове докторске дисертације. Професор Копривица је својим примером, мудрим саветима, као и огромним стрпљењем и континуалном мотивацијом, допринео да она поприми свој облик и угледа светлост дана.

Посебно бих се захвалио проф. др Аленки Миловановић, на изузетној сарадњи, без чије помоћи, савета, стрпљења, разумевања, искуства и доступности у сваком тренутку, ова докторска дисертација засигурно не би поседовала облик који данас поседује. Такође, се захваљујем Руководству Факултета које је обезбедило потребну опрему, средства и подршку за спровођење истраживања обухваћених дисертацијом.

Велико хвала свим мојим професорима, колегама и сарадницима који су били значајан део овог незаборавног пута кроз основне, мастер и докторске студије.

На крају, неизмерну захвалност дугујем свом оцу Бошку, мајци Драгици и брату Синиши, који су мој највећи ослонац и подршка свих година мога живота и образовања.

Срђан Дивац

## АПСТРАКТ

Циљ ове докторске дисертације је да представи методологију за анализу и решавање нелинеарних магнетских проблема са хистерезисом у временском домену. Предложена методологија, под називом Harmonic Interpolation Method (HIM), заснована је на интерполацији амплитуда и фаза хармоника добијених хармонијском анализом ограниченог броја мерених резултата. Њеном применом се омогућава решавање проблема без примене сложених хистерезисних модела или заменских шема веза. Примењена је на торусно језгро од феромагнетског лима и ферита N87. Разматана су два приступа: примена HIM-а у свом основном облику и у комбинацији са Бертотијевом Статистичком теоријом губитака. Предложена методологија је примењена на: симулацију временског облика јачине магнетског поља на мереној фреквенцији и за амплитуду магнетске индукције од интереса, симулацију динамичких хистерезисних петљи за амплитуду, фреквенцију и облик магнетске индукције од интереса, решавање динамичког (наизменичног) електричног кола са нелинеарним хистерезисним калемом у временском домену, симулацију укупне тренутне снаге магнећења и њених компоненти, одређивање временски променљивих параметара паралелне  $RL$  заменске шеме и друге проблеме. Поред детаљног описа предложене методологије и њених примена на разматране проблеме, у оквиру дисертације могу се пронаћи експериментални резултати, детаљи о мерно-аквизиционом систему коришћеном за њихово прикупљање, принцип разлагања тренутне снаге магнећења на своје компоненте, резултати симулација упоређени са мерењима или резултатима других аутора, као и њихова адекватна анализа.

**Кључне речи:** HIM, harmonic interpolation method, хармонијска анализа, интерполација, STL, симулација, магнетско поље, снага магнећења, временски домен.

## ABSTRACT

The aim of this doctoral dissertation is to present a methodology for analysis and solving of nonlinear magnetic problems with hysteresis in time domain. The proposed methodology is based on interpolation of amplitudes and phases of harmonics from harmonic analysis of limited number of measured waveforms. It is named Harmonic Interpolation Method (HIM). It allows for solutions to be found without the use of complicated hysteresis models or equivalent circuits. It has been used to solve problems regarding toroidal sample of electrical steel either as a standalone procedure or in combination with Bertotti's Statistical Theory of Losses (STL). It has also been applied to the N87 ferrite toroidal core. Some of the considered problems are: simulation of magnetic field strength waveform at measurement frequency and for the magnetic flux density amplitude of interest, simulation of dynamic hysteresis loops for frequency, shape and amplitude of magnetic flux density of interest, solving of a dynamic electric circuit with nonlinear hysteretic inductor, decomposition of instantaneous magnetising power, simulation of instantaneous magnetising power waveform and its components, calculation of time-varying parameters for parallel  $RL$  equivalent circuit and others. Details regarding the measurement setup, results and data acquisition system are also presented. Simulation results have been verified using measurements or the results of other authors. The dissertation also includes the appropriate analysis and discussion of all of the obtained results.

**Keywords:** HIM, harmonic interpolation method, harmonic analysis, interpolation, simulation, STL, magnetic field strength waveform, instantaneous magnetising power, time domain.

# САДРЖАЈ

<b>1. УВОД</b> .....	1
<b>2. ПРЕГЛЕД ПОСТОЈЕЋИХ МЕТОДОЛОГИЈА</b> .....	5
2.1. Приступ применом заменских шема веза .....	5
2.1.1. <i>RL</i> модел.....	7
2.1.2. Жиратор модел .....	11
2.1.3. Заменско Кауерово коло.....	12
2.2. Приступ применом хистерезисних модела .....	14
<b>3. МЕРНО-АКВИЗИЦИОНИ СИСТЕМ ЗА МЕРЕЊЕ КАРАКТЕРИСТИКА ФЕРОМАГНЕТСКИХ ЈЕЗГАРА</b> .....	17
3.1. Методе мерења.....	17
3.1.1. Епштајнов апарат (рам) .....	18
3.1.2. Тестер са једним комадом лима .....	19
3.1.3. Мерења са торусним језгром .....	20
3.2. Реализовани мерно-аквизициони систем .....	21
3.2.1. Делови мерно-аквизиционог система .....	22
3.2.2. LabVIEW апликација .....	23
<b>4. ХАРМОНИЈСКА АНАЛИЗА И ИНТЕРПОЛАЦИЈА</b> .....	28
4.1. Хармонијска анализа и формирање табела амплитуда и фаза .....	28
4.1.1. Услови за добијање улазног сета мерења и њихова обрада .....	28
4.1.2. Хармонијска анализа измерених $H(t)$ .....	29
4.2. Интерполација.....	31
4.3. Програмски код.....	33
<b>5. СИМУЛАЦИЈА ДИНАМИЧКИХ ХИСТЕРЕЗИСНИХ ПЕТЉИ</b> .....	36
5.1. Модел разлагања снаге магнећења .....	37
5.2. Симулација $H(t)$ применом НИМ-а и STL-а.....	39
<b>6. РЕШАВАЊЕ ЕЛЕКТРИЧНОГ КОЛА СА НЕЛИНЕАРНИМ ХИСТЕРЕЗИСНИМ КАЛЕМОМ</b> .....	42
<b>7. ПРОРАЧУН ТРЕНУТНЕ СНАГЕ МАГНЕЋЕЊА</b> .....	51
7.1. Симулација тренутне снаге магнећења .....	51
7.2. Разлагање тренутне снаге магнећења .....	53
7.3. Веза компоненти снаге магнећења и STL модела .....	57
<b>8. ПРОРАЧУН <math>R</math> И <math>L</math> ПАРАМЕТАРА ЗАМЕНСКЕ ШЕМЕ НЕЛИНЕАРНОГ КАЛЕМА СА ХИСТЕРЕЗИСОМ</b> .....	59

<b>9. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ И СИМУЛАЦИОНИ РЕЗУЛТАТИ</b> .....	64
9.1. Експериментално добијени резултати.....	64
9.1.1. Услов квазистационарности мерења.....	66
9.1.2. Квазистатичка мерења.....	67
9.1.3. Динамичка мерења.....	68
9.1.4. Мерења са феритима.....	70
9.2. Хармонијска анализа мерених резултата .....	72
9.3. Резултати симулација.....	76
9.3.1. Симулација $H(t)$ за $B_{\max}$ од интереса директно из мерења.....	76
9.3.2. Симулација $H(t)$ применом НИМ-а и STL-а .....	79
9.3.3. Решавање динамичких електричних кола са нелинеарним хистерезисним калемом у временском домену .....	83
9.3.4. Симулација тренутне снаге магнећења $p(t)$ .....	90
9.3.5. Прорачун компоненти $H(t)$ и $p(t)$ .....	92
9.3.6. Симулација апсорбоване компоненте $p_a(t)$ , примена на феритна језгра на различитим температурама .....	96
9.3.7. Одређивање параметара паралелне $RL$ заменске шеме.....	101
<b>10. АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА</b> .....	107
10.1. Симулација $H(t)$ за $B_{\max}$ од интереса директно из мерења .....	107
10.2. Симулација магнетског поља $H(t)$ применом НИМ-а и STL-а.....	110
10.3. Решавање електричног кола са нелинеарним хистерезисним калемом.....	111
10.4. Прорачун тренутне снаге магнећења $p(t)$ и њених компоненти .....	117
10.5. Разлагање $H(t)$ на компоненте, $H_s(t)$ и $H_c(t)$ .....	120
10.6. Анализа временски променљивих параметара $RL$ заменске шеме.....	123
<b>11. ЗАКЉУЧАК</b> .....	128
<b>ЛИТЕРАТУРА</b> .....	135



## 1. УВОД

Индуктивни елементи са магнетским језгрима имају широку област примене. Могу се наћи као саставни део великих и малих постројења за производњу и дистрибуцију електричне енергије, индустријских погона, многобројних уређаја енергетске електронике, малих кућних апарата, као и у многим другим сферама из области електротехнике. За њихову реализацију, дијагностику и анализу рада, неопходно је на правилан начин анализирати понашање њихових језгара. Под анализом језгара би се могла разматрати снага губитака, хистерезисни одзив језгара за побуду различите амплитуде, фреквенције и облика, утицај загревања на карактеристике језгра и друго. Додатно, за електрична кола са нелинеарним индуктивним елементима, од значаја би била анализа ефективне вредности, изобличења и, генерално, временских облика струје и напона електричног кола. За такву анализу најбоље би било користити податке добијене мерењем при задатим (радним) условима. Ипак, такав приступ би у процесу производње захтевао употребу значајног броја прототипа уређаја што би могло бити скупо и временски захтевно код сложених уређаја и система. Са друге стране, у случају кварова у току рада уређаја, подаци добијени мерењем би представљали врло значајан ресурс за инжењере, у смислу разумевања узрока настанка хаваријске ситуације, као и за отклањање квара. Међутим, мерења нису увек могућа, а разлози за то су разноврсни: неприступачност терена, габарит уређаја или немогућност приступа тачкама на којима треба извршити мерење (нпр. намотајима оклопљеног трансформатора) и друго. Из тог разлога, у процесу производње и дијагностике рада чешће се прибегава симулацијама радних режима. Симулације које се тичу понашања елемената са магнетским језгрима обично користе неке од карактеристика материјала попут криве магнетизације, губитке снаге при одређеним радним условима, хистерезисне петље и друго [1-8].

Постоји више приступа симулацијама у зависности од разматраног проблема и сложености услова анализе, али се они генерално могу поделити у три групе: приступ применом еквивалентних заменских шема језгра, приступ применом хистерезисних модела и приступ применом нумеричких метода. Ниједан од поменутих приступа није савршен и сваки има своје предности и недостатке. Главна предност примене заменских шема је та што се проблеми сложених процеса који се одвијају у језгру приликом његове магнетизације могу свести на решавање електричних кола којима се разматрани процеси могу адекватно објаснити. Такав приступ је генерално једноставнији за инжењере у односу на друга два, јер се из домена магнетизма прелази у домен електричних струја и решавања кола. Ипак, постоје проблеми у погледу тачности када се прорачуни врше у временском домену. Приступ применом хистерезисних модела даје знатно боље резултате, али сложеност математичког апарата за опис модела у многоме умањује њихов практичан значај. Додатно, процес одређивања параметара модела може бити сложенији од њега самог или да пак није довољно јасно дефинисан као што је то случај са Жил-Атертоновим (Jilles-Atherton) моделом. Велики број хистерезисних модела, укључујући математичке и физичке описе модела, поједине принципе одређивања параметара, предности, недостатке и савете за примену на поједине проблеме у магнетизму, разматрани су у Мореовом (Mörée) прегледном раду [9]. Трећи приступ подразумева рад са великим бројем података и системима једначина за чије писање је неретко употребљен сложен математички апарат. Додатно, процес одређивања параметара једначина и њиховог решавања, може бити захтеван како временски тако и по питању перформанси употребљеног рачунара. Сходно претходно наведеним недостацима, симулациони приступи се обично комбинују у циљу добијања што веродостојнијих резултата прорачуна (симулација). Ипак, то неретко може додатно усложити прорачуне и умањити могућности њихове практичне примене. Узимајући у

обзир све претходно наведено, може се увидети потреба за дефинисањем методологије за симулацију (прорачун) која ће бити релативно једноставна за примену на поједине проблеме у магнетизму, која даје добре резултате у поређењу са мереним, а да при томе користи ограничен број података који се могу добити релативно једноставним мерењима или су већ дати од стране произвођача као саставни део пратеће документације.

Циљ ове докторске дисертације је дефинисање методологије за анализу и решавање проблема у стационарном стању применом хармонијске анализе. Неки од разматраних проблема у магнетизму биће: прорачун временског облика величине од интереса (јачине магнетског поља, снаге магнећења или неке друге) директно из мерених података, симулација временског облика динамичког магнетског поља и хистерезисних петљи, решавање динамичког електричног кола са нелинеарним хистерезисним калемом, разлагање тренутне снаге магнећења на њену апсорбовану и осцилујућу компоненту за феромагнетске и феритне материјале. Додатно, разматраће се побољшање електричне заменске шеме нелинеарног хистерезисног калема за прорачуне у временском домену, реализоване у као паралелна веза отпорност и индуктивности ( $RL$  заменска шема), адекватнијим одређивањем њених параметара. Резултати мерења потребни за прорачун прикупљени су применом мерно-аквизиционог система заснованог на употреби рачунара.

Истраживање у овој дисертацији биће вођено следећим хипотезама:

- Помоћу мерно-аквизиционог система базираног на персоналном рачунару могуће је измерити карактеристике феромагнетског језгра од гвоздених лимова, и то: минорне и главну хистерезисну петљу, криву магнећења, специфичне губитке и друго.
- Хармонијска анализа се може применити на измерене податке јачине магнетског поља и магнетске индукције језгра.
- На резултате претходне хармонијске анализе (амплитуде и фазе хармоника) јачине магнетског поља може се применити интерполација како би се одредиле нове вредности амплитуда и фаза хармоника за амплитуду магнетске индукције од интереса.
- На основу друге и треће хипотезе могуће је симулирати квазистатичке хистерезисне петље, а уз примену Бертотијеве (Bertotti) статистичке теорије губитака и динамичке хистерезисне петље, за произвољан временски облик, амплитуду и фреквенцију магнетске индукције.
- Применом хармонијске анализе јачине магнетског поља и магнетске индукције може се одредити тренутна снага магнећења феромагнетског језгра, као и њене две компоненте, апсорбована и осцилујућа снага.
- Из израчунате апсорбоване и осцилујуће компоненте тренутне снаге магнећења могу се израчунати параметри паралелног  $RL$  кола (заменске шеме) нелинеарног калема са хистерезисом.
- Могуће је формирати алгоритам за решавање динамичких електричних кола са нелинеарним калемом са хистерезисом, без и са додатком линеарних елемената, у редној или паралелној вези.

Дисертација је конципирана у укупно једанаест глава, укључујући увод и закључак. У оквиру њих су изнети детаљи о мерно-аквизиционом систему, предложеној методологији и могућностима њене примене, поређење репрезентативних резултата прорачуна (симулација) и адекватних верификационих података, као и могућности за њихово побољшање.

У другој глави под називом ПРЕГЛЕД ПОСТОЈЕЋИХ МЕТОДОЛОГИЈА биће изнети детаљи методологија (принципа) које се често употребљавају у прорачунима са

индуктивним елементима са феромагнетским језгром. Посебна пажња биће посвећена приступима за решавање појединих проблема у магнетизму применом заменских шема и хистерезисних модела. Биће изложени детаљи принципа формирања заменских шема магнетског језгра за поједине облике заменских шема, њихове предности и недостаци. Са аспекта хистерезисних модела посебна пажња ће се посветити примени и недостацима често коришћених модела попут Прејсаховог (Preisach) и Жил-Атертоновог модела, али и других хистерезисних модела.

На почетку Главе 3, МЕРНО-АКВИЗИЦИОНИ СИСТЕМ ЗА МЕРЕЊЕ КАРАКТЕРИСТИКА ФЕРОМАГНЕТСКИХ ЈЕЗГАРА, биће изложени детаљи неких од метода мерења карактеристика феромагнетских језгара обухваћених стандардом ИЕС 60404. Посебна пажња биће посвећена принципима формирања језгара за мерење. Потом ће бити изложени детаљи о мерно-аквизиционом систему као што су шема веза и изглед експерименталне поставке, опис употребљених компоненти као и принцип извођења мерења. На крају биће дат опис предњег панела апликације написане у програмском пакету LabVIEW, принцип подешавања параметара мерења и могућности за чување података.. Принципа контроле облика величине од интереса ће такође бити описан.

У Глави 4, ХАРМОНИЈСКА АНАЛИЗА И ИНТЕРПОЛАЦИЈА, кроз пример одређивања временског облика јачине магнетског поља за амплитуду магнетске индукције од интереса, биће дефинисана методологија заснована на хармонијској анализи и интерполацији (енгл. Harmonic Interpolation Method, HIM). То је циљ и један од главних доприноса ове дисертације. На почетку главе биће дати основни принципи примене Фуријеове анализе на примеру хармонијске анализе сета мерења за јачину магнетског поља за различите амплитуде магнетске индукције непроменљиве фреквенције и облика. Нагласиће се услови које треба испунити приликом мерења поменутог сета као и принцип обраде података пре спровођења хармонијске анализе. Основе примене интерполације за добијање временског облика јачине магнетског поља за амплитуду магнетске индукције од интереса, заједно са принципом припреме података о амплитудама и фазама (из хармонијске анализе), биће такође саставни део овог дела дисертације, На крају, зарад лакше имплементације, биће дат програмски код написан у програмском пакету *Mathematica* и његово објашњење по деловима, којим се омогућава спровођење предложене методологије.

Глава 5 носи назив СИМУЛАЦИЈА ДИНАМИЧКИХ ХИСТЕРЕЗИСНИХ ПЕТЉИ и у њој ће бити представљен принцип примене HIM методологије на симулацију динамичких хистерезисних петљи. На почетку главе биће разматрани неки од принципа разлагања тренутне снаге магнетског поља на компоненте, у циљу дефинисања везе између компоненти динамичког магнетског поља. Посебна пажња биће посвећена Бертотијевом статистичком моделу губитака (Statistical Theory of Losses, STL) и принципу раздвајања динамичког магнетског поља на три компоненте. То ће бити употребљено у комбинацији са HIM за формирање процедуре за симулацију динамичких магнетских поља, а потом и хистерезисних петљи на произвољној фреквенцији и за амплитуду магнетске индукције од интереса. Предложени поступак симулације биће употребљен за дефинисање итеративног поступка за решавање динамичког (наизменичног) електричног кола са хистерезисним елементом, који је изнет као саставни део шесте главе, РЕШАВАЊЕ ДИНАМИЧКИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛА СА НЕЛИНЕАРНИМ ХИСТЕРЕЗИСНИМ КАЛЕМОМ. Поступак ће бити дефинисан на примеру редног кола које се састоји од напонског извора, линеарног отпорника и калема као и нелинеарног калема са хистерезисом. Додатно, биће дато објашњење о изменама предложеног поступка решавања за електрично коло паралелне и мешовите топологије.

Истраживање на тему принципа одређивања тренутне снаге магнећења, за амплитуду магнетске индукције од интереса, директно из мерења применом предложене НММ методологије или комбинацијом НММ и STL модела, биће изнета на почетку главе 7 под насловом ПРОРАЧУН ТРЕНУТНЕ СНАГЕ МАГНЕЋЕЊА. Ипак, већа пажња ће бити посвећена процедури разлагања тренутне снаге магнећења на апсорбовану и осцилујућу компоненту применом хармонијске анализе података о јачини магнетског поља и магнетске индукције.

Поступак одређивања временски променљивих параметара паралелне  $RL$  заменске шеме на основу апсорбоване и осцилујуће компоненте снаге магнећења биће дат у глави 8 под називом ПРОРАЧУН  $R$  И  $L$  ПАРАМЕТРА ЗАМЕНСКЕ ШЕМЕ НЕЛИНЕАРНОГ КАЛЕМА СА ХИСТЕРЕЗИСОМ. Истраживање ће бити спроведено са циљем побољшања прорачуна применом паралелне  $RL$  заменске шеме у временском домену.

У оквиру девете главе, ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ И СИМУЛАЦИОНИ РЕЗУЛТАТИ, биће приказани најважнији подаци мерења употребљени за спровођење симулација на основу предложене методологије. Као саставни део ове главе биће дати најважнији резултати симулација и њихова поређења са мерењима, уколико су иста доступна, а ако нису онда ће се резултати поредити са резултатима других аутора. Поређење ће се вршити са циљем верификације предложене НММ методологије и њених примена. Такође, биће дате прелиминарне анализе резултата са становишта њиховог слагања са мерењима. Детаљнија анализа резултата биће дата у Глави 10, под називом АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА. Такође, биће наглашени недостаци предложене методологије и принципа њене примене на разматране проблеме у магнетизму, као и препоруке којима се дати недостаци могу умањити или у потпуности отклонити.

Као једанаеста глава биће дат ЗАКЉУЧАК. У оквиру те главе биће истакнути најзначајнији резултати и доприноси истраживања која су обухваћена дисертацијом. Додатно, биће представљене могућности наставка истраживања из области.

На крају докторске дисертације биће дат списак најважније ЛИТЕРАТУРЕ, која је коришћена приликом спровођења истраживања на разматрану тему.

## 2. ПРЕГЛЕД ПОСТОЈЕЋИХ МЕТОДОЛОГИЈА

У електроенергетици се за производњу језгара електричних машина и трансформатора обично користе феромагнетски лимови на бази силицијума и гвожђа. Један од значајнијих проблема приликом симулације понашања таквих језгара представља нелинеарна природа материјала. Разлог томе је што временски облици јачине магнетског поља  $H(t)$  и магнетске индукције  $B(t)$ , којим се магнетски материјали најчешће карактеришу, могу бити значајно изобличени у зависности од примењене побуде. Другим речима, могу се јавити виши хармоници  $H(t)$  и  $B(t)$  чија вредност амплитуде и фазни померај нису линеарно променљиви са амплитудом побуде, а значајно зависе и од њеног временског облика [10]. Додатно, ако се узме у обзир појава магнетског хистерезиса када се језгра подвргну временски променљивој побуди, може се закључити да је анализа и симулација понашања магнетског језгра индукционог елемента, попут калема или трансформатора, врло сложена. Теоријски основи принципа настајања магнетског хистерезиса могу се пронаћи у Бертотијевој књизи [11]. У литератури постоји више приступа у зависности од разматраног проблема и сложености услова анализе, али се они генерално могу груписати у три групе: применом еквивалентних заменских шема језгра, применом хистерезисних модела и применом нумеричких метода. Наведени приступи се обично комбинују у циљу добијања што веродостојнијих резултата прорачуна (симулација).

Чари (Chari) и Салон (Salon) су у својој књизи изнели главне принципе познатијих нумеричких метода за решавање проблема у електромагнетици [12]. Нумеричке методе су генерално тачније што се више тачака (елемената) прорачуна узме у обзир. С тим у вези, један од значајнијих недостатака приступа је решавање система једначина са изузетно великим бројем елемената. Дефинисање једначина у релативно једноставном математичком облику које имају физичку оправданост у датом систему такође може бити проблематично. Сам процес прорачуна може бити врло захтеван у смислу конфигурације рачунара који се користи за прорачуне и времена који је потребно издвојити за прорачуне. Ипак, битно је истаћи њихов значај као и могућности њиховог комбиновања са другим методама. Као пример такве комбинације могла би се издвојити комбинација једне од чешће примењиваних нумеричких метода - методе коначних елемената (Finite Element Method, FEM) и хармонијске анализе. Метода носи назив HBFEM и може се употребити за решавање различитих проблема из области електромагнетике и енергетских система [13]. Хармонијска анализа је, генерално, нашла велику примену у разним сферама електротехнике, па се тако користи приликом одређивања фактора изобличења (THD) у енергетској електроници [13], анализи и дијагностици хаваријских режима попут ферорезонансе [14, 15], нумеричком решавању електричних кола са нелинеарним магнетским елементима [16], дефинисању хистерезисних модела [17] и друго. Решавање проблема применом нумеричких метода није предмет ове дисертације, па се у наставку неће значајније разматрати. Већа пажња ће се посветити решавању проблема применом друга два приступа – заменским шемама и хистерезисним моделима.

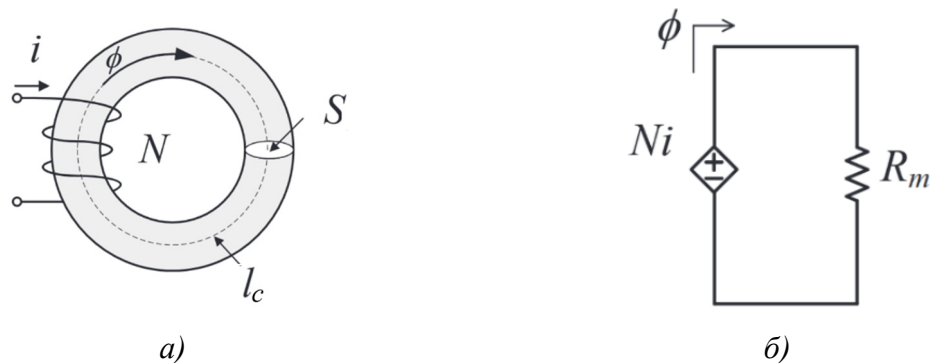
### 2.1. Приступ применом заменских шема веза

Приступ применом заменских шема веза базиран је на замени елемента са магнетским језгром еквивалентним заменским колом (шемом) и често се примењује приликом решавања електричних кола са индуктивним елементима. Разлог томе је што се применом заменских шема цео систем електричног и магнетског кола може свести на

једно електрично коло или барем дати јасна веза између њих. Тиме је сам процес прорачуна величина од интереса (напона и струја) у електричном колу знатно поједностављен. Додатан разлог прибегавању употреби заменских шема је што се њихови параметри, у највећој мери, могу добити из релативно малог броја мерења или су пак већ доступни од стране произвођача коришћеног елемента. То је од изузетног значаја јер решавање применом хистерезисних модела неретко изискује специфичне податке о материјалу магнетског језгра које произвођачи обично не укључују у стандардну документацију материјала за комерцијалне кориснике [18]. Неки од њих су микроскопска структура, расподела и величина магнетских домена, понашање при различитим амплитудама, облицима и фреквенцијама побудног напона и друго.

У зависности од комплексности разматраног проблема, тј. реализације индуктивног елемента, као и захтева у погледу тачности прорачуна у односу на реалне прилике у колу, у пракси се може пронаћи мноштво модела заменских шема које се генерално могу поделити у електричне и релуктантне заменске шеме. Применом електричне заменске шеме магнетског кола цео систем се своди на једно еквивалентно електрично коло чијим се решавањем могу добити електричне величине од значаја (напони и струје). Релуктантни модели (кола) се формирају тако да се састоје од електричних елемената (отпорника, кондензатора, напонских/струјних извора и/или калемова) и решавају применом истих закона као типична електрична кола. Међутим, њихова решења нису електричне величине, попут напона или струје, већ магнетске (обично магнетски флуks или његов први извод). Другим речима, неопходно је додатно спрезање заменске шеме и остатка електричног кола. Изглед релуктантне шеме зависи од ефеката који се узимају у обзир (хистерезис, нелинеарност, скин ефекат, губици, динамика прелазног процеса, вртложне струје геометрија језгра и друго).

Генерално, заменска шема релуктантног типа формира се тако да једначина, или систем једначина у случају сложене геометрије магнетског кола, за решавање релуктантног кола има исти облик као једначина за решавање датог магнетског кола чија се заменска шема одређује. Другим речима, прво је потребно написати систем једначина за разматрано магнетско коло применом Максвелових постулата, пре свега Амперовог закона и закона о конзервацији магнетског флуksа. Затим, њиховом комбинацијом, треба доћи до једначина које по свом облику подсећају на једначине за решавање електричног кола, али са том разликом што у једначинама фигурише магнетски флуks  $\phi$  уместо електричне струје  $i$ . На крају, потребно је формирати релуктантно коло (извршити његову синтезу) на основу сређених једначина користећи елементе електричних кола. На Слици 2.1а дат је пример једног простог магнетског кола торусног облика, а његова релуктантна заменска шема је дата на Слици 2.1б.



Слика 2.1 - Пример а) простог кола торусног облика и б) његова релуктантна заменска шема.

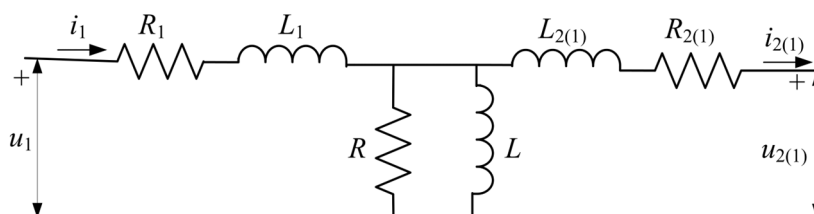
Релуктанса  $R_m$  се израчунава применом израза  $R_m = l / (\mu S)$ , где је  $\mu$  магнетска пермеабилност, а  $l$  и  $S$ , дужина средње линије и површина попречног пресека језгра, респективно. Спрезање са остатком електричног кола се врши преко струје магнећења, односно магнетнобудне силе у оквиру Амперовог закона, која се у заменским шемама представља као струјно контролисан напонски извор  $Ni$ . У овом случају  $i$  је електрична струја која протиче кроз укупно  $N$  торусних навојака и кроз остатак електричног кола у који се разматрани торус прикључује, као што се види са Сlike 2.1а.

Неки од познатијих модела заменских шема су:  $RL$  модел и мрежни модели попут еквивалентног Кауеровог кола (Cauer circuit), који припадају заменским шемама електричног типа, жиратор модел релуктантног типа и други.

### 2.1.1. $RL$ модел

$RL$  модел је један од најчешће коришћених модела у литератури и може се реализовати на више начина [1, 18, 19]. Одликује се релативно добром физичком основом, брзом и једноставном употребом (у односу на хистерезисне и нумеричке моделе) како са аспекта одређивања параметара тако и са аспекта решавања и спрезања са остатком кола. Ипак, оно што је генерални недостатак употребе  $RL$  модела је да он показује лошије перформансе (у односу на хистерезисни и приступ применом нумеричких метода) када је реч о прорачунима у временском домену за нелинеарне проблеме са хистерезисом. Теоријске основе модела заснивају се на подели укупне снаге на њене компоненте. Према истраживању које је дао Чуа, снага коју потрошач узима из система може се раздвојити на апсорбовану, која се троши на  $R$ , и осцилујућу, која се развија на  $L$  [20]. Такав модел се може сматрати упрошћеном заменском шемом за опис нелинеарности хистерезиса.

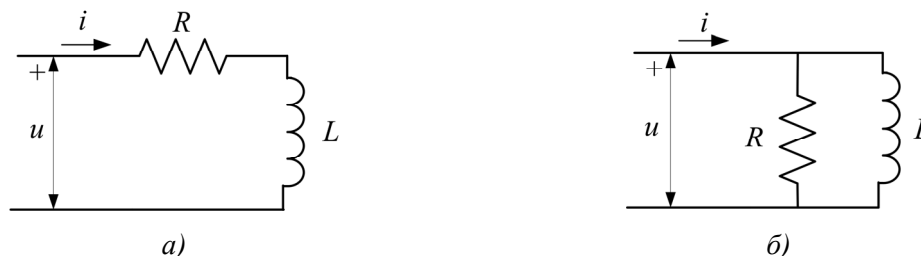
Најједноставнији начин реализације  $RL$  заменске шеме је употребом линеарне отпорности  $R$  и индуктивности  $L$  у редној или паралелној вези. Додатно, у литератури се могу наћи реализације са додатним отпорником и/или индуктивношћу који су на ред везани са  $RL$  заменском шемом језгра, као што је случај са моделима реалних трансформатора са магнетским језгром [19]. Пример модела реалног трансформатора дат је на Слици 2.2. Елементи са индексом „1” односе се на примарну страну трансформатора док се индекс „2(1)” односи на величине секундарне стране трансформатора сведене на примарну страну.



Слика 2.2 - Пример заменске шеме реалног трансформатора.

Описани модел трансформатора се релативно лако може превести у модел реалног калема, ако се разматра случај да трансформатор ради у режиму празног хода ( $i_{2(1)}=0$ ). Физички смисао додатних елемената (отпорности  $R_1$  и  $R_{2(1)}$ , индуктивности  $L_1$  и  $L_{2(1)}$ ) је да моделују отпорност намотаја и расипање магнетског флукса, респективно. Поменути елементи се у пракси користе у случајевима када коначан резултат прорачуна у многоме зависи од њихове примене, као што је нпр. случај са описом трансформатора

у ферорезонанси [21]. Ипак, они нису саставни део модела самог магнетског језгра, који је један од праваца истраживања обухваћених овом дисертацијом, па ће у наставку бити изнети само принципи моделовања језгра, без додатних елемената. На Слици 2.3 приказана је  $RL$  заменска шема калема са феромагнетским језгром без додатних елемената у редној и паралелној реализацији.



Слика 2.3 - Изглед  $RL$  заменске шеме за калем са феромагнетским језгром реализоване као а) редна и б) паралелна веза елемената.

Вредности параметара редне шеме за калем са феромагнетским језгром могу се добити мерењима активне снаге  $P$ , ефективне вредности струје  $I$  и напона  $U$  на крајевима калема употребом ватметра и  $U$ - $I$  методе, респективно [22]. Вредност за  $R$  се може добити применом (2.1), а  $L$  применом (2.2).

$$R = \frac{P}{I^2}, \quad (2.1)$$

$$L = \frac{\sqrt{(U/I)^2 - R^2}}{\omega}, \quad (2.2)$$

где је  $\omega$  кружна учестаност побудног напона. Параметри паралелне заменске шеме се могу добити аналогно, решавањем електричног кола са Сlike 2.3б, односно:

$$R = \frac{U^2}{P}, \quad (2.3)$$

$$L = \frac{U^2}{\omega \sqrt{(UI)^2 - P^2}}. \quad (2.4)$$

Изрази (2.1)-(2.4) су изведени под претпоставком да су побудни напон и мерена струја простопериодични. С тим у вези, поменути принцип одређивања параметара може се применити само у линеарним деловима криве магнећења феромагнетских материјала од кога је магнетско језгро направљено. Експериментално добијена снага  $P$  обухвата губитке у бакру (намотајима) и губитке у гвожђу услед магнећења језгра, али се утицај губитака у бакру у изразима (2.1)-(2.4) занемарује.

Реализација  $RL$  модела линеарним елементима, насупрот својим изузетно грубим апроксимацијама у погледу нелинеарности и променљивости губитака у језгру, се често примењује у електроенергетици, нпр. при моделовању струјних и напонских трансформатора или електричних машина, као и у енергетској електроници [19, 23, 24]. Додатно, губици у језгру се у прорачунима из електронике понекад у потпуности занемарују, а разлог томе може бити честа употреба магнетских материјала као што су ферити. Они се одликују уским хистерезисним петљама, а самим тим и малим губицима услед магнећења језгра, при високим радним фреквенцијама [25-27]. Додатно, ферити се



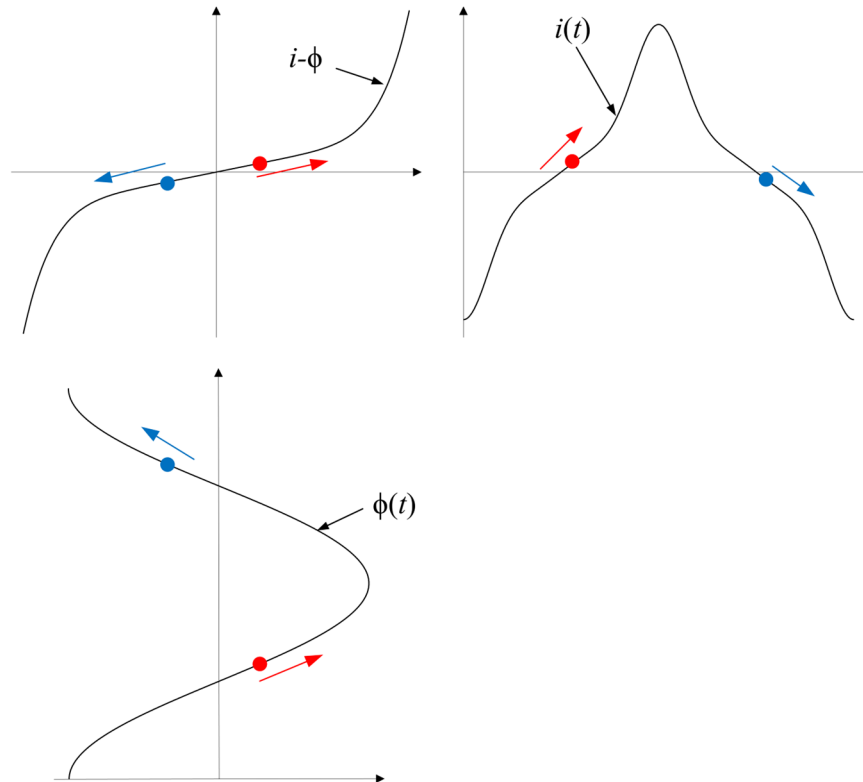
одликују слабом деформацијом временског облика електричне струје и напона (магнетског поља и индукције у језгру) у својим оквирима примене.

Други начин реализације овог модела разматра заменску шему у виду линеарног  $R$  и нелинеарног  $L$ . У паралелној вези, параметар  $R$  се обично добија као и у првом начину реализације у случају паралелне везе, тј. мерењем активне снаге и напона и применом (2.3). Битно је нагласити да се одређује само једно  $R$  које се користи за све прорачуне на датој фреквенцији, без обзира на амплитуду побудног напона. Подаци о снази су обично дати и као саставни део података које нуди произвођач. Уколико не постоји податак који одговара стриктно разматраном случају (проблеми), тј. на одређеној фреквенцији, они се могу апроксимирати. У ту сврху се може применити више метода апроксимације губитака од којих су познатији: Штајнметцов (Steinmetz) образац у свом основном, генерализованом или модификованом облику, потом Џорданов (Jordan) образац и његов проширени облик, познатији као Бертотијев приступ, засновани на раздвајању губитака и други [28]. О раздвајању тренутне снаге (губитака) на компоненте применом класичне теорије губитака, али и других приступа, биће више речи у Глави 5. Описани приступи апроксимацији су релативно брзи али генерално груби јер се апроксимација врши на основу средњих вредности тренутне снаге магнећења (специфични губици). Бољи принцип апроксимације би био употребом неког једноставнијег хистерезисног модела у временском домену. Ипак, увек када је то могуће, треба користити податке мерења.

У оригиналној препоруци за карактерисање параметра  $L$  дато је да овај параметар треба да се окарактерише применом анхистерезисне криве материјала која је независна у погледу фреквенције [1]. Међутим, процедура мерења анхистерезисне криве, било да је реч о традиционалним или модернијим методама, је врло сложена [29]. С тим у вези, у пракси се за карактеризацију параметра  $L$  чешће употребљава крива магнећења. Због лакше примене, она се ретко описује као  $B-H$  зависност, а чешће као зависност магнетског флуksа (и то укупног флуksа кроз намотаје) и струје магнећења, тзв.  $\phi-i$  карактеристика. За потребе истраживања у овој дисертацији, карактеристика је одређена применом методе спајања врхова (максимума) хистерезисних петљи, које су добијене мерењем уз сукцесивно повећање амплитуде улазног напона. То је један од два препоручена принципа њеног одређивања [30]. Додатно, у литератури се могу пронаћи апроксимације  $\phi-i$  карактеристике различитим методама и математичким функцијама [31]. Ипак, главни недостатак употребе криве магнећења је што је она зависна од фреквенције. Другим речима, ако би се употребила крива магнећења уместо анхистерезисне криве, ефективно би се занемарио ефекат вртложних струја, које се индукују као последица примене наизменичне побуде, као и осталих динамичких процеса на нелинеарност материјала [1].

У прорачунима се најчешће примењују два вида карактеризације нелинеарне индуктивности  $L$ . Први вид се одликује заменом  $L$  са напонско контролисаним струјним извором. За излазну карактеристику извора користи се  $\phi-i$  карактеристика (добијена мерењем или математичком апроксимацијом) [21, 32, 33]. У том случају, струја која протиче кроз грану са  $L$  елементом добија се реконструкцијом преко криве  $\phi-i$ , за познато  $\phi(t)$ . Потребна вредност за  $\phi(t)$  се добија интеграцијом  $d\phi/dt$  које је пропорционално напону на  $L$ . Принцип одређивања струје кроз калем помоћу инверзне  $\phi-i$  ( $i-\phi$ ) карактеристике за  $d\phi/dt$  синусног облика дат је на Слици 2.4. Други вид карактеризације  $L$  се одликује применом зависности  $L(i)$ . Параметар  $L$  се тада може прорачунати као статичка или као динамичка индуктивност са различитим утицајима на решавање електричног кола [34]. Уколико се разматра редна  $RL$  веза, тада се  $R$  одређује из (2.1) за  $P$  и  $I$  који су добијени мерењем. Параметар  $L$  се обично задаје као струјно контролисан напонски извор или као зависност  $L(i)$ . Принцип употребе напонског извора са  $\phi-i$

карактеристиком је инверзан употреби струјног извора при паралелној реализацији. Улазни параметар је тада  $i(t)$ , а излазни  $\phi(t)$ , односно  $d\phi/dt$ , док за опис  $L(i)$  постоји више приступа нарочито ако се у обзир узме и зависност поменути карактеристике од температуре [18].



Слика 2.4 - Пример одређивања струје помоћу  $i$ - $\phi$  карактеристике за  $d\phi/dt$  синусног облика.

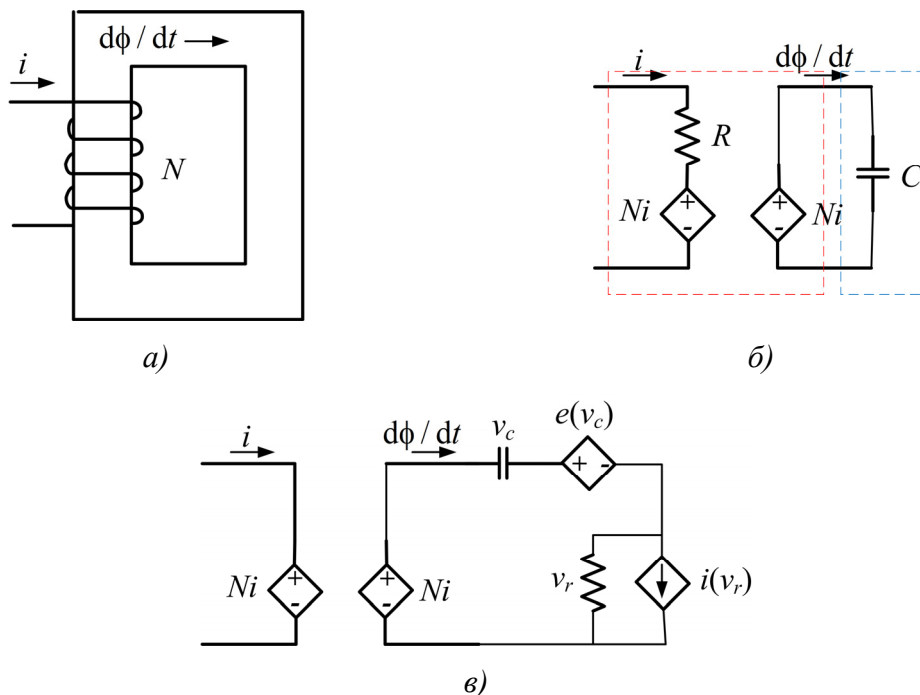
Један од недостатака другог начина реализације  $RL$  модела (применом константног  $R$ ) је што се узима да су укупни губици услед магнетног променљивог са напонем. У циљу редуковања тог недостатка, у литератури се може пронаћи реализација  $RL$  модела где су и  $R$  и  $L$  нелинеарни параметри. Када је реч о паралелној реализацији заменске шеме, уобичајен приступ је да се паралелно везана грана са отпорником замени напонски контролисаним струјним генератором. Тада његова излазна карактеристика даје везу између амплитуде напона и струје која пролази кроз отпорник [35]. Процедура одређивања поменути зависности се заснива на разматрању сваког од сегмената карактеристике специфичних губитака коју даје произвођач [36]. Аналогно важи и за редно заменско коло, али се тада отпорник мења струјно контролисаним напонским генератором.

Ипак, без обзира на то који се од поменута три начина реализације  $RL$  модела користи, временски одзив система, као и изглед хистерезисне петље материјала, може значајно да одступа од реалних. То је нарочито случај када се прорачун врши у региону засићења материјала. У оквиру ове дисертације, у делу који се тиче резултата симулација и њихове анализе (Главе 9 и 10), биће дато поређење резултата који су добијени мерењем и применом  $RL$  модела у паралелној реализацији. Значајно бољи резултати у погледу симулације у временском домену могу се добити ако се параметри  $R$  и  $L$  разматрају као временски променљиве величине,  $R(t)$  и  $L(t)$ . Таква истраживања је спроводио де Леон

(de Leon) и у њима дао основне принципе идентификације параметара заменске шеме нумеричким прорачуном [37] и применом аналитичке геометрије [38]. О појединостима предложеног нумеричког метода биће више речи у Глави 8.

### 2.1.2. Жиратор модел

Жиратор модел (заменска шема) се генерално састоји од два дела и то: првог дела који се односи на намотаје и другог дела који се односи на моделовање магнетског кола релуктантном заменском шемом [39]. У пракси се могу пронаћи два типа жиратор модела у зависности од представе магнетског кола у другом делу модела. То су релуктантно-резистивни ( $G-R$ ) и релуктантно-капацитивни ( $G-C$ ) тип [40, 41]. Ипак, због предности као што су боља физичка заснованост у погледу разматрања протока магнетског флукса, једноставнијег моделовања и комплетнијих информација о језгру магнетског кола, у пракси се чешће примењује  $G-C$  тип. Због комплексности процедуре одређивања параметара модела, жиратор модел се обично користи за моделовање магнетских кола у линеарном делу криве магнећења материјала, али га је могуће употребити и за сложеније проблеме када се разматра утицај нелинеарности, засићења материјала и хистерезиса [42], па чак и фреквенције применом Бертотијевог модела раздвајања снага [44]. На Слици 2.5 приказано је просто магнетско коло са једним побудним намотајем и његова заменска шема када се оно разматра као линеаран, односно нелинеаран хистерезисни проблем.



Слика 2.5 – Изглед а) простог магнетског кола, б) његове линеарне и в) нелинеарне заменске шеме.

На Слици 2.5б црвеном бојом је означен део  $G-C$  модела који се односи на побудни намотај, а којим је омогућено спрезање електричног и магнетског кола. Реализује се помоћу струјно контролисаних напонских извора  $Ni$ , где је  $N$  број навојака побудног намотаја, и отпорника отпорности  $R$  којим се узима у обзир отпорност

намотаја. У  $G$ - $C$  моделу отпорност намотаја је значајна јер се у противном, за дату вредност побудног напона, не би могла прорачунати струја  $i$ . Овај параметар се може занемарити ако остатак електричног кола омогућава несметан прорачун струје, као што је то случај на Слици 2.5в.

Други део модела, којим се узима у обзир магнетско језгро калема, на Слици 2.5б обележен је плавом бојом. Капацитивност кондензатора  $C$  може се одредити поређењем једначине написане по другом Кирхофовом закону за лево коло у заменској шеми и једначине добијене комбинацијом основних закона електромагнетике за дато магнетско коло језгра, односно:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\phi}{dt} &= \frac{\mu_0 \mu_r S}{l_c} \frac{d(Ni)}{dt} \\ \frac{d\phi}{dt} &= C \frac{d(Ni)}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow C = \frac{\mu_0 \mu_r S}{l_c}, \quad (2.5)$$

где су  $\mu_0$  и  $\mu_r$  магнетска пермеабилности вакуума и релативна магнетска пермеабилност материјала од кога је језгро направљено,  $S$  је површина попречног пресека, а  $l_c$  дужина средње линије језгра. Сви поменути параметри се могу добити мерењем или су већ доступни код произвођача. Извођење у оквиру (2.5) спроведено је под претпоставком да је расподела магнетске индукције по попречном пресеку равномерна, као и да је магнетизација константна дуж средње линије језгра.

У случају када се разматра утицај нелинеарности и хистерезис, Чен (Chen) је у својој публикацији предложио заменску шему са Сlike 2.5в [42]. У том случају се у део шеме за магнетско језгро додају напонски контролисан напонски извор  $e(v_c)$  и паралелна веза напонски контролисаног струјног извора  $i(v_r)$  и отпорника са напонем  $v_r$  (практично  $RL$  заменска шема). Тако се са  $e(v_c)$  узима у обзир узима нелинеарност материјала, а са паралелном везом хистерезис. Претходно описани принцип карактеризације језгра има за недостатак потребу за одређивање значајног броја параметара  $G$ - $C$  модела. Процес њиховог одређивања може бити врло сложен и обично изискује употребу нумеричких алгоритама за фитовање као што је SAA (Simulated Annealing Algorithm). Алгоритам се може употребити за одређивање параметара  $G$ - $C$  модела нелинеарног хистерезисног калема којим се узима утицај додатних губитака као и вртложних струја [43].

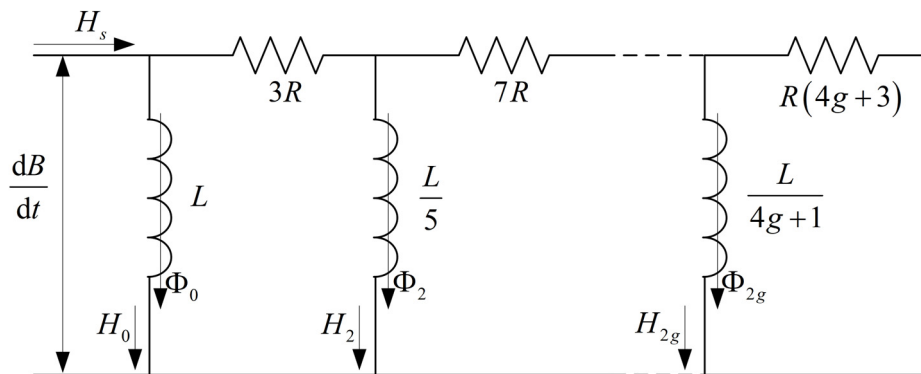
Када се упореде жиратор и  $RL$  модел са становишта сложених магнетских кола може се увидети да модел жиратора пружа доста елегантнију реализацију у смислу да се сваки део, тј. грана, сложеног магнетског кола разматраног језгра може једноставно представити као додатна грана заменске шеме. Додатно, жиратор омогућава лакше спрезање више раздвојених намотаја, било да је реч о међусобном спрезању више намотаја једног или више језгара, или спрезању са осталим деловима електричног кола.

### 2.1.3. Заменско Кауерово коло

Заменско Кауерово коло се у пракси обично користи када је потребно анализирати одзив система, односно разматраног индуктивног елемента, на побуду високе фреквенције. Разлог његове употребе је појава вртложних струја у лимовима језгра које нису исте дуж целог попречног пресека, а најјаче су у његовом центру. Њихов ефекат је да се сопственим магнетским пољем супротстављају спољашњем магнетизујућем пољу [11]. То је од изузетне важности јер тај ефекат није узет у обзир у добро познатом изразу за магнетско поље вртложних струја који је предложен класичном теоријом губитака за

танке феромагнетске лимове и може имати значајан утицај при прорачунима на вишим фреквенцијама.

Кауерово коло се у литератури може наћи као додатни део статичког модела хистерезиса када се покушава прецизније описати динамички ефекат вртложних струја или као саставни део других заменских шема, нпр. у комбинацији са Плеј моделом хистерезиса, разлагањем снага на три компоненте и заменском шемом заснованом на релуктантном приступу [44, 45]. У својој основи Кауерово коло се састоји од укупно  $N$  редно-паралелно везаних  $RL$  елемената због чега се у литератури назива и лествичасто коло [46]. На Слици 2.6 дат је изглед уобичајене реализације кола са линеарним елементима којим се може израчунати јачина магнетског поља на површини материјала  $H_s$  за средњу (просечну по попречном пресеку) магнетску индукцију од интереса  $B$ .



Слика 2.6 – Стандардно Кауерово коло са линеарним елементима.

За елементе са Слике 2.6 важи [44]:

$$R \equiv \frac{4}{\sigma d^2}, \quad (2.6)$$

$$L \equiv \mu, \quad (2.7)$$

где су  $\sigma$  и  $\mu$  електрична проводност и магнетска пермеабилност материјала који је изваљан у облику лима дебљине  $d$ . Параметар  $g$  са Слике 2.6 може имати вредност  $0, 1, 2, \dots, G$ , где је  $G$  одређено фреквенцијом, тј. кружном учестаношћу  $\omega$ , побуде чији се утицај анализира. Гранична кружна учестаност се може добити применом израза:

$$\omega_{\max} = \frac{(G+1)^2 (2G+3)^2 R}{2L}. \quad (2.8)$$

Претходно описано коло је генерално врло слично постулатима класичне теорије губитака, према којима се губици, а самим тим и  $H_s$ , могу поделити на своју статичку и динамичку компоненту. Коло са Слике 2.6 се може у потпуности превести у коло које описује класичну теорију губитака ако се претпостави да је  $n=0$ . О класичној теорији губитака ће бити више речи у Глави 5

Применом заменске шеме са Слике 2.6 се утицај хистерезиса облика  $H_{dc}(B)$ , као и нелинеарност материјала занемарује. Утицај нелинеарности и хистерезиса се може узети у обзир тако што се прва индуктивност са Слике 2.6 замени неким од хистерезисних модела, односно замени статичком хистерезисном карактеристиком материјала облика  $H_0=H_{dc}(\Phi_0)$ , чијом се применом може добити статичко магнетско поље за познату

вредност флукса  $\Phi_0$  ( $\Phi_0$  је пропорционалан са магнетском индукцијом  $B$ ) [44]. Остале индуктивности у колу се одређују аналогно онима са Сlike 2.6 са том разликом што се уместо  $\mu$  за прорачун  $L$  користи  $\mu_d$ , тј. диференцијална магнетска пермеабилност. Вредност  $\mu_d$  се може добити применом (2.9), уз претпоставку да је хистерезисна петља према ознакама са Сlike 2.6 дата као  $H_0(\Phi_0)$ .

$$\mu_d = \frac{d\Phi_0}{dH_0(\Phi_0)}. \quad (2.9)$$

У пракси се (2.9) може апроксимирати са  $\Delta B/\Delta H$ , где је  $B$  магнетска индукција, а  $H$  јачина магнетског поља. Зависност  $H(B)$  се може при томе окарактерисати као средња вредност леве и десне стране главне хистерезисне петље или као реверзибилна компонента  $H_{dc}(B)$ . На овај начин се, за разматрање хистерезисне зависности, проблем  $\mu_d$  свео на случај да  $\mu_d$  има увек једну вредност за један сет параметара  $B$  и  $H$ , тј.  $\Phi_0$  и  $H_0$ .

### 2.2. Приступ применом хистерезисних модела

Овај приступ разматра магнетско коло језгра као засебну целину која је, уколико је то саставни део анализираног проблема, спрегнута са електричним делом кола. Спрезање се најчешће врши Максвеловим једначинама [47]. Такав приступ је генерално тачнији у односу на приступ применом заменских шема како у погледу слагања резултата прорачуна и експериментално прикупљених података, тако и у погледу физичке заснованости принципа прорачуна.

У литератури постоји мноштво модела хистерезиса, а који ће се од њих употребити зависи од самог проблема, доступних експерименталних резултата за одређивање параметара модела, техничких могућности по питању употребљеног рачунара (јер су прорачуни, у основи, нумерички), доступног времена за прорачун и друго. Најчешће коришћени класични модели хистерезиса су Прејсахов (Preisach) и модели базирани на њему попут Плеј (Play) и Стоп (Stop) модела [48-50], као и Жил-Атертонов (Jiles-Atherton, JA) модел [51]. Такође, у литератури су заступљени и модели засновани на скалирању главне хистерезисне петље попут Телиненовог (Telinen) [52], затим Чуа (Chua) модел у свом основном облику [53] или пак у Саитовој (Saito) интерпретацији [54], Такашев (Takash) тангенс-хиперболички [55], Миловановић-Копривица аркус-тангентни [56] математички модел и други [9]. Поменути модели се обично користе за опис понашања магнетских материјала при статичкој или побуди врло ниске фреквенције (практично одзив на једносмерну статичку побуду), тј. за формирање статичких хистерезисних петљи. Ипак, постоје модели хистерезиса који узимају у обзир и динамичке процесе односно којима се могу описати динамичке хистерезисне петље настале као последица примене динамичке побуде [9]. Чешћи принцип добијања динамичких петљи је комбинација једног од статичких модела и неког од принципа разлагања снаге губитака. Неки од савременијих некласичних приступа разматрања утицаја хистерезиса су у целости засновани на машинском учењу [57-60], или се пак хистерезисни утицај узима интерполацијом резултата мерења хистерезисних петљи [61]. Системи машинског учења се такође употребљавају и за дефинисање појединих делова класичних хистерезисних модела, као нпр. функције Прејсахове расподеле, чије одређивање представља значајну потешкоћу примени Прејсаховог модела хистерезиса [62].

Упркос релативно добром слагању са експерименталним резултатима, поједини модели хистерезиса су изузетно непрактични. Један од главних разлога томе је сложен

математички апарат употребљен како за њихово дефинисање тако и за добијање параметара неопходних за правилну имплементацију модела. Поједини модели могу захтевати податке, попут геометријске структуре или специфичних својстава материјала који кориснику нису доступни као саставни део документације произвођача [18]. Са друге стране, поједини модели немају јасно дефинисане алгоритме за прорачун параметара већ се они добијају применом адаптивних алгоритама који су неретко врло сложени, а добијени параметри уско повезани са разматраним проблемом. Додатне потешкоће у одабиру, разумевању и употреби неког хистерезисног модела задаје и неуниформна номенклатура појмова. Проблем се јавља када један исти појам има два или више значења у зависности од истраживача који их употребљава.

Модели хистерезиса се у пракси могу наћи у комбинацији са заменским шемама или се њима описује понашање самог магнетског језгра, тј. материјала од којег је оно састављено, као целине која је спрегнута са остатком електричног кола. Спрезање се врши применом Максвелових једначина, а пре свега Амперовог и Фарадејевог закона. Модел заменске шеме за опис магнетског језгра је могуће дефинисати применом принципа раздвајања губитака и Прејсаховог модела хистерезиса [63, 64]. Међутим, недостатак оваквог принципа моделовања за анализу динамичког електричног кола је тај што комбинује сувише велики број методологија - принцип раздвајања губитака, заменску шему лествичастог облика, TLM (Transmission-Line Modelling) методу моделовања, као и Прејсахов модел хистерезиса, што повећава сложеност процедуре и умањује њен практичан значај.

Хане (Hane) је уз помоћ Плеј модела у својим истраживањима описао модел релуктантне мреже за анализу магнетског кола са хистерезисом уз разматрање утицаја скин ефекта [2, 65]. Аутори су нагласили да би такав модел имао ограничења по питању сложености геометрије анализираног магнетског кола, конвергенције резултата, као и отежаног спрезања са остатком електричног кола.

У својим радовима, Чуа је предложио генерализован математички модел за нелинеарни калем са хистерезисом за решавање динамичких електричних кола различитих топологија [66]. Модел Чуиног типа поседује недостатак у смислу сложености добијања експерименталних података који су потребни за одређивање његових параметара. Додатно, за поједине материјале, уместо једне могу се јавити сетови карактеристика за један параметар, што уноси значајније захтеве у погледу програмирања и перформанси рачунара који се употребљава за прорачуне. Значајан допринос истраживању на тему модела Чуиног типа за решавање динамичког електричног кола дао је Саито (Saito) [67]. Додатно, он је изложио поступак експерименталне потврде поменутог модела Чуиног типа [68], као и принцип за одређивање параметара модела који се заснива на хармонијској анализи [69]. Саитова интерпретација Чуиног модела са три конститутивна параметра је показала добре перформансе и када је анализирани процес веома захтеван од динамике прелазног режима као што је то случај са ферорезонанцијом [70]. Ипак, недостатак Саитове интерпретације Чуиног модела је експериментално одређивање параметара, од којих се један одређује применом анхистерезисне криве. Један од приступа за отклањање тог недостатка је применом хармонијске анализе [71]. Међутим, у том истраживању није узет међусобни утицај хармоника различитог реда.

Деане (Deane) је истраживао симулацију хаотичног кола (chaotic circuit) применом Жил-Атертоновог модела [72]. У истраживању су дата два сета параметара модела, добијена фитовањем на резултате мерења, који се значајно разликују у барем три параметра. Тиме се потврђују недостаци овог модела по питању његове параметризације. Жил-Атертонов модел у комбинацији са TLM моделовањем се може применити за

решавање електричног кола [73]. Методологију је могуће применити на анализу рада трансформатора у режиму засићења уз верификацију резултата применом MATLAB симулација [74]. Додатно, Жил-Атертоновим моделом у оквиру Spice кола може се вршити анализа магнетског језгра (кола) у временском домену [75]. Ипак, ни у том случају верификација није извршена експериментално.

Употреба хистерезисних модела није ограничена само на решавање електричних кола. Телиненов модел се може комбиновати са методологијом разлагања губитака у циљу нумеричког решавања дифузне једначине у једном комаду феромагнетског лима [76]. Истраживање даје изврсне резултате у погледу неуниформности магнетске индукције, а самим тим и других величина које од ње зависе, попут вртложних струја. Резултати поменутог истраживања потврђују коментаре које у својој књизи даје Бертоти, а који су везани за примену и ограничења Статистичке теорије губитака [11], као једног од приступа разлагању динамичких губитака. Проблематика промене карактеристичних величина дуж радијалне осе торусног феритног језгра са могућношћу употребе хистерезисног модела је такође актуелна тема истраживања [77].

Сходно претходно наведеним недостацима употребе хистерезисних модела, као и заменских шема и нумеричких метода, за решавање проблема у магнетизму јасно је да постоји простор за дефинисање нових методологија које би, барем делимично, њих надоместиле. Циљ ове дисертације је дефинисање методологије засноване на хармонијској анализи и интерполацији, која би користила ограничен број мерених резултата (релативно лаким за одређивање), била једноставнија за примену на различите проблеме у магнетизму у односу на наведене поступке, а која би у исто време давала добре резултате у поређењу са мереним.



### 3. МЕРНО-АКВИЗИЦИОНИ СИСТЕМ ЗА МЕРЕЊЕ КАРАКТЕРИСТИКА ФЕРОМАГНЕТСКИХ ЈЕЗГАРА

Принцип мерења магнетских карактеристика феромагнетских материјала (хистерезисне петље, криве магнећења, специфичних губитака и друго) у многоме зависи како од величине и облика самог узорка тако и од спољашњих утицаја којима су узорци подвргнути (температура, механичка напрезања, вишедимензионо магнећење узорка и друго) [31, 78]. Стога је за добијање адекватних резултата мерења од посебног значаја избор како мерне методе која би најприближније опонашала реалне услове којима би материјал био изложен у раду, тако и адекватне инструментације којим би се мерења извела.

#### 3.1. Методе мерења

Мерне методе које се често користе за испитивање карактеристика феромагнетских лимова су метода мерења Епштајновим апаратом (рамом) (Epstein frame), тестером за један комад лима (Single Sheet tester - SST) и мерења са торусним језгрима (Ring core) [79-81]. Све три методе су обухваћене међународним стандардом ИЕС 60404, с тим што су за методу мерења са торусним језгром дате само препоруке, док су друге две скоро у потпуности дефинисане стандардом уз мале могућности измена поставке.

Стандардизоване мерне методе су погодне за употребу пре свега јер олакшавају процес усклађивања услова мерења више међусобно независних лабораторија, чиме се омогућава поредбеност добијених резултата и повећава њихова објективност. Међутим, величина и облик узорка, као и утицаји којима су они подвргнути током мерења неретко одступају од реалних услова, што доводи у питање применљивост измерених карактеристика материјала у пракси. Такође, у зависности од приступа, потреба и мерног система, приликом мерења се врши или контрола облика и амплитуде јачине магнетског поља или магнетске индукције (чешћи случај код произвођача).

Мерења јачине магнетског поља  $H(t)$  и магнетске индукције  $B(t)$  се заснивају на примени Амперовог и Фарадејевог закона [82]. Они се примењују на измерену струју магнећења (струја кроз примарни намотај)  $i(t)$  и индуковани напон (на секундарном намотају)  $u_2(t)$ , респективно, применом израза (3.1) и (3.2) [83]:

$$H(t) = \frac{N_1 i(t)}{l_c}, \quad (3.1)$$

$$B(t) = \frac{1}{N_2 S} \int_0^t u_2(\tau) d\tau, \quad (3.2)$$

где су  $N_1$  и  $N_2$  број навојака магнетизујућег (примарног) и индукционог (секундарног) намотаја, респективно,  $S$  ефективна површина попречног пресека језгра и  $l_c$  дужина средње линије магнетског језгра.

Средњи губици у материјалу се могу прорачунати применом израза:

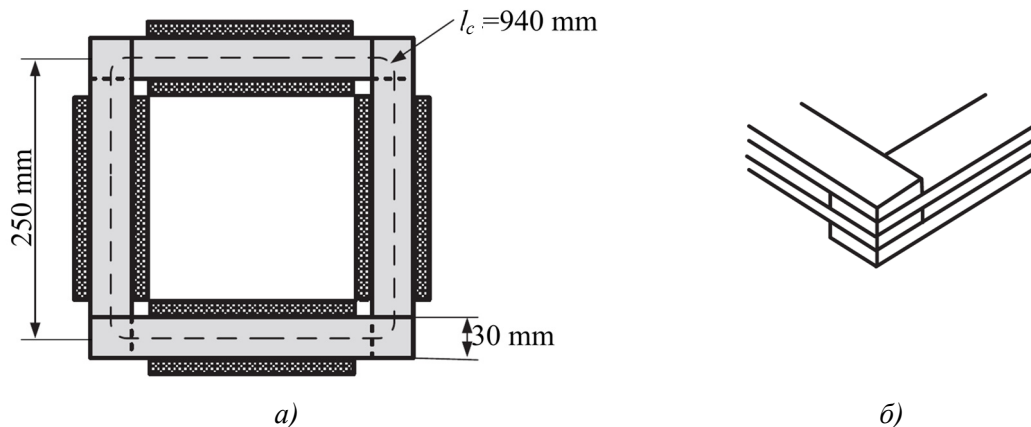
$$P = \frac{l_c S}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{l_c S}{T} \int_0^T H(t) \frac{dB(t)}{dt} dt, \quad (3.3)$$

где је  $T=1/f$ ,  $f$  је фреквенција.

Изрази (3.1)-(3.3) су добијени уз апроксимацију равномерне расподеле магнетског флукса и равномерне магнетизације језгра. Овај услов се може приближно испунити применом адекватне мерне методе и адекватно припремљеног узорка материјала.

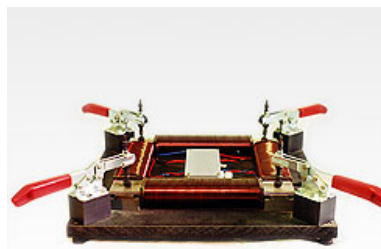
### 3.1.1. Епштајнов апарат (рам)

Метода мерења Епштајновим апаратом је најчешће коришћена метода за мерење карактеристика феромагнетских лимова и у потпуности је описана стандардом ИЕС 60404-2 [79]. Узорак за испитивање се припрема слагањем лимова исечених у траке димензија  $30\text{ mm} \times 280\text{ mm}$ . Лимови се слажу тако да се на крајевима преклапају и заједно образују квадратни рам као на Слици 3.1а. Принцип преклапања лимова на ивицама је приказан на Слици 3.1б. Дебљина слоја који формирају лимови би требала бити до  $10\text{ mm}$ . Посебну пажњу треба посветити третирању исечених лимова у циљу отклањања механичких оштећења која се могу јавити приликом сечења у траке, а која могу значајно да утичу на резултате мерења.



Слика 3.1 – Приказ Епштајновог апарата а) и слагања лимова на угловима б).

На образовано језгро потребно је намотати четири намотаја бакарне жице дужине  $190\text{ mm}$ . Везивањем намотаја на ред добија се секундарни (индукциони) намотај. Преко њих се потом намотава нови сет намотаја са истим бројем навојака жице. Везивањем та четири намотаја на ред формира се примарни (магнетизујући) намотај. Препорука је да број завојака у магнетизујућем и индукционом намотају буде  $700$  или  $1000$ . Цео систем је потребно учврстити како би језгро (формирано магнетско коло) на крајевима било што компактније. На Слици 3.2. приказана је фотографија формираног Епштајновог апарата.



Слика 3.2 – Епштајнов апарат (рам) [84].

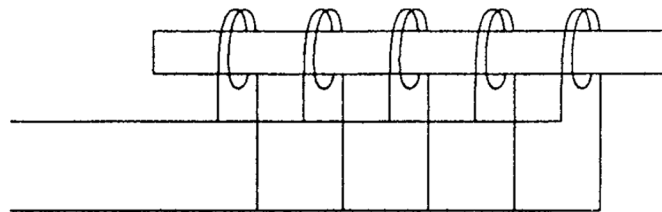
Ефективна површина попречног пресека се рачуна применом израза:

$$S = \frac{m}{4lr}, \quad (3.4)$$

где је  $m$  укупна маса језгра,  $l$  дужина једне траке лима и  $r$  специфична густина материјала који се испитује.

### 3.1.2. Тестер са једним комадом лима

Приликом употребе тестера са једним комадом лима (SST) користи се знатно мања количина испитиваног материјала. Према ИЕС 60404-3 [80] оптималне димензије узорка лима који се испитује су 500 mm × 500 mm. На узорак се потом намотавају секундарни (индукциони) намотаји танке бакарне жице, а преко њега и примарни (магнетизујући намотај). Број навојака сваког намотаја није прецизно назначен али је препорука да за примарни намотај то буде до 400 завојака жице у једном слоју дужине 445 mm. Такође, примарни намотај је могуће формирати од пет или више паралелно везаних мањих намотаја, с тим што сваки од њих мора имати исти број намотаја и бити исте дужине (Слика 3.3).



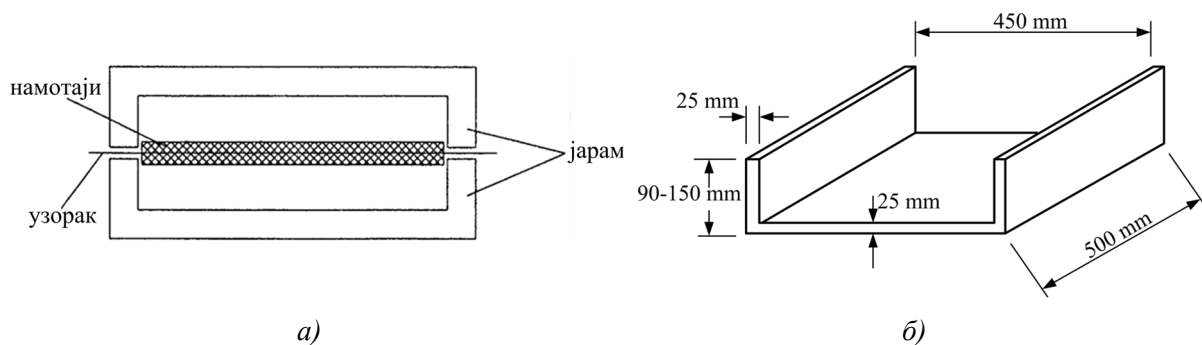
Слика 3.3 – Принцип формирања примарног намотаја од пет мањих.

Узорак са намотајима се поставља између полова симетричног јарма сачињеног од лимова са малим специфичним губицима. Препорука за одређивање површине попречног пресека узорка је да се исти одреди применом израза:

$$S = \frac{m}{lr}, \quad (3.5)$$

где је  $m$  маса узорка,  $l$  дужина узорка, тј. комада лима, и  $r$  специфична густина материјала који се испитује.

На Слици 3.4а дат је шематски приказ тестера са једним комадом лима, а димензије једног јарма на Слици 3.4б. Изглед реализованог тестера приказан је на Слици 3.5.



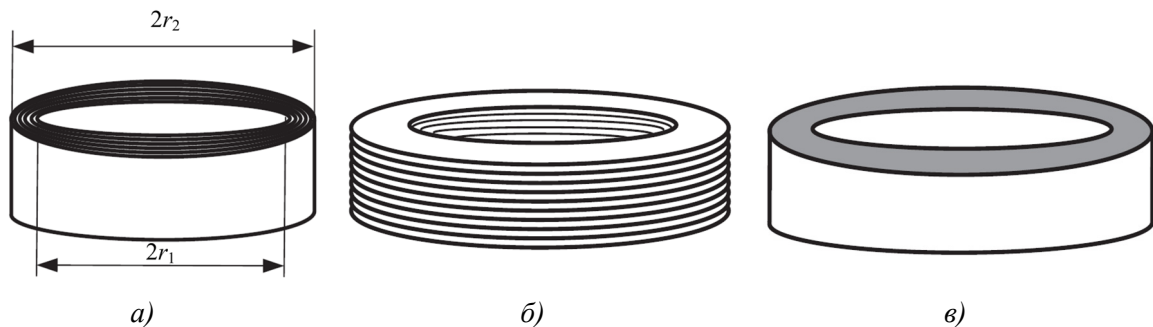
Слика 3.4 – Приказ тестера са једним комадом лима а) и димензије јарма б).



Слика 3.5 – Изглед реализованог тестера са једном комадом лима [84].

### 3.1.3. Мерења са торусним језгром

Језгро од материјала који се испитује могуће је формирати на три начина у зависности од типа материјала [31]. Уколико се испитују карактеристике материјала ваљаног у виду танких плоча (листова), језгро је могуће припремити или савијањем исечене траке (Слика 3.6а) или слагањем исечених дискова лима (Слика 3.6б). С друге стране, уколико је материјал прашкаст, језгро за испитивање се формира његовим пресовањем у торусни облик (Слика 3.6в). Bitно је нагласити да се приликом припреме узорка материјал излаже значајним механичким напрезањима (нарочито у случају савијаног лима). Стога је од великог значаја извршити жарење узорка како би се иста смањила. Жарење се врши у пећима на високим температурама након чега се језгро постепено хлади до собне температуре. Овај процес релаксације материјала није савршен па се карактеристике могу разликовати од стварних услед утицаја заосталог напрезања.



Слика 3.6 – Торусно језгро добијено: а) савијањем траке лима, б) слагањем дискова лима и в) пресовањем прашкастог материјала.

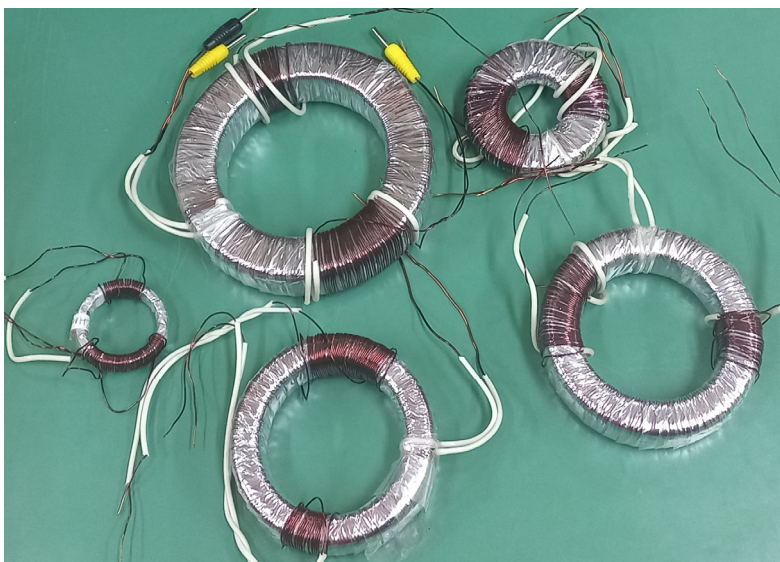
За разлику од прве две изложене методе, стандардом ИЕС 60404-6 [81] дате су само оквирне препоруке за примену метода мерења са торусним узорцима. Препорука стандарда је да однос спољашњег  $r_2$  и унутрашњег  $r_1$  полупречника језгра буде мањи од 1,1 (Слика 3.6а). Претходна препорука произилази из потребе да се приликом мерења обезбеди минимална промена магнетског флукса од унутрашњег до спољашњег обода торуса, а самим тим обезбеди хомогеност магнетске индукције и јачине магнетског поља кроз језгро. Међутим, тако танко језгро би имало малу ефективну површину попречног пресека, а самим тим и мали флукс, те би мерење било врло отежано услед мале вредности индукованог напона на секундарном (индуктивном) намотају. Стога стандард предвиђа да однос  $r_2/r_1$ , може бити до 1,4 али је препорука да буде мањи од 1,25. Дозвољена висина торуса није дефинисана. Приликом прорачуна дужине средње линије магнетског кола и ефективне површине попречног пресека језгра препорука је да се користе изрази (3.6) и (3.7), респективно:

$$l_c = (r_1 + r_2) \pi, \quad (3.6)$$

$$S = \frac{m}{l_c \rho}, \quad (3.7)$$

где је  $m$  маса језгра и  $\rho$  специфична густина материјала који се испитује.

На адекватно направљено језгро се намотавају прво секундарни па преко њих и примарни намотаји бакарне жице. Број навојака није јасно дефинисан али је потребно да они буду равномерно и густо намотани по целом обиму торуса. У пракси се, услед потребе за равномерном магнетизацијом језгра, ова препорука спроводи, док се секундарни намотаји обично намотавају равномерно и густо али само на деловима језгра. Такође, у пракси се често намотава два или више засебних секундарних намотаја различитог броја навојака. Разлог таквом намотавању је лакше прилагођење амплитуде индукованог напона различитим инструментима (нпр. дозвољеном улазном напону осцилоскопа или аквизиционе картице) и обухватању више делова језгра, а у циљу добијања оптималних резултата мерења. Уколико је то потребно, намотаје је могуће комбиновати њиховим редним повезивањем чиме се приближава препорученом начину намотавања (равномерно и густо дуж целог обима торуса). На Сlici 3.7. дат је пример изгледа торусних узорака са два секундарна намотаја.

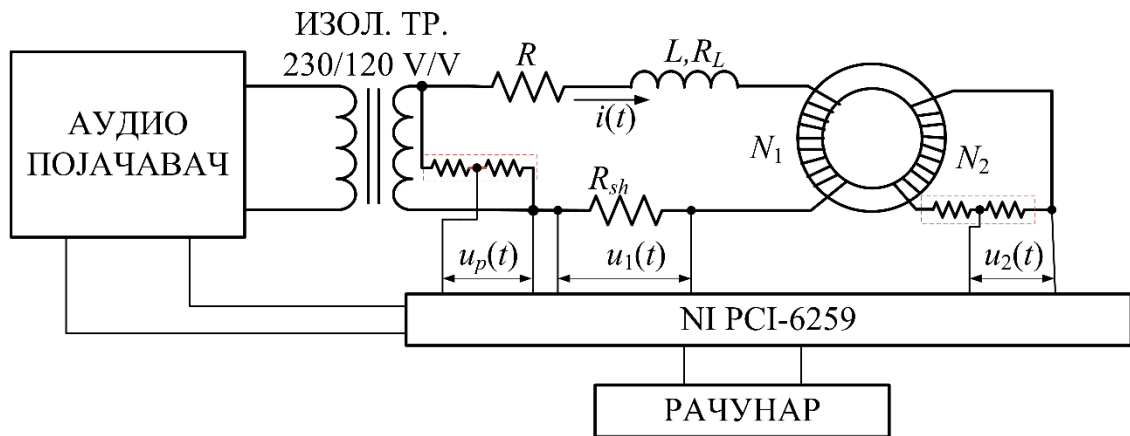


Слика 3.7 – Изглед торусног језгра са намотајима.

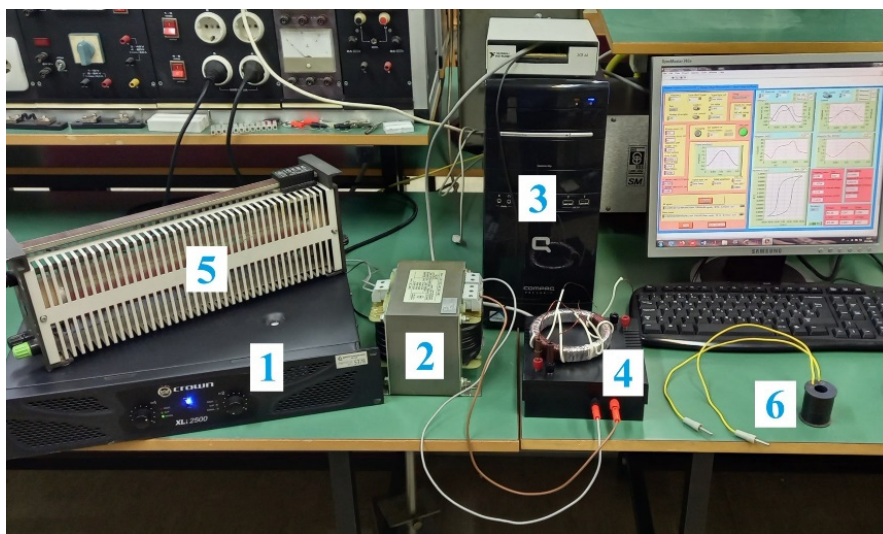
У оквиру ИЕС 60404 такође су дате препоруке за одабир инструмената за сваку од поменутих мерних метода, као и поступак извођења мерења. Међутим, у данашње време се све чешће прибегава употреби виртуелне инструментације и аквизиционих система [83]. Предност њихове примене је што се у реалном времену могу прикупљати подаци мерења, вршити потребни прорачуни и чувати у меморији рачунара. Такође, могуће је извршити мерења за различите облике побудног напона, уз минималне софтверске измене програма и без додатне опреме.

### 3.2. Реализовани мерно-аквизициони систем

За потребе мерења у овој дисертацији коришћена је мерна метода испитивања торусног узорка добијеног савијањем феромагнетског лима. Мерење је извршено применом National Instruments (NI) аквизиционе картице и рачунара [83]. Шематски приказ и изглед реализованог мерно-аквизиционог система је приказан на Сликама 3.8а и 3.8б, респективно.



a)



б)

Слика 3.8 – Шематски приказ а) и б) изглед реализованог мерно-аквизиционог система.

### 3.2.1. Делови мерно-аквизиционог система

Главни делови система приказаног на Слици 3.8б су: аудио појачавач (1), изолациони трансформатор (2), аквизициона картица и рачунар са LabVIEW апликацијом (3) и кутија са торусним узорком, шант отпорником  $R_{sh}$  и разделницима напона (4). Разделници и шант отпорник се налазе унутар кутије. Отпорник  $R$  (5) и калем без феромагнетског језгра (параметара  $L$  и  $R_L$ ) (6) су елементи који су потребни за добијање података за верификацију појединих прорачуна у овој дисертацији и не користе се приликом испитивања карактеристика феромагнетског материјала.

Напонски контролисан извор је реализован помоћу аудио појачавача CROWN XLI 2500 на који се доводи сигнал са аквизиционе картице NI PCI-6259, а која је контролисана LabVIEW апликацијом. На ред са извором је повезан изолациони трансформатор који има двоструку улогу. Њиме се омогућава галванско одвајање извора од остатка система за мерење и прилагођење излазног напона са појачавача потребама система.

На ред са изолационим трансформатором је повезан чист омски отпорник и калем без феромагнетског језгра, примарни (магнетизујући) намотај торусног узорка и шант

отпорник. Приликом одабира шант отпорника посебну пажњу треба обратити на његов утицај приликом мерења на одређеним фреквенцијама – што је фреквенција мерених величина мања, то је препорука да отпорност шант отпорника буде мања [85]. Разлог томе је што су, при нижим фреквенцијама, напон  $u_p(t)$  и напон на крајевима примарног намотаја ниске амплитуде, те напон на шанту  $u_1(t)$  може бити приближно истог реда величине и изазвати потешкоће приликом контроле облика и амплитуде величине од значаја.

Напони  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$  и  $u_p(t)$  се доводе на улазе аквизиционе картице, а потом обрађују помоћу LabVIEW апликације. Вредности поменутих напона потребно је прилагодити максимално дозвољеној вредности напона улаза. Приликом мерења  $u_2(t)$  и  $u_p(t)$  за фреквенције веће од 100 Hz коришћени су омски разделници напона, који су на Слици 3.8а уоквирени црвеном испрекиданом линијом. Струја магнећења се може добити из  $u_1(t)$  применом Омовог закона, односно применом израза:

$$i(t) = \frac{u_1(t)}{R_{sh}}. \quad (3.8)$$

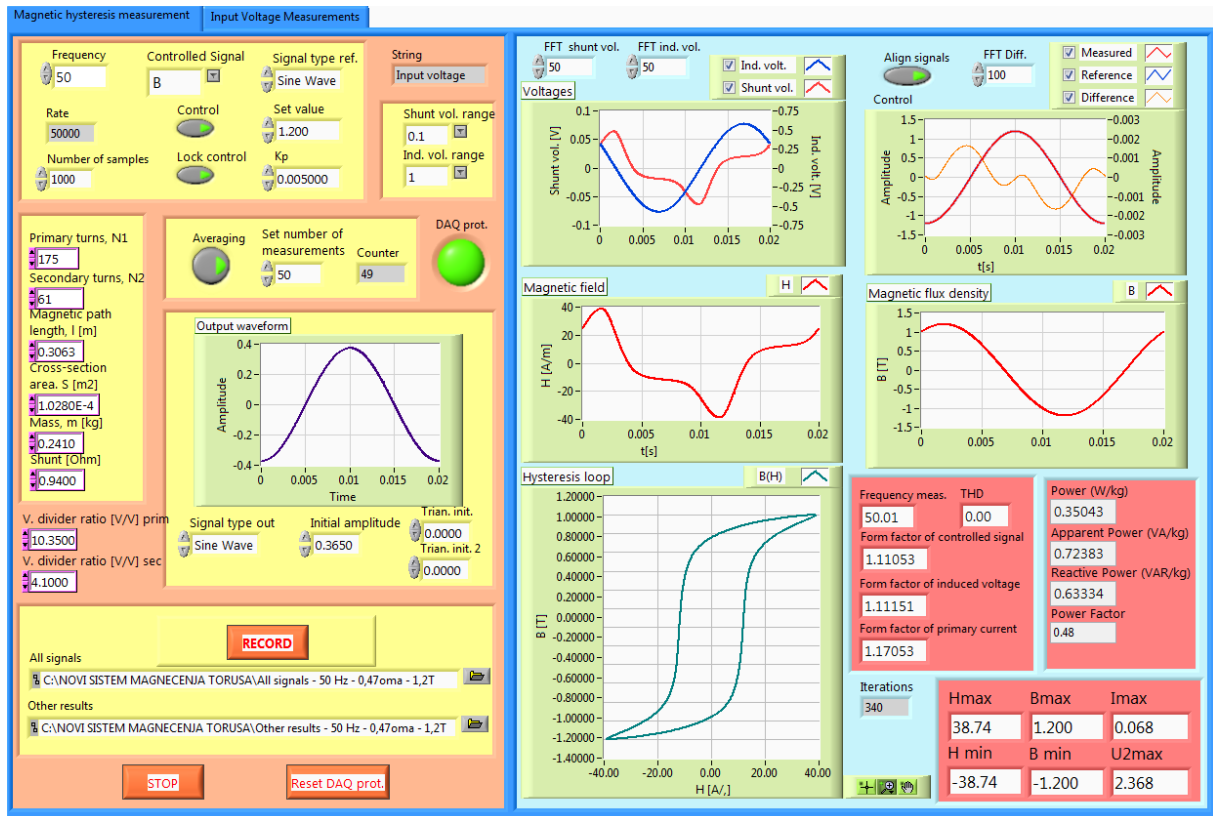
Временски облици јачине магнетског поља и магнетске индукције се могу добити применом израза (3.1) и (3.2) за измерено  $i(t)$  и  $u_2(t)$ , респективно. Аквизициону картицу треба одабрати тако да се омогући мерење адекватног броја узорака у једној периоди мерења.

Систем са Слике 3.8 омогућава мерење уз контролу облика и амплитуде магнетске индукције. Контрола је реализована применом дигиталне (програмске) повратне спреге [86]. Корисник задаје референтну амплитуду и облик магнетске индукције или њеног првог извода по времену ( $dB/dt$ ), која се потом пореди са адекватним резултатом мерења ( $B(t)$  или  $dB/dt$ ). Разлика се множи са коефицијентом регулације (регулатор типа P)  $K_p$  и додаје референтној вредности (референци) напона извора. Поступак се итеративно понавља за сваки узорак док целокупан мерени сигнал не достигне задату референцу. Вредност коефицијента  $K_p$  треба бити тако одабрана да омогући стабилност система, уз адекватно кратко време потребно за извођење мерења. Одређује се интуитивно за свако мерење, па се може јавити потреба да се мерење понови у циљу остваривања адекватне контроле.

#### 3.2.2. LabVIEW апликација

Апликацијом написаном у софтверском пакету LabVIEW управља се радом аквизиције, врше прорачуни и чување података мерења. Изглед прве картице предњег панела програма, која је намењена мерењу хистерезисних петљи, приказан је на Слици 3.9.

Пре почетка мерења се у оквиру ове картице врше подешавања аквизиције, тј. фреквенције мерења (Frequency) и броја семплова (Number of samples). Учестаност одмеравања (Rate) се аутоматски прорачунава као производ та два податка. Такође, препорука је да се мерни опсези за мерење напона на шант отпорнику (Shunt vol. range) и секундарном намотају (Ind. vol. range) подесе на максималну вредност од 10 V, зарад додатне заштите система. У току мерења опсези се могу преподесити на одговарајуће вредности како би се добило тачније мерење.



Слика 3.9 – Изглед прве картице LabVIEW апликације.

Наредно подешавање које треба извршити је уношење параметара мерне поставке. Ти параметри обухватају параметре торусног узорка:

- број примарних навојака - Primary turns  $N_1$ ;
- број секундарних навојака - Secondary turns  $N_2$ ;
- дужина магнетског кола (дужина средње линије) – Magnetic path length  $l$  [m];
- површина (ефективна) попречног пресека језгра - Cross-section area  $S$  [m<sup>2</sup>];
- маса језгра - Mass  $m$  [kg], као и

отпорност шант отпорника (Shunt [ $\Omega$ ]) и преносни однос првог (V. divider ratio [V/V] prim) и другог (V. divider ratio [V/V] sec) напонског разделника за мерење напона  $u_p(t)$  и  $u_2(t)$ , респективно.

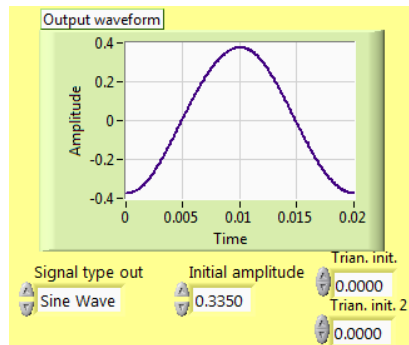
Након извршених иницијалних подешавања могуће је покренути систем за мерење и подесити облик и амплитуду задатог улазног напона појачавача. Апликација омогућава подешавање три основна облика улазног напона – синусни, троугаони и правоугаони, уз могућност додавања додатних троугаоних компоненти (временски померених за половину и четвртину периоде) ради олакшања контроле облика магнетске индукције. Задати сигнал улазног напона са амплитудом у релативним јединицама се приказује графички као на Слици 3.10. График је означен са Output waveform јер се заправо задаје излазни напон генерисан аквизиционом картицом, а који се потом прослеђује појачавачу.

Као резултат мерења на екрану се исцртавају графици: Voltages - измерени напон  $u_1(t)$  и  $u_2(t)$ , Magnetic field - прорачуната јачина магнетског поља и Magnetic flux density - магнетска индукција. У оквиру графика Hysteresis loop врши се исцртавање добијене хистерезисне петље. Поред графичких приказа апликација нуди и нумеричке податке о:

- фактору облика индукованог напона, струје магнећења и контролисане величине;



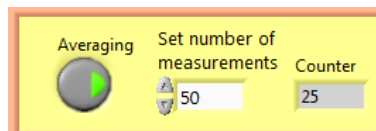
- вредности измерене фреквенције;
- THD-у контролисане величине;
- минималним и максималним вредностима јачине магнетског поља и магнетске индукције;
- максималним вредностима струје кроз примарни намотај и индукованог напона;
- специфичној активној, реактивној и привидној снази по јединици масе и фактору снаге.



Слика 3.10 – Изглед дела програма за задавање улазног напона појачавача.

Прорачуни снаге и фактора снаге у оквиру ове картице су обављени применом блока *EMP\_Power.vi* (може се пронаћи као саставни део програмског пакета LabVIEW) из измереног напона и струје. Ипак, резултати који се добијају на овај начин треба разматрати само за случајеве док је материјал у линеарном делу своје карактеристике магнетнења, тј. док хистерезисна петља има облик елипсе. То је из разлога јер поменути блок врши прорачун реактивне снаге и фактора снаге на основу привидне и активне снаге, односно применом троугла снага.

Шум може значајно отежати мерење магнетских карактеристика, а нарочито при ниским фреквенцијама и амплитудама мерених напона. Како би се смањило његов утицај апликација омогућава филтрирање виших хармоника и усредњавање тренутних резултата мерења. На Сlici 3.11 приказан је део програма посвећен усредњавању резултата. У пољу Set number of measurements подешава се број усредњавања док се у пољу Counter приказује тренутни број мерења која су узета приликом усредњавања. Усредњавање се активира притиском на дугме Averaging.

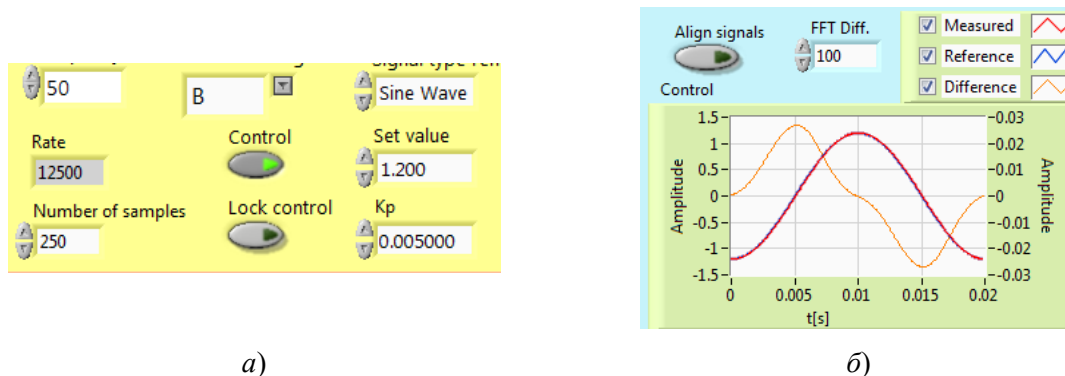


Слика 3.11 – Део програма намењен усредњавању резултата.

Филтрирање виших хармоника резултата реализује се на нивоу тренутног мерења (пре усредњавања). Врши се применом Фуријеове трансформације, а у апликацији се у пољима FFT shunt vol. и FFT ind. vol. уноси број значајних хармоника напона  $u_1(t)$  и  $u_2(t)$ , респективно. Сви хармоници чији је ред виши од задатог биће аутоматски одстрањени из мерених напона.

Уколико је мерење потребно извршити при контролисаном облику магнетске индукције, то се може учинити контролом сигнала  $B(t)$  или  $dB/dt$ . Део апликације у коме се врши подешавање контроле приказан је на Сlici 3.12a. У оквиру падајућег менија

Controlled signal врши се одабир једног од претходно наведена два начина контроле, а у падајућем менију Signal type ref. облик референце за контролу – синусна, троугаона или правоугаона. Правоугаони и синусни облик је превасходно намењен контроли помоћу  $dB/dt$ , док се синусни и троугаони препоручују за контролу помоћу  $B(t)$ . Након изабраног облика врши се подешавање амплитуде референце и фактора појачања пропорционалног дејства P регулатора  $K_p$  у пољима Set value и  $K_p$ , респективно.



Слика 3.12 – Део програма за подешавање контроле временског облика магнетске индукције а) и њен графички приказ б).

Притиском на прекидач Control започиње контрола. За време трајања аутоматске (итеративне) контроле, корисник не може својеручно преподесити параметре задатог улазног напона (Слика 3.10). Деактивирањем прекидача за контролу систем се аутоматски враћа на иницијална подешавања улазног напона која је имао пре започињања контроле. Процес контроле се може пратити у оквиру графика Control (Слика 3.12б). На графику се исцртавају временски облици референце контролисане величине, њена стварна (мерена) вредност и њихова разлика. Та разлика се, помножена са  $K_p$ , итеративно додаје задатом улазном напону приликом процеса контроле.

Мерени и референтни сигнал су поравнати по амплитуди, али се, уколико је то потребно, они могу поравнати и у тренутку проласка кроз нулу активирањем прекидача Align signals. Такође, с обзиром на осцилације које се могу јавити приликом одузимања сигнала референце идеалног облика и измереног сигнала, остављена је могућност филтрације сигнала разлике подешавањем параметра FFT Diff којим се дефинише број значајних хармоника.

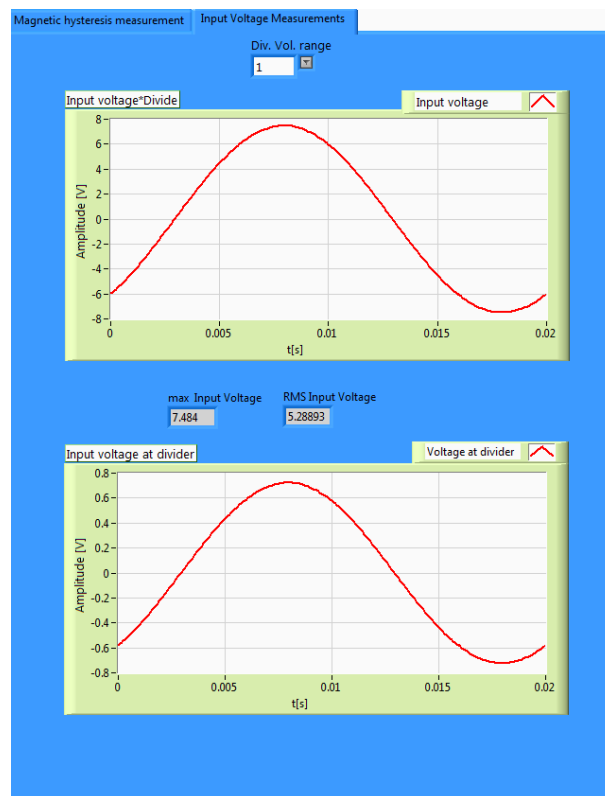
Када се контрола изврши до прихватљивог нивоа (обично је показатељ за то адекватан фактор облика контролисаног сигнала и достигнута амплитуда) потребно је активирати прекидач Lock control. Њиме се контрола паузира али се систем не ресетује већ улазни напон задржава своју вредност (коју је добио током контроле). Процес контроле се наставља искључењем овог прекидача. Процес паузирања контроле се може поновити више пута.

Када се добију задовољавајући резултати мерења приступа се чувању података притиском на дугме RECORD. Подаци се чувају на адресама које се уносе у поља испод поменутог дугмета и то у два фајла. У првом фајлу се чувају подаци о временским облицима измерених напона  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$  и  $u_p(t)$ , јачине магнетског поља, магнетске индукције и њеног првог извода. У другом фајлу се чувају доступни нумерички подаци попут података о снагама, факторима облика и максимумима и минимумима појединих величина.

### 3. Мерно-аквизициони систем за мерење карактеристика феромагнетских језгара

С обзиром на то да при ниским фреквенцијама и уз велики број усредњавања мерења могу трајати и по неколико сати, систем се мора заштитити од појаве напона већих од дозвољених за дату опрему. У оквиру реализованог мерно-аквизиционог система та заштита је обезбеђена софтверски, тако што се у случају да неки од мерених напона достигне вредност већу од 97,5% од дозвољеног (10 V), задати напон појачавача (излазни напон аквизиције) аутоматски спушта на нулу. Како би се предупредиле нагле промене улазног напона које могу оштетити опрему, амплитуда задатог улазног напона се спушта у степенима од по 10% кроз 10 итерација. Реаговање заштите се, поред аутоматског смањења амплитуде улазног напона, детектује помоћу лампице за заштиту која мења боју из зелене у црвену. Лампица се налази у централном делу апликације како би била лако уочљива. Мерење се не може поновити све док се не притисне дугме Reset DAQ prot., али је препорука да се прво детаљно провери систем и утврди разлог због кога је заштита реаговала.

Изглед друге картице LabVIEW апликације приказан је на Слици 3.13. У оквиру ове картице се може пратити мерење напона  $u_p(t)$ . Доступна су подешавања мерног опсега као и графички прикази измереног напона са разделника и прорачунатог напона након изолационог трансформатора, као и његова тачна ефективна (True RMS) и максимална вредност.



Слика 3.13 – Изглед картице за мерење напона  $u_p(t)$ .

## 4. ХАРМОНИЈСКА АНАЛИЗА И ИНТЕРПОЛАЦИЈА

У Глави 2 дати су неки од уобичајених приступа решавању проблема у магнетизму који се тичу понашања феромагнетског језгра индуктивног елемента попут трансформатора или калема. Ти приступи се пре свега заснивају на употреби модела заменских шема, неког од модела хистерезиса, нумеричких метода или њихове комбинације. Иако ниједан поступак у оквиру поменутих приступа није савршен, поједини могу врло веродостојно описати понашање феромагнетског језгра у радним условима. Ипак, они се неретко одликују сложеним математичким апаратом, процедурама одређивања улазних параметара или потребом за значајним бројем резултата мерења. Тај проблем се може превазићи применом методологије за симулацију, засноване на хармонијској анализи ограниченог броја улазних мерења и интерполацији добијених амплитуда и фаза (Harmonic Interpolation Method – НИМ). Дефинисање НИМ методологије је главни циљ ове дисертације, а најважнији кораци за њено спровођење, приликом симулације временског облика јачине магнетског поља  $H(t)$  за амплитуду магнетске индукције  $B(t)$  од интереса [87], су:

- 1) хармонијска анализа уређеног сета улазних мерења применом Фуријеове анализе и формирање табела амплитуда и фаза хармоника применом резултата анализе;
- 2) интерполација података из табела амплитуда и фаза за амплитуду  $B(t)$  од интереса и
- 3) формирање новог  $H(t)$  сумирањем хармоника са новодобијеним амплитудама и фазама.

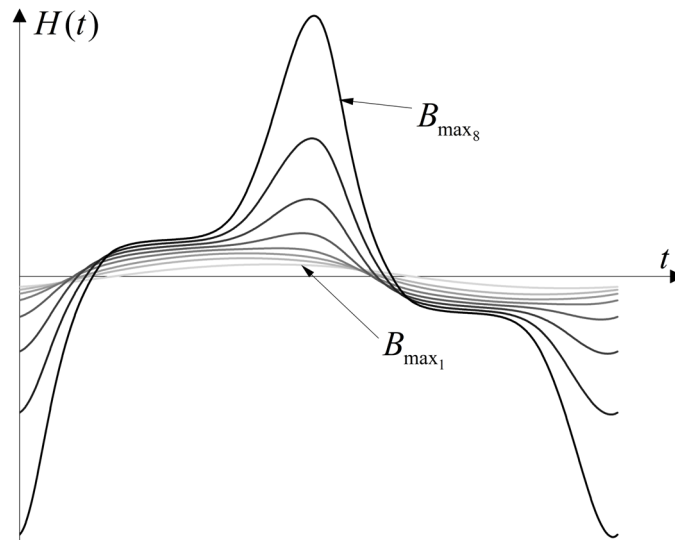
### 4.1. Хармонијска анализа и формирање табела амплитуда и фаза

Хармонијска анализа улазног сета мерених података представља први корака у НИМ методологији. Ипак, пре њеног спровођења, неопходно је дефинисати услове мерења који би требало да буду испуњени да би мерени подаци могли да се користе као сет улазних параметара предложене методологије, као и процедуру њихове обраде.

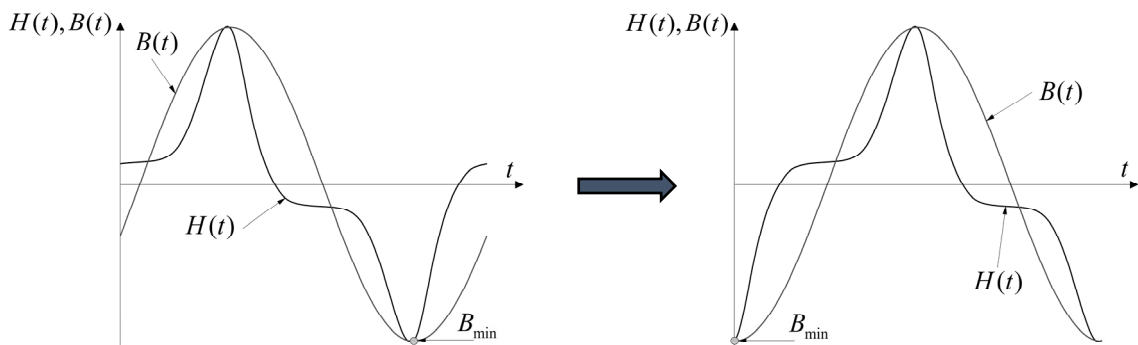
#### 4.1.1. Услови за добијање улазног сета мерења и њихова обрада

Нека је мерењем магнетских карактеристика феромагнетског узорка од интереса, под условима исте фреквенције  $f$  и контролисаног облика магнетске индукције  $B(t)$  амплитуда од  $B_{\max 1}$  до  $B_{\max 8}$ , добијен сет временских облика јачина магнетског поља. Такав сет мерења за који је само један параметар (у овом случају амплитуда  $B(t)$ ) променљив док су остали параметри мерења (облик  $B(t)$ ,  $f$ , експериментална апаратура, број одмерака и друго) исти, може се сматрати фамилијом измерених  $H(t)$ . На Слици 4.1 представљена је фамилија измерених  $H(t)$  са назначеним амплитудама  $B(t)$  за које су измерене. Због боље прегледности, наведене су само најмања и највећа амплитуда коришћених  $B(t)$  приликом мерења.

Процедура обраде података мерења се своди на померање сваког од измерених  $H(t)$  тако да њима одговарајуће  $B(t)$  почиње у тренутку достизања свог минимума  $B_{\min}$ ,  $B(t=0)=B_{\min}$ . Овај процес за једно  $H(t)$  је илустрован на Слици 4.2. Померање се врши како би сви мерени подаци имали исту (познату) почетну фазу  $B(t)$ , чиме се упрошћава даља хармонијска анализа и примена НИМ методологије. Резултати приказани на Слици 4.1 су већ претходно померени и спремни за спровођење хармонијске анализе.



Слика 4.1 – Фамилија  $H(t)$  измерена на фреквенцији  $f$  за познат облик и променљиву амплитуду  $B(t)$ .



Слика 4.2 – Илустрација процеса померања  $H(t)$  тако да њему одговарајуће  $B(t)$  почиње у тренутку достизања свог минимума  $B_{\min}$ .

#### 4.1.2. Хармонијска анализа измерених $H(t)$

Након што су подаци мерења адекватно припремљени, може се приступити њиховој хармонијској анализи. Хармонијска анализа се врши из два разлога – да се пронађу амплитуде и фазе које одговарају мереним  $H(t)$  и да се одреди укупан број хармоника који су од интереса за даљи процес симулације.

Применом Фуријеове анализе на мерење  $H(t)$ , сваки од измерених временских облика је могуће представити у виду збира једносмерне компоненте и суме укупно  $N$  хармоника, односно:

$$H(t) = A_0 + \sum_{k=1}^N A_k \cos(k\omega t + \theta_k), \quad (4.1)$$

где је  $A_0$  вредност једносмерне (DC) компоненте  $H(t)$ ,  $A_k$  и  $\theta_k$  амплитуда и фаза (почетна) хармоника  $k$ -тог реда  $H(t)$ , респективно,  $\omega$  је кружна учестаност  $\omega=2\pi f$  и  $t$  је време.

Уколико би се спровела хармонијска анализа над подацима са Сlike 4.1 могло би се увидети да су једносмерна компонента и парни хармоници занемарљиво мали [10]. Ипак, због генерализације поступка, у разматрање ће се узети и парни и непарни хармоници као и једносмерна компонента. Вредност једносмерне компоненте, као и амплитуде и фазе појединих хармоника се могу одредити аналитички, применом израза (4.2) - (4.6) на резултате мерења [88]:

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T H(t) dt, \quad (4.2)$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T H(t) \cos(k\omega t) dt, \quad (4.3)$$

$$b_k = -\frac{2}{T} \int_0^T H(t) \sin(k\omega t) dt, \quad (4.4)$$

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \quad (4.5)$$

$$\theta_k = \arctg\left(\frac{b_k}{a_k}\right). \quad (4.6)$$

Укупан број хармоника  $H(t)$  не мора бити исти за све амплитуде и облике  $B(t)$ , као ни за различите материјале, те се тако и одређује за сваки случај понаособ. Његова вредност се може одредити спровођењем низа прорачуна  $H(t)$  применом (4.1) за амплитуде и фазе одређене применом (4.2) - (4.6) за  $N=1,2,3,\dots\infty$  док се не добије резултат са минималним осцилацијама (сличан полазном  $H(t)$ ). Генерално, за НИМ је могуће користити број хармоника већи од оптималног  $N$ , али се при томе време прорачуна и заузетост меморије рачунара повећава док је утицај на тачност симулације занемарљив.

На крају, добијене податке о амплитудама и фазама хармоника треба сложити у две раздвојене табеле. Изглед формираних табела амплитуда и фаза дат је Табелама 4.1 и 4.2, респективно.

Табела 4.1 – Пример табеле амплитуда.

$A_0, B_{\max 1}$	$A_1, B_{\max 1}$	$A_2, B_{\max 1}$	0	0	0	0
$A_0, B_{\max 2}$	$A_1, B_{\max 2}$	$A_2, B_{\max 2}$	0	0	0	0
$A_0, B_{\max 3}$	$A_1, B_{\max 3}$	$A_2, B_{\max 3}$	$A_3, B_{\max 3}$	0	0	0
$A_0, B_{\max 4}$	$A_1, B_{\max 4}$	$A_2, B_{\max 4}$	$A_3, B_{\max 4}$	0	0	0
$A_0, B_{\max 5}$	$A_1, B_{\max 5}$	$A_2, B_{\max 5}$	$A_3, B_{\max 5}$	$A_4, B_{\max 5}$	0	0
$A_0, B_{\max 6}$	$A_1, B_{\max 6}$	$A_2, B_{\max 6}$	$A_3, B_{\max 6}$	$A_4, B_{\max 6}$	$A_5, B_{\max 6}$	0
$A_0, B_{\max 7}$	$A_1, B_{\max 7}$	$A_2, B_{\max 7}$	$A_3, B_{\max 7}$	$A_4, B_{\max 7}$	$A_5, B_{\max 7}$	0
$A_0, B_{\max 8}$	$A_1, B_{\max 8}$	$A_2, B_{\max 8}$	$A_3, B_{\max 8}$	$A_4, B_{\max 8}$	$A_5, B_{\max 8}$	$A_6, B_{\max 8}$

Свака врста у табели треба бити сортирана у растућем поретку по  $k$ . С обзиром на то да  $N$  није исто за свако  $H(t)$  из иницијалног сета мерења (Слика 4.1), а коначна табела треба да има исти број колона за свако мерење, за све оне елементе табеле за које није позната вредност ( $A_k$  и  $\theta_k$  нису од интереса) треба унети вредност 0. Врсте коначне табеле

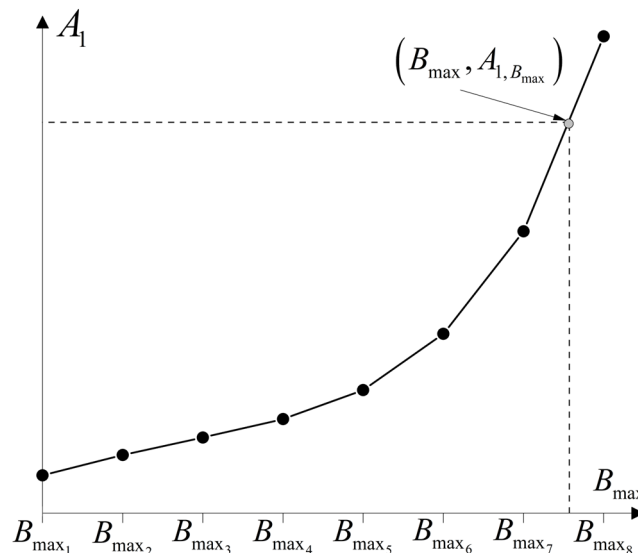
треба сортирати према  $B_{\max}$  за коју су одређене (у растућем поретку). Треба напоменути да је укупан број ненула амплитуда и фаза елемената сваке врсте у Табелама 4.1 и 4.2 узет само илустративно како би се појаснио принцип формирања истих.

Табела 4.2 – Пример табеле фаза.

$\theta_0, B_{\max_1}$	$\theta_1, B_{\max_1}$	$\theta_2, B_{\max_1}$	0	0	0	0
$\theta_0, B_{\max_2}$	$\theta_1, B_{\max_2}$	$\theta_2, B_{\max_2}$	0	0	0	0
$\theta_0, B_{\max_3}$	$\theta_1, B_{\max_3}$	$\theta_2, B_{\max_3}$	$\theta_3, B_{\max_3}$	0	0	0
$\theta_0, B_{\max_4}$	$\theta_1, B_{\max_4}$	$\theta_2, B_{\max_4}$	$\theta_3, B_{\max_4}$	0	0	0
$\theta_0, B_{\max_5}$	$\theta_1, B_{\max_5}$	$\theta_2, B_{\max_5}$	$\theta_3, B_{\max_5}$	$\theta_4, B_{\max_5}$	0	0
$\theta_0, B_{\max_6}$	$\theta_1, B_{\max_6}$	$\theta_2, B_{\max_6}$	$\theta_3, B_{\max_6}$	$\theta_4, B_{\max_6}$	$\theta_5, B_{\max_6}$	0
$\theta_0, B_{\max_7}$	$\theta_1, B_{\max_7}$	$\theta_2, B_{\max_7}$	$\theta_3, B_{\max_7}$	$\theta_4, B_{\max_7}$	$\theta_5, B_{\max_7}$	0
$\theta_0, B_{\max_8}$	$\theta_1, B_{\max_8}$	$\theta_2, B_{\max_8}$	$\theta_3, B_{\max_8}$	$\theta_4, B_{\max_8}$	$\theta_5, B_{\max_8}$	$\theta_6, B_{\max_8}$

## 4.2. Интерполација

Приликом приступа интерполацији података добијених хармонијском анализом потребно је одабрати тип интерполације – локални или глобални. За потребе истраживања у овој дисертацији одабран је локални тип. Разлог томе је што се приликом проналажења адекватне функције интерполације, у случају локалног типа, поставља услов да функција мора обухватати и улазни скуп података [89]. Такође, треба одабрати и тип локалне интерполације – полиномна, сплајн (spline) или друга. У наставку ће бити објашњена локална интерполација полиномног типа јер је она коришћена при свим спроведеним прорачунима. Принцип одређивања амплитуде  $A_1$  за  $B_{\max}$  од интереса ( $B_{\max_7} < B_{\max} < B_{\max_8}$ ) применом полинома првог реда (линеарна интерполација) приказан је на Слици 4.3.



Овај процес треба поновити за све колоне табела амплитуда и фаза. Као резултат добиће се низ амплитуда и фаза које одговарају  $B_{\max}$ . Њихова вредност и позиција у

односу на илустративне податке дате у Табелама 4.1 и 4.2 дата је у Табелама 4.3 и 4.4. Због боље прегледности приказани су само релевантни делови табела. Симулациони процес се завршава применом (4.1) за новодобијене амплитуде и фазе, као и једносмерну компоненту јачине магнетског поља  $H(t)$ .

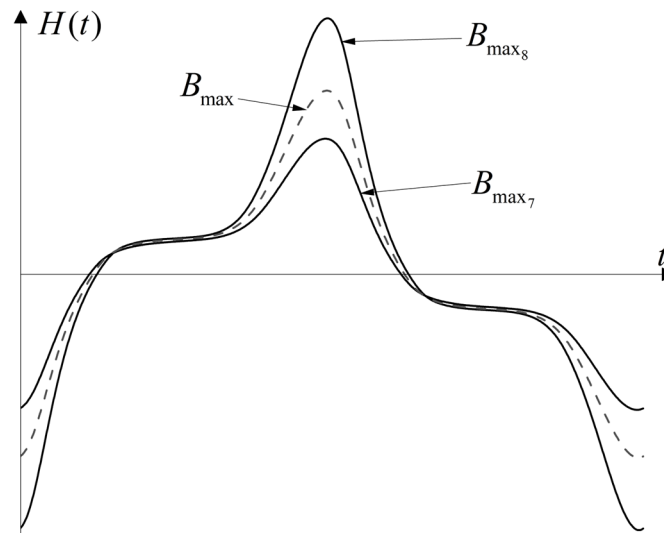
Табела 4.3 – Вредности и позиција нових амплитуда у односу на табелу амплитуда.

$A_0, B_{\max 7}$	$A_1, B_{\max 7}$	$A_2, B_{\max 7}$	$A_3, B_{\max 7}$	$A_4, B_{\max 7}$	$A_5, B_{\max 7}$	0
$A_0, B_{\max}$	$A_1, B_{\max}$	$A_2, B_{\max}$	$A_3, B_{\max}$	$A_4, B_{\max}$	$A_5, B_{\max}$	$A_6, B_{\max}$
$A_0, B_{\max 8}$	$A_1, B_{\max 8}$	$A_2, B_{\max 8}$	$A_3, B_{\max 8}$	$A_4, B_{\max 8}$	$A_5, B_{\max 8}$	$A_6, B_{\max 8}$

Табела 4.4 – Вредности и позиција нових фаза у односу на табелу фаза.

$\theta_0, B_{\max 7}$	$\theta_1, B_{\max 7}$	$\theta_2, B_{\max 7}$	$\theta_3, B_{\max 7}$	$\theta_4, B_{\max 7}$	$\theta_5, B_{\max 7}$	0
$\theta_0, B_{\max}$	$\theta_1, B_{\max}$	$\theta_2, B_{\max}$	$\theta_3, B_{\max}$	$\theta_4, B_{\max}$	$\theta_5, B_{\max}$	$\theta_6, B_{\max}$
$\theta_0, B_{\max 8}$	$\theta_1, B_{\max 8}$	$\theta_2, B_{\max 8}$	$\theta_3, B_{\max 8}$	$\theta_4, B_{\max 8}$	$\theta_5, B_{\max 8}$	$\theta_6, B_{\max 8}$

На Слици 4.4 испрекиданом линијом је приказан временски облик јачине резултујућег магнетског поља  $H(t)$  који одговара  $B_{\max}$ . Приказано  $H(t)$  добијено је применом (4.1) за резултате интерполације амплитуда и фаза хармоника из Табела 4.3 и 4.4, респективно. Додатно, као референца поређења, на Слици 4.4 пуном линијом су приказани  $H(t)$  за  $B_{\max 7}$  и  $B_{\max 8}$ ,  $B_{\max 7} < B_{\max} < B_{\max 8}$ .



Слика 4.4 – Резултујуће  $H(t)$  добијено интерполацијом за  $B_{\max}$  (испрекидана линија) и мерене вредности које одговарају  $B_{\max 7}$  и  $B_{\max 8}$  (пуна линија) при чему је  $B_{\max 7} < B_{\max} < B_{\max 8}$ .

Тачност симулације се може побољшати већим бројем улазних мерења у деловима који су од већег значаја за решавање датог проблема. На пример уколико је  $B_{\max 7} < B_{\max} < B_{\max 8}$  (пример за прорачун првог хармоника на Слици 4.3) тачност се може повећати додавањем додатних мерења  $H(t)$  за амплитуде  $B(t)$  између  $B_{\max 7}$  и  $B_{\max 8}$ . При томе облик  $B(t)$ ,  $f$ , као и сви остали услови мерења (температура, експериментална апаратура и друго) морају остати непромењени у односу на претходно извршена мерења.



Ред полиномних интерполација амплитуда  $n_a$  и фаза  $n_p$  може се одредити спровођењем низа поређења симулираних и измерених (верификационих)  $H(t)$  за исто  $B_{\max}$ . Симулације у ту сврху се спроводе тако што се један параметар, нпр.  $n_p$ , држи константним, а  $n_a$  се инкрементално мења од 1 до своје максималне вредности. Затим се вредност  $n_p$  увећа за 1 и поново спроведу симулације за све вредности  $n_a$ . Тај процес треба поновити док  $n_p$  не достигне своју максималну вредност. Највећи ред интерполације је одређен бројем врста у табелама амплитуда и фаза и одређује се као број врста умањен за 1, односно:

$$n_{\max} = n - 1, \quad (4.7)$$

где је  $n$  укупан број  $H(t)$  у улазном сету мерења (Слика 4.1), тј. број врста у Табели 4.1.

На крају се врши поређење резултата сваке симулације и одговарајућег верификационог мерења за  $H(t)$ . У овој дисертацији поређење је извршено на основу вредности средњег квадратног одступања (Root Mean Square Deviation – RMSD [90]), а за адекватну комбинацију  $n_a$  и  $n_p$  се узима она за коју се поређењем добија најмање RMSD.

### 4.3. Програмски код

Програмски код писан у програмском пакету *Mathematica 10*, којим се врши симулација  $H(t)$  за  $B_{\max}$  од интереса применом НИМ-а, гласи:

<b>1</b>	<pre> BrojTacaka=Length[Podaci[[All, 1]]]; PodaciPolja = Table[Podaci[[All, i]], {i, 2, Length[Podaci[[1, All]]], 2}; PodaciIndukcije = Table[Podaci[[All, i]], {i, 3, Length[Podaci[[1, All]]], 2}; PodaciPolja = Transpose[PodaciPolja]; PodaciIndukcije = Transpose[PodaciIndukcije]; AmplitudeHarmonika = Table[0, {i, Nh+1}, {j, Length[PodaciPolja[[1, All]]]}]; FazeHarmonika = AmplitudeHarmonika; </pre>
<b>2</b>	<pre> For[j = 1, j &lt;= Length[PodaciPolja[[1, All]]], j++,   HVr = Table[{Podaci[[i, 1]], PodaciPolja[[i, j]]}, {i, BrojTacaka}];   ft = Fourier[HVr[[All, 2]], FourierParameters -&gt; {-1, -1}];   pom1 = 2*Abs[ft];   pom2 = Arg[ft]*180/Pi;   FazPolja = Table[If[(pom1[[i]]/(pom1[[2]] + 0.0000001)*100) &gt;= 1.2, pom2[[i], 0],     {i, 2, Nh+1}];   FazPolja=Join[{pom2[[1]]}, FazPolja];   APolja = Table[If[(pom1[[i]]/(pom1[[2]] + 0.0000001)*100) &gt;= 1.2, pom1[[i], 0],     {i, 2, Nh+1}];   APolja=Join[{pom1[[1]]}, APolja]; </pre>
<b>3</b>	<pre> For[i = 1, i &lt;= Nh+1, i++,   AmplitudeHarmonika[[i, j]] = APolja[[i]];   FazeHarmonika[[i, j]] = FazPolja[[i]];   AmplitudeHarmonika = Transpose[AmplitudeHarmonika];   FazeHarmonika = Transpose[FazeHarmonika];   Bmaxi = Table[Max[PodaciIndukcije[[All, i]]], {i, Length[PodaciIndukcije[[1, All]]]}]; </pre>
<b>4</b>	<pre> Ampl = Table[0, {i, Nh}]; Faz = Ampl; For[k = 1, k &lt;= Nh+1, k++, </pre>

	<pre> PodaciInterpolacijeAmplituda = Table[{Bmaxi[[i]], AmplitudeHarmonika[[i, k]]}, {i, 1, Length[Bmaxi]}; PodaciInterpolacijeFaza =Table[{Bmaxi[[i]], FazeHarmonika[[i, k]]}, {i, 1, Length[Bmaxi]}; FunkcijaA = Interpolation[PodaciInterpolacijeAmplituda, InterpolationOrder -&gt; na]; FunkcijaF = Interpolation[PodaciInterpolacijeFaza, InterpolationOrder -&gt; np]; Ampl[[k]] = FunkcijaA[Bzeljeno]; Faz[[k]] = FunkcijaF[Bzeljeno]; </pre>
5	<pre> ProracunatoPolje =Ampl[[1]]/2+Sum[Ampl[[i]]*Cos[2*Pi*(i)*t + Faz[[i]]*Pi/180], {2, Nh+1} </pre>

Цео код се генерално може поделити у 5 целина. У првом делу кода (1) врши се раздвајање улазних података из фајла са мерењима на податке мерења  $H(t)$  и  $B(t)$ , респективно. Улазни фајл са мерењима (*Podaci*) се формира као табела чија је прва колона временска оса, а у осталим колонама се подаци мерења  $H(t)$  и  $B(t)$ , респективно, наизменично смењују.

Другу целину (2) чини део кода чија је улога прорачун једносмерне компоненте, амплитуда и фаза хармоника сваког мерења  $H(t)$  понаособ. Дозвољени укупан број хармоника је  $Nn$ , а критеријум за одређивање амплитуда и фаза од интереса је да однос амплитуде разматраног и првог хармоника буде барем 1,2%. Тиме се омогућава аутоматизација хармонијске анализе, али може доћи до преоптерећења меморије ако се  $Nn$  узме као претерано велико или ако је услов недовољно строг. Принцип одређивања поменутог услова биће детаљније описан на примерима у оквиру Главе 9.

Трећим (3) делом кода се генеришу табеле амплитуда и фаза, као и табела амплитуда  $B(t)$ , док се четвртим (4) делом кода врши интерполација амплитуда и фаза за *Bzeljeno* применом функције *Interpolation*. Функција *Interpolation* аутоматски одређује параметре интерполације за задати ред. На крају (целина 5) врши се сумирање нове једносмерне компоненте и хармоника са новим амплитудама и фазама према (4.1), а у циљу добијања новог  $H(t)$ .

Генерално, редови интерполација  $n_a$  и  $n_p$  у оквиру функције *Interpolation* се могу одредити засебно за сваку колону табела амплитуда и фаза али се, са адекватном тачношћу резултата симулације, ови параметри могу сматрати константним. Ипак, треба имати на уму да, иако је ред непромењен, коефицијенти полинома за интерполацију се сваки пут одређују изнова и генерално су различити за сваку колону.

Битно је напоменути да функција *Interpolation* омогућава интерполацију података применом локалне интерполације полиномног типа. Тип интерполације се може променити у сплајн додавањем опције *Method->"Spline"* у оквиру позивања функције *Interpolation*. Са друге стране, уколико је потребно употребити глобалну полиномну интерполацију, један од поступака би се могао састојати у следећем. Прво, одредити жељену функцију за опис интерполације (нпр. полином другог реда облика  $f(B_{\max})=a_0+a_1B_{\max}+a_2B_{\max}^2$ ). Потом употребити функцију *FindFit* у циљу проналажења параметара одабране функције ( $a_0, a_1, a_2$ ) за које се добија најбољи фит на елементе колоне табеле амплитуда/фаза. На крају се у функцију  $f(B_{\max})$  унесе *Bzeljeno*. Као резултат последњег корака добијају се нове амплитуде и фазе, укључујући и једносмерну компоненту, у зависности од колоне табеле која се посматра. Након спровођења предложене процедуре глобалне полиномне интерполације за све колоне табела амплитуда и фаза, добијени подаци се сумирају применом (4.1) и формира се  $H(t)$  за *Bzeljeno*.

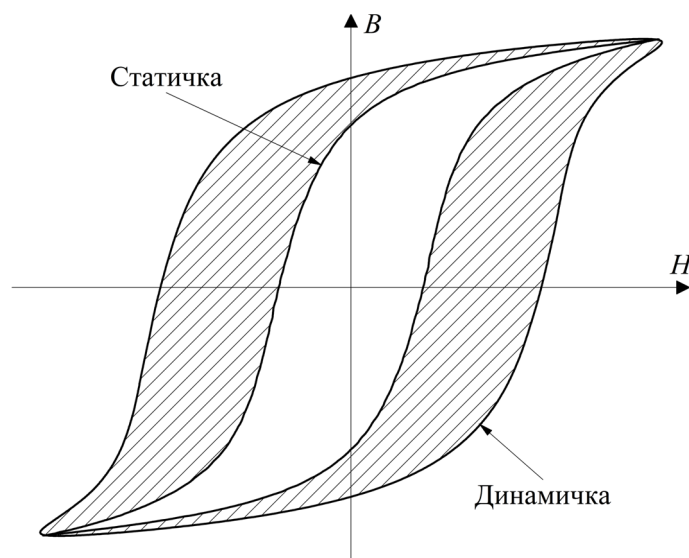
Уколико је то потребно, хистерезисна петља која одговара симулираном  $H(t)$  се може формирати исцртавањем зависности  $B(H)$  при чему се  $B(t)$  симулира као идеалан облик референце коришћене за контролу мерења са Сlike 4.1, са амплитудом  $B_{\max}$  од интереса.

Главни недостатак предложене методологије симулације  $H(t)$  за  $B_{\max}$  од интереса применом хармонијске анализе и интерполације је што се могу симулирати само  $H(t)$  које припадају истој фамилији као полазна мерења. Другим речима, могу се добити само  $H(t)$  које одговарају  $B(t)$  истог облика као оног које је контролисано приликом процеса мерења и само на фреквенцији за коју су мерени подаци добијени. Нпр. ако су мерења извршена на 50 Hz и синусно  $B(t)$ , може се добити само  $H(t)$  које одговара синусном  $B(t)$  са амплитудом  $B_{\max}$  на 50 Hz. У наставку ће бити изложен поступак симулације динамичких хистерезисних петљи којим се претходно описана методологија комбинује са Бертогијевом статистичком теоријом губитака, а у циљу одстрањивања наведених недостатака.

## 5. СИМУЛАЦИЈА ДИНАМИЧКИХ ХИСТЕРЕЗИСНИХ ПЕТЉИ

Магнетски хистерезис је врло препознатљива карактеристика феромагнетских језгара. Он настаје као последица временског (фазног) помераја  $H(t)$  и  $B(t)$  услед сложених процеса у току магнећења. У зависности од фреквенције на којој се посматрају, хистерезисне петље се могу поделити на статичке и динамичке [11]. Статичке хистерезисне петље се јављају као одзив језгра на временски непроменљиву побуду. Под појмом динамичке хистерезисне петље могу се сматрати све хистерезисне петље које се јављају при побудном напону одређене фреквенције.

Статичке хистерезисне петље је у пракси изузетно тешко измерити јер је излазни напон сензора за детекцију магнетске индукције (магнетског флукса) обично директно пропорционалан фреквенцији побудног напона. Такви су нпр. многобројни сензори на бази Фарадејевог закона [31]. Из тог разлога се у пракси чешће спроводи мерење при ниским фреквенцијама побудног напона. Као резултат таквих мерења добијају се квазистатичке хистерезисне петље, које се могу посматрати као посебан случај динамичких. Међутим, због ниске фреквенције, електрично поље које се индукује унутар феромагнетског лима, као последица промене магнетског флукса у времену, је малог интензитета. То за последицу има појаву веома слабих вртложних струја у материјалу. Струје диелектричног помераја су под тим условима такође занемарљиво мале [82]. Према томе, иако се квазистатичке хистерезисне петље не понашају у потпуности као статичке, та апроксимација је у великом броју истраживања прихватљива [91]. Поређење изгледа статичке (квазистатичке) и динамичке хистерезисне петље дато је на Слици 5.1.



Слика 5.1 – Поређење изгледа статичке (квазистатичке) и динамичке хистерезисне петље.

Да би се адекватно измерила квазистатичка хистерезисна петља, потребно је извршити низ мерења уз постепено смањење фреквенције побудног напона [91]. Мерење се завршава оног тренутка када се, у односу на референтну динамичку петљу, специфични губици услед магнећења врло мало промене за две узастопне фреквенције мерења. Другим речима, ако су при даљем смањењу фреквенције промене губитака занемарљиво мале у односу на динамичку. На пример, нека су специфични губици по јединици запремине језгра референтне динамичке петље  $100 \text{ W/m}^3$ , мерено на фреквенцији од 50 Hz, а за петље мерене на 25, 10 и 5 Hz, 40, 10 и 2  $\text{W/m}^3$ , респективно. Тада се може рећи да петља мерена на 5 Hz (или мање) представља квазистатичку хистерезисну петљу

за динамичку од 50 Hz јер би промена губитака за фреквенције мање од 5 Hz била мања од 2% у односу на референтну. Практичан пример са реалним (мереним) вредностима биће дат у Глави 9.

Веза између динамичке и њој одговарајуће статичке (квазистатичке) хистерезисне петље, односно њима одговарајућих временских облика јачине магнетског поља  $H(t)$ , се у литератури обично остварује применом једног од модела разлагања губитака (снаге магнећења), о чему је већ било речи у Глави 2.

### 5.1. Модел разлагања снаге магнећења

У циљу лакшег разумевања сложених процеса који се одвијају у језгру током његовог магнећења, као и лакшег решавања комплексних проблема у магнетизму, често се прибегава моделу разлагања тренутне снаге магнећења по јединици запремине  $p(t)$  на њену статичку (квазистатичку)  $p_{qs}(t)$  и динамичку  $p_d(t)$  компоненту, односно:

$$p(t) = p_{qs}(t) + p_d(t). \quad (5.1)$$

Средња вредност статичке (квазистатичке) компоненте, тј. специфични губици по јединици запремине, пропорционална је површини статичке петље илустроване на Слици 5.1 док је средња вредност динамичке компоненте пропорционална шрафираном делу између динамичке и статичке петље.

Према класичној теорији губитака,  $p_d(t)$  су искључиво последица индуковања вртложних струја у узорку материјала  $p_{eddy}(t)$ , односно:

$$p_d(t) = p_{eddy}(t). \quad (5.2)$$

Израз за губитке услед вртложних струја изводи се из Максвелових једначина и у мноме зависи од просторних координата (геометрије језгра), проводности материјала  $\sigma$ , равномерности расподеле магнетског  $B(t)$  по попречном пресеку језгра, првог извода магнетске индукције по времену  $dB/dt$  и других параметара. Уколико се разматра случај танког лима дебљине  $d$  и специфичне електричне проводности  $\sigma$ , у коме се може сматрати да је магнетска индукција  $B(t)$  хомогено расодељена у свакој тачки лима, израз за губитке услед вртложних струја усредњених дуж попречног пресека лима, гласи:

$$p_{eddy}(t) = \frac{\sigma d^2}{12} \left( \frac{dB}{dt} \right)^2. \quad (5.3)$$

Израз за прорачун енергије губитака, а самим тим и снаге, услед вртложних струја разликује се у фреквенцијском домену за различите временске облике улазног напона (пропорционалног са  $dB/dt$ ) [11, 92]. Сходно томе, сви принципи прорачуна изложени у оквиру ове дисертације биће дефинисани у временском домену, са циљем њихове боље генерализације у односу на облик  $dB/dt$ .

Вртложне струје се индукују као последица промене магнетског флукса услед периодичне побуде и најјаче су у центру феромагнетског лима (ако се посматра један комад лима). Утицај магнетског поља које стварају вртложне струје, је такав да се оно супротставља продирању спољашњег (магнетизујућег) магнетског поља у унутрашњост. Другим речима, утицај спољашњег магнетског поља се смањује гледано од површине ка средини попречног пресека лима. То за последицу има неједнаку расподелу  $B(t)$  дуж попречног пресека јер ће средишњи делови лима имати  $B(t)$  мање амплитуде услед смањеног утицаја побуде. Додатно, долази и до дисторзије облика  $B(t)$ . Временски облик

величина од значаја,  $B(t)$ ,  $p_{eddy}(t)$  и других, дуж попречног пресека танког лима може се добити решавањем дифузне једначине [76]. Дакле, за више фреквенције се утицај вртложних струја не може адекватно одредити применом (5.3) јер  $B(t)$ , а ни магнетизујуће магнетско поље, нису униформни по попречном пресеку узорка. Уколико се узме у обзир и нелинеарност, скин ефекат, као и хистерезисна природа феромагнетских материјала, може се увидети да је процес одређивања вртложних струја и њиховог утицаја доста сложенији и треба га спровести применом Максвелових једначина. С тим у вези, у литератури се могу пронаћи различити предлози израза за прорачун динамичке компоненте, попут оног које је у свом истраживању применио Хвастек [93]. Ипак, с обзиром на то да је у оквиру ове дисертације разматрано језгро од феромагнетског лима као целина, а уз коришћење мерења  $H(t)$  и  $B(t)$  добијених за средњу линију језгра и усредњених по површини попречног пресека (хомогена расподела  $B(t)$  у целом језгру), разматраће се прорачун утицаја вртложних струја применом (5.3).

Узимајући у обзир дефинициони образац за прорачун тренутних губитака по јединици запремине језгра:

$$p(t) = H(t) \frac{dB}{dt}, \quad (5.4)$$

може се доћи до израза за магнетско поље које стварају вртложне струје  $H_{eddy}(t)$ :

$$H_{eddy}(t) = \frac{\sigma d^2}{12} \frac{dB}{dt}. \quad (5.5)$$

Модел прорачуна динамичке компоненте губитака применом (5.2) је врло поједностављен и не разматра утицај доменске структуре материјала. Тај утицај, односно утицај промена на нивоу доменских зидова које се јављају у току процеса магнетисања материјала, разматрао је Бертоти у својој Статистичкој теорији губитака (Statistical Theory of Losses - STL). Основи теореме изложени су 80-их година 20. века [94], док је њен детаљнији опис дат је 90-их [11]. У оквиру ње Бертоти разматра увођење другог чиниоца у (5.2), тзв. компоненте додатних губитака  $p_{exc}(t)$ , односно:

$$p_d(t) = p_{eddy}(t) + p_{exc}(t), \quad (5.6)$$

У том случају укупно (динамичко)  $H(t)$  се на основу (5.1), (5.4) и (5.6) може разложити на своје три компоненте и то: квазистатичко  $H_{qs}(t)$  магнетско поље, поље вртложних струја  $H_{eddy}(t)$  и додатно магнетско поље  $H_{exc}(t)$ , односно:

$$H(t) = H_{qs}(t) + H_{eddy}(t) + H_{exc}(t). \quad (5.7)$$

Употреба STL модела је широко распрострањена, а принципи имплементације модела се генерално могу поделити у два правца. Први правац је употреба модела за решавање проблема у временском домену [95-99]. Међутим, приликом употребе треба имати на уму да слагање временских облика  $H_{exc}(t)$  са резултатима мерења није увек одговарајуће. Поређења прорачунатих и измерених вредности  $H_{exc}(t)$ , како за синусни и тако и за троугаони облик  $B(t)$ , су показала да се могу јавити значајна одступања за различите амплитуде  $B(t)$  [98]. Дакле, пре значајније употребе STL модела у временском домену препорука је проверити да ли постигнути степен слагања података за  $H_{exc}(t)$  прорачунатих из мерења и применом STL-а задовољава критеријуме тачности задате за разматрани проблем. Поменуто мерења би требало, уколико је то могуће, извршити са експерименталном поставком што сличнијом разматраном проблему. Претходно наведена анализа може омогућити адекватнију анализу резултата прорачуна. Други правац употребе STL-а је као алат за процену средњих губитака [28, 99]. Оно што

раздваја овакав приступ од појединих, попут прорачуна применом Штајнметцовог или Џордановог обрасца, је што он поседује три члана. Додатно, сваки од њих има различиту зависност од фреквенције и амплитуде  $B(t)$ . Такав приступ би могао бити од значаја за повећање тачности приликом фитовања на експериментално добијене резултате за губитке.

Раздвајање облика (5.7) могуће је само при релативно ниским фреквенцијама, док су утицаји компоненти међусобно мање-више независан. Ипак, овај начин разлагања је примењен у комбинацији са предложеном НИМ методологијом за дефинисање процедуре симулације  $H(t)$  и динамичких хистерезисних петљи, на произвољној фреквенцији [100]. То је оправдано са становишта услова истраживања у оквиру ове дисертације, као што је разматрана геометрија језгра, хомогена расподела магнетске индукције, као и принципа извођења мерења на којима су истраживања заснована.

## 5.2. Симулација $H(t)$ применом НИМ-а и STL-а

Компонента  $H_{qs}(t)$  из (5.7) се може одредити применом методологије базиране на хармонијској анализи и интерполацији за  $B_{\max}$  од интереса (НИМ, Глава 4). При томе треба користити податке мерења при квазистатичкој фреквенцији. Потом се врши прорачун  $H_{eddy}(t)$  за идеално симулирано  $B(t)$  са амплитудом  $B_{\max}$ , применом (5.5).

Према процедури коју предлаже STL, израз за  $H_{exc}(t)$  се може прорачунати решавањем (5.8) за адекватно одабрану зависност  $n(H_{exc})$  [11],

$$H_{exc}(t) = \frac{H_w(t)}{n}, \quad (5.8)$$

где  $H_w(t)$  представља додатно магнетско поље које би постојало у случају да је укупна промена магнетског флуksа у разматраном танком феромагнетском лиму сконцентрисана у једном  $180^\circ$  доменском зиду, а  $n$  број активних региона у лиму.

Вредност за  $H_w(t)$  се може израчунати применом израза:

$$H_w(t) = \sigma GS \frac{dB(t)}{dt}, \quad (5.9)$$

где је  $G=0.1356$ ,  $S$  површина попречног пресека узорка и  $\sigma$  специфична проводност материјала.

У пракси се зависност  $n(H_{exc})$ , за оријентисане (анизотропне) феромагнетске лимове, најчешће апроксимира као линеарна, применом (5.10). Ипак, за поједине материјале и начине сечења узорака, од значаја је размотрити и могућност других апроксимација [94]. У оквиру ове дисертације, поред апроксимације (5.10), разматрана је и апроксимација (5.11) која је модификована у односу на ону предложену за трансверзално сечен лим [94], у циљу постизања веће тачности фитовања.

$$n = n_0 + \frac{H_{exc}}{V_0}, \quad (5.10)$$

$$n = \left( M \left( 1 + \frac{H_{exc}}{V_0} \right) \right)^2, \quad (5.11)$$

где су  $n_0$  и  $V_0$  феноменолошки параметри, а  $M$  је коефицијент чија је сврха да омогући адекватно фитовање (5.11) и података  $n$  и  $H_{exc}$  прорачунатих из мерења. Коефицијент  $M$

за трансверзално сечен лим има вредност 1 [94]. Физичка интерпретација параметра  $n_0$  је да он представља број активних региона у случају када фреквенција магнетизујућег поља тежи нули. Параметар  $V_0$  се може посматрати као минимална просечна промена вредности коерцитивног магнетског поља између суседних региона и указује на способност магнетизујућег поља да повећа  $n$  са повећањем фреквенције [11, 94].

Као што је претходно поменуто, параметри апроксимација (5.10) и (5.11) се у пракси добијају фитовањем тих функција на податке прорачунате из мерења  $H(t)$ ,  $H_{qs}(t)$  и  $B(t)$ , као и прорачуна  $H_{eddy}(t)$ . Подаци за фитовање се могу прорачунати применом израза (5.12)-(5.14) и представљају их парови података облика  $n(H_{exc})$ . С обзиром на то да се претпоставља униформна расподела флуksа по попречном пресеку узорка,  $H_{eddy}(t)$  се у (5.13) рачуна за тај случај, тј. применом (5.5).

$$H_{exc} = \frac{1}{T} \frac{\int_0^T p_{exc}(t) dt}{4B_{max}f}, \quad (5.12)$$

где је  $T=1/f$ , периода, а

$$p_{exc}(t) = \left( H(t) - H_{qs}(t) - H_{eddy}(t) \right) \frac{dB(t)}{dt}, \quad (5.13)$$

$$n = \frac{4GS\sigma B_{max}f}{H_{exc}}. \quad (5.14)$$

Изрази (5.12) и (5.14) изведени су под претпоставком да су мерења извршена са контролисаним  $B(t)$  синусног облика, а што је најчешћи случај када је реч о мерењима која спроводе произвођачи. Ипак, уколико се разматра неки други облик  $B(t)$ , чинилац  $4B_{max}f$  у (5.14) се може заменити решењем интеграла:

$$\int_0^T \left| \frac{dB(t)}{dt} \right| dt. \quad (5.15)$$

У зависности од тога која је апроксимација за  $n(H_{exc})$  употребљена, решење (5.8) уз примену (5.10) је:

$$H_{exc}(t) = \frac{n_0 V_0}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{4\sigma GS}{n_0^2 V_0} \frac{dB(t)}{dt}} - 1 \right), \quad (5.16)$$

односно уз примену (5.11) је:

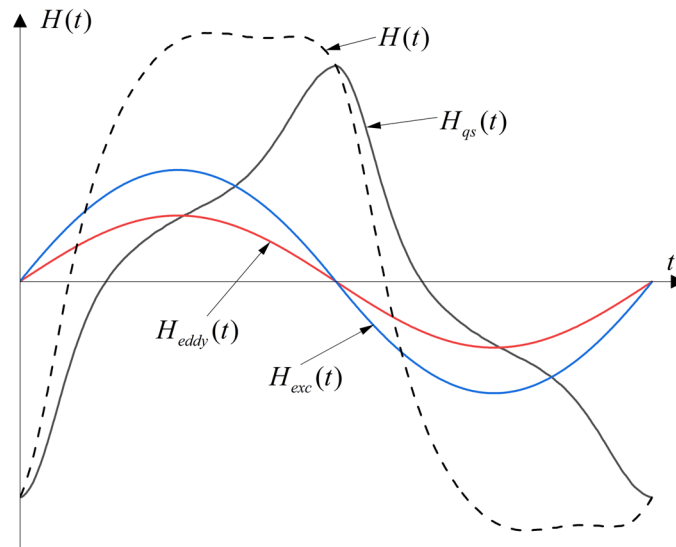
$$H_{exc}(t) = \frac{1}{3} \left( -2V_0 - \frac{V_0^2}{b} - b \right), \quad (5.17)$$

$$b = \sqrt[3]{-\frac{27aV_0^2}{2} - V_0^3 + 1.5\sqrt{3}V_0^2 \sqrt{a(27a + 4V_0)}}, \quad (5.18)$$

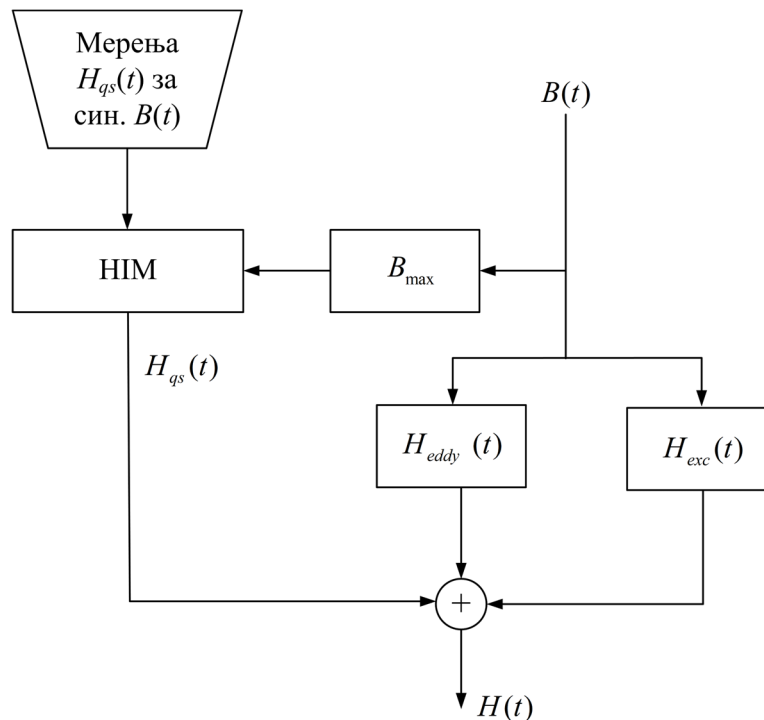
$$a = \frac{\sigma GS}{M^2} \frac{dB}{dt}. \quad (5.19)$$

Све три компоненте за синусно  $B(t)$  са амплитудом од интереса се потом сабирају применом (5.7). Изглед компоненти као и укупног  $H(t)$  приказан је на Слици 5.2. На Слици 5.3 дат је графички приказ описаног тока прорачуна  $H(t)$ .





Слика 5.2 – Изглед  $H_{qs}(t)$ ,  $H_{eddy}(t)$  и  $H_{exc}(t)$  компоненте за  $H(t)$ .

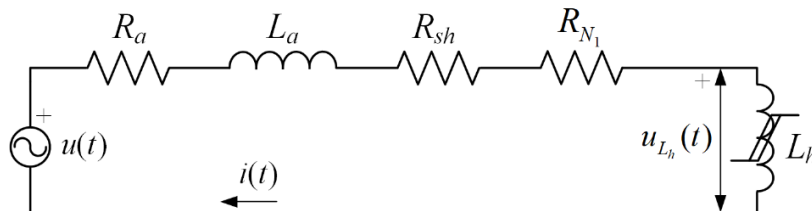


Слика 5.3 – Ток прорачуна  $H(t)$  за  $B_{max}$  од интереса применом НИМ-а и STL-а.

Симулација динамичке хистерезисне петље се завршава цртањем зависности идеалног  $B(t)$  од интереса и новог  $H(t)$ . У оквиру ове дисертације разматрано је синусно  $B(t)$  јер су сва потребна мерења спроведена за тај случај.

## 6. РЕШАВАЊЕ ЕЛЕКТРИЧНОГ КОЛА СА НЕЛИНЕАРНИМ ХИСТЕРЕЗИСНИМ КАЛЕМОМ

Принцип прорачуна  $H(t)$  применом НИМ-а и STL-а може се употребити као саставни део итеративне процедуре за решавање динамичког (наизменичног) електричног кола са нелинеарним хистерезисним калемом (Слика 6.1) [47]. Разматрано електрично коло се састоји од редне везе наизменичног напонског извора  $u(t)$ , линеарне отпорности и индуктивности  $R_a$  и  $L_a$ , шанта отпорника  $R_{sh}$ , укупне отпорности примарног намотаја нелинеарног хистерезисног калема  $R_{N_1}$ , и нелинеарног хистерезисног калема  $L_h$ . Параметре  $R_a$  и  $L_a$  чине све додатне отпорности и индуктивности у колу било да су оне додате као засебан елемент или су последица употребе реалних елемената (додатне отпорности извора, проводника, намотаја калема, индуктивност расипања магнетског флукса и друго). Битно је напоменути да  $L_h$  не означава индуктивност калема већ само ознаку елемента.



Слика 6.1 – Разматрано електрично коло.

Принцип решавања кола се заснива на итеративном решавању система једначина у временском домену. Систем једначина се формира применом Кирхофових закона за дато електрично коло, као и Амперовог и Фарадејевог закона за магнетско коло нелинеарног хистерезисног калема. Дакле, први корак у примени методологије за решавање кола са Сликe 6.1 је дефинисање поменутих једначина.

Једначине које су везане за решавање електричног дела кола са Сликe 6.1 свODE се на писање једне једначине по другом Кирхофовом закону, дате са:

$$u(t) = (R_{sh} + R_{N_1} + R_a)i(t) + L_a \frac{di(t)}{dt} + u_{L_h}(t). \quad (6.1)$$

Генерално, напон извора  $u(t)$  треба да буде симетричан у односу на временску осу и да има само један максимум. Такви су нпр. облици попут синусног, троугаоног, правоугаоног и других. Због једноставнијег појашњења поступка за решавање (6.1), разматраће се случај када је  $u(t)$  синусног облика. Међутим, поступак је аналоган и за друге облике  $u(t)$ .

Једначине којима се врши спрезање електричног и магнетског дела кола могу се добити из Амперовог и Фарадејевог закона. С обзиром на то да су у оквиру ове дисертације сва мерења вршена са торусним узорцима, то су једначине по Фарадејевом и Амперовом закону за калем торусног облика дате са (6.2) и (6.3), респективно:

$$u_{L_h}(t) = N_1 S \frac{dB_{L_h}}{dt}, \quad (6.2)$$

$$i(t) = \frac{l_c H_{dyn}}{N_1}, \quad (6.3)$$

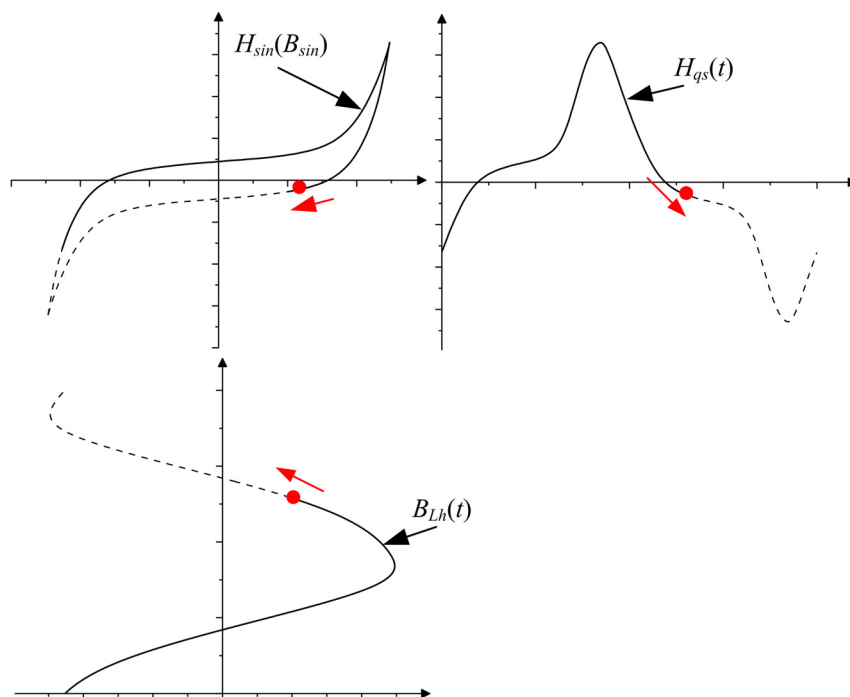
где су  $N_1$ ,  $S$  и  $l_c$  број навојака примарног намотаја, површина попречног пресека и дужина средње линије калема, респективно. Изрази (6.2) и (6.3) изведени су уз претпоставку да је торус довољно танак да се промена магнетске индукције  $B_{L_h}(t)$  дуж попречног пресека може занемарити, као и да је  $H(t)$  у торусу хомогено.

Временски облик динамичког магнетског поља  $H(t)$  се може прорачунати применом симулационе процедуре представљене у Глави 5, тј. одређивањем његове  $H_{qs}(t)$ ,  $H_{eddy}(t)$  и  $H_{exc}(t)$  компоненте. За потребе истраживања у овој дисертацији, разматран је случај када су сва квазистатичка мерења, као и сва динамичка мерења неопходна за добијање параметара за прорачун  $H_{exc}(t)$ , спроведена уз контролу облика  $B(t)$ , за који важи да  $dB/dt$  одговара облику  $u(t)$ . Оваквим разматрањем се процедура за решавање динамичких електричних кола може превести у поступак за симулацију динамичких хистерезисних петљи, уз услов да се све додатне отпорности и индуктивности у колу занемаре.

Међутим, услед присуства додатних индуктивности и отпорности у колу, напон на калему  $u_{L_h}(t)$  не мора бити истог облика и амплитуде као напон извора  $u(t)$ . Додатно, из (6.2) се може увидети веза између напона  $u_{L_h}(t)$  и  $dB_{L_h}/dt$ , тј.  $B_{L_h}(t)$  које се може добити интеграцијом (6.2). То доводи до закључка да за претпостављени синусни облик  $u(t)$ ,  $dB_{L_h}/dt$  не мора бити синусног облика, а самим тим ни  $B_{L_h}(t)$ . Са друге стране, према истраживању изнетом у Глави 4, применом НИМ-а могуће је добити  $H(t)$  за  $B(t)$  од интереса али се при томе морају употребити резултати мерења за  $H(t)$ , при контролисаном  $B(t)$  које је истог облика као и  $B(t)$  од интереса. Као пример може се размотрити случај када су доступна мерења  $H(t)$  при контролисаном  $B(t)$  синусног облика. Тада је применом наведене методологије могуће одредити  $H(t)$  само за  $B(t)$  синусног облика са амплитудом од интереса. Дакле, за разматрани случај решавања динамичког електричног кола са Слике 6.1, потребно је одредити квазистатичку компоненту магнетског поља која одговара стварном  $B_{L_h}(t)$  у језгру, а не оном  $B(t)$  за које су вршена иницијална квазистатичка мерења и чије  $dB/dt$  по облику одговара  $u(t)$ .

Како би се добило одговарајуће  $H_{qs}(t)$  могуће је употребити својство статичких хистерезисних петљи према којем облик петље не зависи од облика  $B(t)$  већ само од њеног максимума [91]. Процес прорачуна  $H_{qs}(t)$  за  $B_{L_h}(t)$  се може спровести кроз следеће кораке:

- 1) одређивање амплитуде  $B_{L_h}(t)$ ,  $B_{\max}$ ;
- 2) прорачун  $H_{qs}(t)$  применом НИМ-а за сет  $H(t)$  измерен на квазистатичкој фреквенцији уз контролисан облик  $B(t)$ , следећи процедуру из Главе 4. С обзиром на то да су квазистатичка мерења у оквиру ове дисертације извршена за  $B(t)$  синусног облика, то ће прорачунато  $H_{qs}(t)$  које одговара  $B(t)$  синусног облика са амплитудом  $B_{\max}$  бити означено са  $H_{sin}(t)$ ;
- 3) прорачун  $B(t)$  са амплитудом  $B_{\max}$  из корака 1) чији облик одговара облику  $B(t)$  који је коришћен приликом мерења. У разматраном случају то је синусно  $B(t)$  па ће прорачуната вредност бити означена са  $B_{sin}(t)$ ;
- 4) формирање „идеалне” инверзне квазистатичке петље  $H_{sin}(B_{sin})$ , тј. петље која би постојала у идеалном случају када је  $B(t)$  синусног облика;
- 5) реконструкција тачака по „идеалној“ квазистатичкој хистерезисној петљи  $H_{sin}(B_{sin})$  за стварно  $B_{L_h}(t)$ . Илустрација процеса реконструкције приказана је на Слици 6.2 [101]. Као резултат реконструкције добија се  $H_{qs}(t)$  које одговара  $B_{L_h}(t)$  добијено интеграцијом (6.2). У случају да је  $B_{L_h}(t)$  исто као  $B_{sin}(t)$ , овај корак се може прескочити.

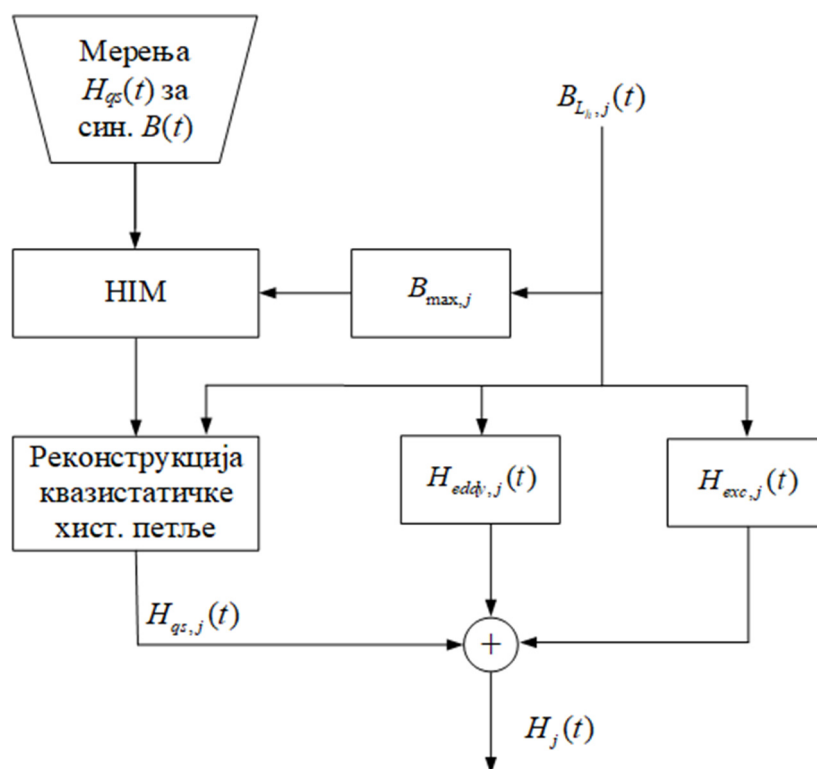


Слика 6.2 - Илустрација процеса реконструкције  $H_{qs}(t)$  за стварно  $B_{Lh}(t)$  преко инверзне квазистатичке петље  $H_{sin}(B_{sin})$ .

Приликом процеса реконструкције квазистатичке хистерезисне петље посебну пажњу треба посветити временском померају  $B_{Lh}(t)$  у односу на  $B_{sin}(t)$ , а који се јавља услед додатних отпорности и индуктивности у колу. Дакле, пре започињања процеса реконструкције квазистатичке петље прво треба одредити колики је поменути временски померај  $\Delta t$ . Он се може одредити тако што се одреди број тачака за који треба померити  $B_{Lh}(t)$  да би важило  $B_{Lh}(\Delta t) = B_{min}$ . Након временског померања  $B_{Lh}(t)$  може се приступити реконструкцији јер су сада  $B_{Lh}(t + \Delta t)$  и  $B_{sin}(t)$  у фази. С обзиром на то да се након реконструкције са  $B_{Lh}(t + \Delta t)$  добија  $H_{qs}(t + \Delta t)$ , добијени временски облик квазистатичког магнетског поља треба поново временски померити за исто  $\Delta t$  али у супротном смеру у односу на почетно померање. Као резултат добиће се  $H_{qs}(t)$  за  $B_{Lh}(t)$ .

Затим треба одредити  $H_{eddy}(t)$  и  $H_{exc}(t)$  за  $B_{Lh}(t)$  применом (5.5), односно (5.16) или (5.17)-(5.19), респективно. Феноменолошки параметри  $H_{exc}(t)$  добијени фитовањем података  $n(H_{exc})$  не морају бити исти за различите облике  $B(t)$ . Дакле, стриктно говорећи, требало би извршити фитовање применом резултата мерења при контролисаном облику магнетске индукције облика  $B_{Lh}(t)$ . Такав приступ је врло непрактичан јер ће облик  $B_{Lh}(t)$  зависити од феноменолошких параметара. То би изискивало прикупљање више сетова података за фитовање у току само једне итерације прорачуна и то сваки пут за  $B_{Lh}(t)$  другачијег облика. Сходно томе, из практичних разлога, приликом прорачуна  $H_{exc}(t)$  у оквиру ове дисертације узета је претпоставка да се облик  $B_{Lh}(t)$  неће променити у толикој мери, у односу на облик  $B(t)$  за који се прорачунавају феноменолошки параметри, да значајно утиче на њихову промену за потребно  $H_{exc}(t)$ . На крају се, све компоненте сабрају у  $H(t)$ .

На Слици 6.3. приказан је блок дијаграм прорачуна  $H(t)$  за  $B_{L_h}(t)$  у  $j$ -ој итерацији применом методологије засноване на хармонијској анализи и интерполацији (НИМ) и STL-а. Поређењем датог блок дијаграма и оног на Слици 5.3 може се уочити јасна сличност између њих. Додатно, за случај када  $B_{L_h}(t)$  по облику одговара  $B(t)$  за које су спроведена квазистатичка мерења, разматрани принципи прорачуна постају идентични. Тиме се потврђује тврдња да се изложени поступак решавања динамичког електричног кола заправо може применити у сврху симулације динамичких хистerezисних петљи које настају као одзив на  $u(t)$ . Битно је истаћи да се тада у великој мери отклања ограничење по питању облика  $B(t)$  од интереса. Оно није у потпуности отклоњено јер би параметре STL модела требало одредити из динамичких мерења за  $B(t)$  од интереса.



Слика 6.3 – Блок дијаграм принципа прорачуна  $H(t)$  за  $B_{L_h}(t)$  у  $j$ -ој итерацији применом хармонијске анализе и интерполације и STL-а.

С обзиром на то да се ради о систему са израженом нelineарношћу, систем једначина (6.1)-(6.3) треба решити итеративно. Прорачун се завршава онога тренутка када се испуни услов конвергенције. Као почетни услов за започињање итеративног поступка може се претпоставити да је вредност електричне струје у колу  $i_0(t)=0$  за сваку вредност инстанце времена  $t$ .

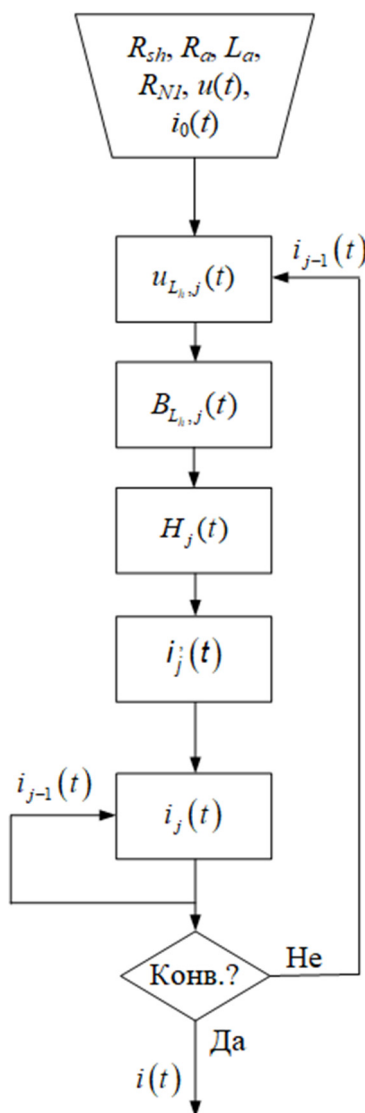
Када се радна тачка система приближава засићењу (сатурацији) калема може се јавити отежана конвергенција система услед наглог повећања  $H(t)$  за мале промене у  $B_{L_h}(t)$  између две узастопне итерације. Како би се овај проблем отклонио, препорука је извршити усредњавање резултата тренутне и претходне итерације. Ако је индексом  $j$  означен редни број тренутне итерације у поступку прорачуна, и ако се са  $i'_j(t)$  означи решење за (6.3) у тој итерацији, тада је резултат за  $i_j(t)$ :

$$i_j(t) = \frac{i'_j(t) + i'_{j-1}(t)}{2}, \quad (6.4)$$

а услов конвергенције:

$$\frac{\max \{ |i_j(t) - i_{j-1}(t)| \}}{\max \{ |i_j(t)| \}} 100 \leq \varepsilon, \quad (6.5)$$

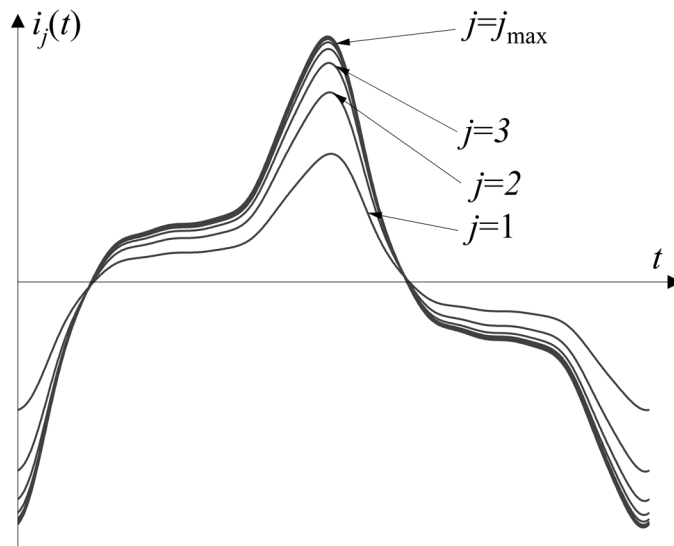
где је  $\varepsilon$  гранична вредност конвергенције изражена у %. Уколико је услов конвергенције испуњен, прорачун се завршава, а резултат (6.4) представља решење за  $i(t)$  за разматрано динамичко електрично коло. Уколико то није случај, резултат (6.4) се враћа у (6.1) и итеративни процес се наставља. Блок дијаграм описаног итеративног процеса дат је на Слици 6.4. Процес дат блок дијаграмом на Слици 6.3 је, због боље прегледности, на Слици 6.4 дат као блок „ $H_j(t)$ ”.



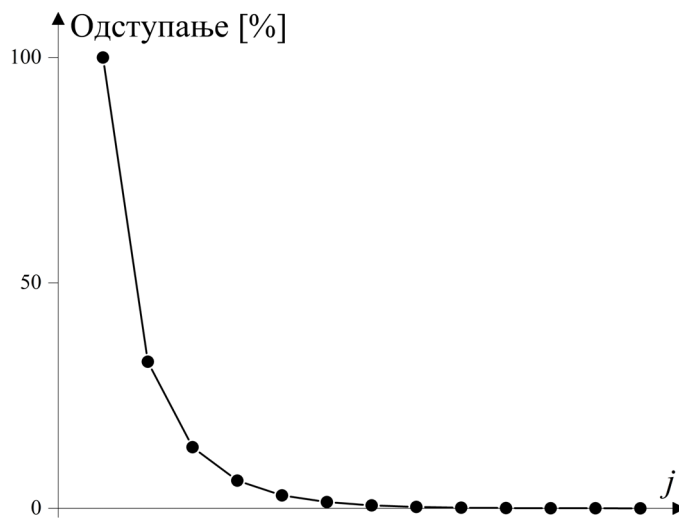
Слика 6.4 – Блок дијаграм процедуре за решавање динамичног електричног кола са нелинеарним хистерезисним калемом.

На Слици 6.5 приказани су временски облици електричне струје  $i_j(t)$  прорачунате применом процедуре са Слике 6.4 за  $j=1,2,3,\dots,j_{\max}$ , где је са  $j_{\max}$  означена последња итерација прорачуна. На Слици 6.6 приказана је конвергенција резултата, односно

промена одступања прорачуната према изразу на левој страни (6.5) између две узастопне итерације. Анализом резултата конвергенције може се доћи до закључка да би се за дати прорачун процедура могла прекинути већ за  $j \geq 7$ , али је због генерализације прорачуна препорука да се његов завршетак веже за достизање  $\varepsilon$ .



Слика 6.5 – Промена временског облика  $i_j(t)$  кроз итерације.



Слика 6.6 – Промена одступања између две узастопне итерације.

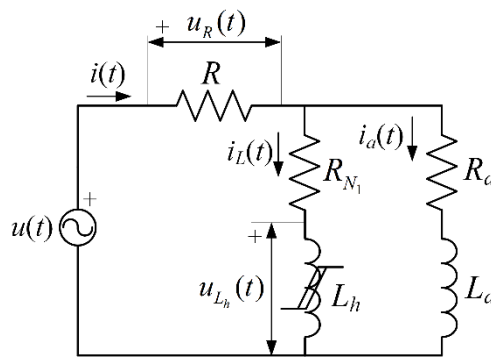
Уколико усредњавање резултата није погодно решавању одређеног проблема (електричног кола), недостатак у погледу конвергенције у близини подручја сатурације може се решити поступним повећањем амплитуде улазног напона до његове задате вредности  $U_m$ , односно [102]:

$$U_{m,k} = kU_m, \quad (6.6)$$

где се вредност  $k$  мења од 0 до 1 ( $0 < k \leq 1$ ), а корак промене  $k$  одређен је степеном нelineарности и комплексности система. Дакле, итеративни поступак за прорачун  $i(t)$  се понавља изнова и доводи до конвергенције за свако  $k$  док  $U_{m,k}$  не достигне  $U_m$ . У том

случају је почетна вредност за  $i(t)$  за  $k$ -то понављање, конвергирајући резултат претходног. Додатно, у зависности од величине корака зависи и степен строгаће критеријума конвергенције  $\varepsilon$  (мањи корак за ниже вредности  $\varepsilon$ , тј. већу строгаћу критеријума). Претходно наведени приступ решавању система има за последицу знатно већи број итерација у односу на поступак применом усредњавања. У циљу оптимизације брзине спровођења прорачуна, тј. смањења укупног броја итерација, може се размотрити и променљив корак промене  $k$  у току прорачуна. Другим речима, може се узети већи корак у линеарним деловима карактеристике магнетног калема, а потом све мањи корак како калем улази у засићење, као и аутоматско смањење корака ако систем не конвергира за већ задати корак.

До сада је разматрано динамичко електрично коло у коме су сви елементи везани на ред. Међутим, у пракси се чешће јављају електрична кола сложеније топологије. Свако додатно усложњавање топологије кола само додаје додатни степен итерације (засебну петљу итерације са сопственим критеријумом конвергенције) док основни поступак за прорачун електричне струје у грани са нelineарним хистerezисним калемом остаје непромењен. Као пример сложене структуре размотриће се динамичко електрично коло са Сlike 6.7.



Слика 6.7 – Сложено електрично коло.

Применом Кирхофових и Омовог закона на електрично коло са Сlike 6.7 може се написати систем једначина (6.7)-(6.10):

$$u_R(t) = Ri(t), \quad (6.7)$$

$$u(t) - u_R(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt}, \quad (6.8)$$

$$u(t) - u_R(t) = R_{N_1} i_L(t) + u_{L_h}(t). \quad (6.9)$$

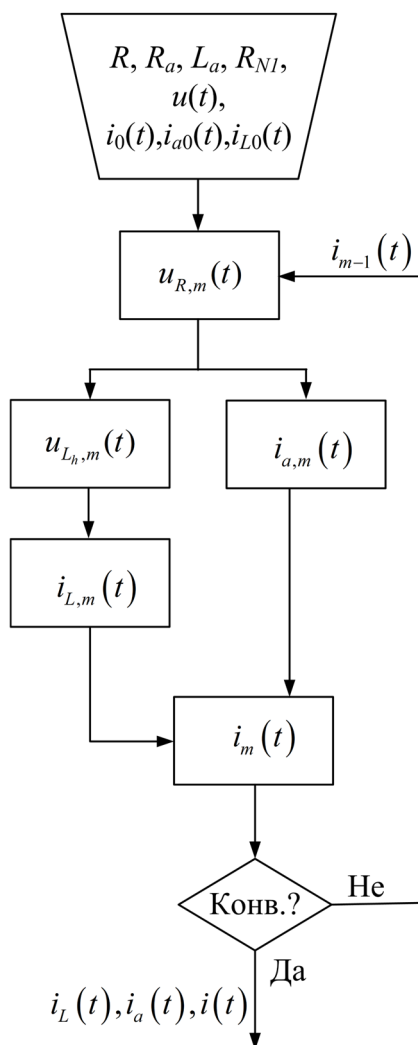
$$i(t) = i_L(t) + i_a(t), \quad (6.10)$$

С обзиром на то да у разматраном колу постоје три електричне струје  $i(t)$ ,  $i_a(t)$  и  $i_L(t)$ , то ће постојати и три нивоа конвергенције прорачуна. Једна од могућности разматрања њихове хијерархије је да се прво врши прорачун  $i_L(t)$ , потом  $i_a(t)$  и на крају  $i(t)$ . Дакле, за усвојене почетне услове  $i_0(t) = i_{a0}(t) = i_{L0}(t) = 0$ , прво се решава једначина (6.7) и одређује  $u_{R0}(t) = 0$ . Потом се решава (6.9) применом претходно описаног поступка за редно коло, до постизања конвергенције за струју  $i_L(t)$ . Решење за  $i_a(t)$  се потом може добити аналитичким решавањем (6.8) с обзиром да су сви коефицијенти линеарни. Додатно, решење (6.8) се може добити итеративним поступком до постизања



конвергенције за  $i_a(t)$ . На крају се  $i_a(t)$  и  $i_L(t)$  прослеђују у (6.10) и врши провера конвергенције  $i(t)$  у односу на претходну итерацију. Ако услов није испуњен, што је највероватнији исход у првој итерацији прорачуна, цео процес прорачуна почиње изнова, при чему се у (6.7) користи  $i(t)$  из претходне итерације.

На Слици 6.8 је дат блок дијаграм претходно описаног процеса прорачуна. На приказаном дијаграму блок „ $i_{L,m}(t)$ ” симболизује процес приказан на дијаграму са Слике 6.4. Додатно, на дијаграму је уведена променљива  $m$  како би се нагласило да је упитању додатни итеративни процес. Другим речима, итеративна променљива  $m$  задржава своју вредност независно од промене  $j$  и може променити своју вредност на  $m+1$  само ако услов конвергенције  $i(t)$  није испуњен. Услов конвергенције за  $i(t)$  не мора бити исти као за  $i_L(t)$ .



Слика 6.8 – Блок дијаграм за решавање сложеног динамичног електричног кола са нелинеарним хистерезисним калемом.

Уколико би се разматрао случај паралелне топологије динамичког електричног кола, могло би се разматрати коло са Слике 6.7, уз услов да је  $R=0 \Omega$ . Тада се на дијаграму са Слике 6.8 губи итеративни поступак означен са  $m$  јер је  $u_R(t)=0$ , па  $i(t)$  нема директан утицај на остатак кола у процесу решавања. Дакле, процес решавања кола би се свео на итеративно решавање  $i_L(t)$  према претходно описаном поступку и аналитичко/

итеративно решавање  $i_a(t)$ . На крају се  $i(t)$  добија применом (6.10). Ту би се поступак решавања кола окончао с обзиром на то да би решење за  $i(t)$ ,  $i_a(t)$ ,  $i_L(t)$  увек било јединствено без обзира на вредност  $m$ ,  $m \geq 1$ .

## 7. ПРОРАЧУН ТРЕНУТНЕ СНАГЕ МАГНЕЋЕЊА

Прорачун тренутне снаге магнећења  $p(t)$  феромагнетског језгра може бити од значаја приликом анализе сложених процеса који се одвијају у језгру током његовог магнећења, што је тема многих истраживања [98, 103, 104]. Може се користити као посредник у анализи додатне компоненте магнетског поља  $H_{exc}(t)$ , за  $B(t)$  синусног и троугаоног облика [98]. Примењена је за временску анализу као и за анализу зависности средње снаге броја сегмената сегментисане синусоиде, којом се описује контролисано  $B(t)$  приликом мерења [105]. У поменутом истраживању су разматрани различити случајеви почев од тога да је  $B(t)$  представљено са једним сегментом на четвртини периоде (троугаони облик) до случаја када се  $B(t)$  практично може сматрати идеалном синусоидом. Додатно, снага магнећења је од великог значаја у процесу одређивања средњих губитака снаге услед магнећења језгра. Као пример може се узети њена примена на моделовање губитака снаге електричних машина за случај троугаоног  $B(t)$  са заобљеним врхом [106]. Сходно њеном значају, од интереса би било дефинисати процедуру адекватне тачности и једноставности за њену симулацију при различитим фреквенцијама, амплитудама и облицима  $B(t)$ , а за ограничен број мерених података. Такође, за анализу и решавање сложенијих проблема у магнетизму, може бити погодније да се дати проблем сагледа засебно из угла губитака и угла нелинеарности. У ту сврху  $p(t)$  треба раздвојити на две компоненте - апсорбовану  $p_a(t)$  и осцилујућу  $p_o(t)$  компоненту. Раздвајање је могуће извршити применом хармонијске анализе. Неки од начина за то су директном комбинацијом хармоника  $H(t)$  и  $B(t)$  [107] и раздвајањем  $H(t)$  применом хармонијске анализе, а потом множењем компоненти са  $dB/dt$  [103].

### 7.1. Симулација тренутне снаге магнећења

У оквиру ове дисертације разматраће се два приступа симулације тренутне снаге магнећења која одговара  $B(t)$  са амплитудом  $B_{max}$  од интереса. Први приступ се базира на симулацији  $p(t)$ , директном применом НИМ-а на резултате мерења  $p(t)$  за контролисан облик и амплитуду  $B(t)$  [108]. Процедура симулације је аналогна са оном предложеном у Глави 4 и врши се применом следећих корака:

- 1) обрада резултата мерења тако да за свако  $p(t)$  важи да је одговарајуће  $B(t=0)=B_{min}$ ;
- 2) спровођење хармонијске анализе и одређивање амплитуда и фаза хармоника  $p(t)$ ;
- 3) одређивање укупног броја хармоника од интереса;
- 4) формирање табела прорачунатих амплитуда и фаза хармоника сортираних према рангу хармонијске компоненте и амплитуди  $B(t)$  за коју су мерења добијена;
- 5) интерполација амплитуда и фаза хармоника  $p(t)$  за  $B_{max}$  од интереса;
- 6) формирање новог  $p(t)$  сумирањем нових хармонијских компоненти добијених у кораку 5).

Приликом хармонијске анализе за случајеве  $B(t)$  разматране у овој дисертацији (периодично, непрекидно и симетрично  $B(t)$  у односу на временску осу) може се увидети да су од интереса само једносмерна хармонијска компонента и парни хармоници док су амплитуде непарних хармоника занемарљиво мале. Ипак, у генералном случају и због адекватније тачности, препорука је извршити анализу и непарних хармонијских компоненти пре њиховог занемаривања.

Овај приступ је у свом основном облику ограничен обликом и фреквенцијом  $B(t)$  за које су мерења извршена. Област примене се може проширити и на утицај додатних параметара, попут фреквенције, температуре, силе и друго, уколико су доступни подаци адекватног броја мерења са довољно малим кораком промене параметра између сетова

мерења. Другим речима, када се нпр. разматра утицај промене фреквенције на  $p(t)$  било би потребно прикупити сетове података мерења за различито  $B_{\max}$ , при чему је сваки сет добијен за различиту фреквенцију извора. У циљу побољшања тачности методологије, корак промене фреквенције између сетова би требао бити што мањи. Он може бити променљив у зависности од материјала од кога је језгро направљено, односно промене  $p(t)$  за исто  $B_{\max}$  и две узастопне промене фреквенције.

Када се разматра утицај додатних параметара сваки параметар додаје једну димензију интерполацији у кораку 5) па се иста може вршити и у 3D (нпр. амплитуда хармоника - амплитуда  $B(t)$  - фреквенција), 4D (нпр. амплитуда хармоника - амплитуда  $B(t)$  - фреквенција - температура) или вишим нивоима. Адекватан корак промене параметра чији се утицај разматра у многоме зависи од самог језгра, тј. од степена зависности карактеристика језгра од разматраног параметра. Зависност може бити линеарна, нелинеарна и друго. Поступак симулације директном применом НИМ-а, уз додатно разматрање фреквенције  $f$ , примењен је на симулацију  $p_a(t)$  компоненте снаге магнећења језгра направљеног од феритног материјала N87, [109]. Тиме се може показати да се принцип симулације базиран на хармонијској анализи може применити и на друге материјале поред феромагнетских лимова.

Други приступ је заснован на индиректном прорачуну  $p(t)$  применом (5.4) и процедуре за симулацију  $H(t)$  применом НИМ-а и STL-а (Глава 5). Процедура симулације се може спровести применом следећих корака:

- 1) обрада резултата квазистатичких мерења тако да за свако  $H_{qs}(t)$  важи да је одговарајуће  $B(t=0)=B_{\min}$ ;
- 2) спровођење хармонијске анализе и одређивање амплитуда и фаза хармоника измерених  $H_{qs}(t)$ ;
- 3) одређивање укупног броја хармоника од интереса;
- 4) формирање табела прорачунатих амплитуда и фаза хармоника, сортираних према рангу хармонијске компоненте и амплитуди  $B(t)$  за коју су мерења добијена;
- 5) интерполација амплитуда и фаза хармоника за  $B_{\max}$  од интереса;
- 6) формирање новог  $H_{qs}(t)$  сумирањем нових хармонијских компоненти добијених у кораку 5). Уколико се облик  $B(t)$  од интереса разликује од онога за кога су добијена мерења, у овом кораку је потребно приступити реконструкцији квазистатичке хистерезисне петље тако да коначно  $H_{qs}(t)$  одговара  $B(t)$  од интереса. Принцип реконструкције је описан у Глави 6;
- 7) прорачун магнетског поља вртложних струја,  $H_{eddy}(t)$ ;
- 8) прорачун феноменолошких параметара додатног магнетског поља  $H_{exc}(t)$ , у зависности од одабране апроксимације зависности  $n(H_{exc})$ ;
- 9) прорачун  $H_{exc}(t)$ ;
- 10) сумирање прорачунатих  $H_{qs}(t)$ ,  $H_{eddy}(t)$  и  $H_{exc}(t)$  у  $H(t)$ ;
- 11) прорачун  $p(t)$  помоћу  $H(t)$  и  $dB/dt$ .

Својство квазистатичких петљи да њихов облик не зависи од облика  $B(t)$  већ само од његове амплитуде, треба користити обазриво. Разлог томе је што другачији облик  $B(t)$ , у односу на онај са којим се врше динамичка мерења за одређивање осталих (феноменолошких) параметара STL модела, може утицати на промену поменутих параметара. Као резултат, резултујуће  $H_{exc}(t)$ , добијено са феноменолошким параметрима за мерено  $B(t)$ , не мора одговарати разматраном  $B(t)$ . Међутим, за потребе истраживања у овој дисертацији, разматраће се исто  $B(t)$  или са мањим одступањима у односу на оно коришћено за мерење.

Предност другог приступа симулацији  $p(t)$  је што се иста може извршити за произвољну амплитуду, фреквенцију и облик  $B(t)$ . Међутим, повезаност са STL моделом и његовим ограничењима, као и проценама параметара истог, може значајно утицати на њен коначан резултат.

## 7.2. Разлагање тренутне снаге магнећења

Према истраживањима и закључцима које је дао Чуа и применио де Леон, указује се на постојање две компоненте тренутне снаге у електричном колу - апсорбована и осцилујућа компонента [20, 110]. Применом Амперовог и Фарадејевог закона, уз претпоставку равномерне расподеле  $B(t)$  по попречном пресеку језгра и равномерног магнећења дуж његове средње линије, поменуто истраживање се из електричних може превести у магнетске величине.

Као предуслов за започињање хармонијске анализе у Глави 4 извршено је временско померање резултата мерења. Дакле, за случај када је  $B(t)$  синусног облика и временски померено тако да важи  $B(t=0)=B_{\min}$ , и за мерење  $H(t)$  на линеарном делу криве магнећења материјала од кога је језгро направљено, важи:

$$\frac{dB(t)}{dt} = \omega B_m \sin(\omega t), \quad (7.1)$$

$$H(t) = H_m \cos(\omega t + \alpha), \quad (7.2)$$

где су  $B_m$  и  $H_m$  амплитуде измерених  $B(t)$  и  $H(t)$  при угаоној учестаности  $\omega$ , а  $\alpha$  је фазни померај  $H(t)$  у односу на  $B(t)$ .

Временски облик  $H(t)$  из (7.2), се може разложити на две компоненте - синусну  $H_s(t)$  и косинусну компоненту  $H_c(t)$ , односно:

$$H(t) = \underbrace{a \cos(\omega t)}_{H_c(t)} + \underbrace{b \sin(\omega t)}_{H_s(t)}, \quad (7.3)$$

где су  $a$  и  $b$  хармонијски коефицијенти прорачунати из (4.3) и (4.4), респективно.

Тада се тренутна вредност снаге магнећења по јединици запремине може добити применом израза:

$$p(t) = \omega B_m H_m \sin(\omega t) (a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t)). \quad (7.4)$$

Сређивањем израза (7.4) може се добити:

$$p(t) = \underbrace{\frac{\omega B_m b}{2} (1 - \cos(2\omega t))}_{p_a(t)} + \underbrace{\frac{\omega B_m a}{2} \sin(2\omega t)}_{p_o(t)}. \quad (7.5)$$

Физичка интерпретација апсорбоване компоненте снаге  $p_a(t)$  је да је то снага која се утроши на потрошачу и трајно губи из система. Она је у временском домену увек позитивна. Осцилујућа компонента снаге  $p_o(t)$  представља снагу која наизменично кружи (осцилује) између потрошача и извора. Она је симетрична у односу на временску осу и мења своју вредност од  $p_{o\min}(t)$  до  $p_{o\max}(t)$ . Поменуте граничне вредности су једнаке по својој апсолутној вредности. Додатно, фреквенција осциловања укупне снаге магнећења као и њених компоненти, увек је двоструко већа од фреквенције побудног напона система.

Сходно дефиницији, средња вредност снаге магнећења, односно средњи губици по јединици запремине испитиваног језгра, могу се одредити применом:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p_a(t) dt, \quad (7.6)$$

док је средња вредност осцилујуће компоненте, једнака нули, односно:

$$\frac{1}{T} \int_0^T p_o(t) dt = 0. \quad (7.7)$$

Израз (7.5) аналоган је изразу приказаном у Чуиним истраживањима за случај електричног кола када напон није фазно померен у односу на тренутак  $t=0$  s [20]. Додатна потврда (7.5) се може размотрити и из угла аналогije електричног и магнетског кола. На потрошачу у колу наизменичне струје јавиће се чиста активна снага, уколико су напон и струја на њему у фази, односно  $dB/dt$  и  $H(t)$  ако се разматра снага магнећења. То је случај ако је у (7.2)  $\alpha=-\pi/2$ . Тада је у (7.3)  $a=0$ , па је и  $p_o(t)=0$ . Додатно, снага  $p(t)$  је тада позитивна за сваки тренутак времена  $t$ . Дакле, из (7.5) се добија  $p(t)=p_a(t)$ , што показује оправданост (7.5) у датом граничном случају. Други гранични случај би био када је  $\alpha=-\pi$  што, преведено у електричне величине, представља случај када је у коло прикључен чисто индуктивни потрошач. Тада је у (7.3)  $b=0$ , па је и  $p_a(t)=0$ , а из (7.5) се добија да је  $p(t)=p_o(t)$ . Другим речима, на потрошачу ће постојати само осцилујућа компонента тренутне снаге. У овој дисертацији разматрани су претежно индуктивни потрошачи (феромагнетска језгра са намотајима). У том случају важи  $-\pi \leq \alpha \leq -\pi/2$ . Када се тако  $\alpha$  уврсти у (7.5) резултат за  $p_a(t)$  је увек позитиван док  $p_o(t)$  осцилује симетрично у односу на временску осу, што одговара дефиницијама компоненти.

Услед изражене нелинеарности феромагнетских материјала,  $H(t)$  дато са (7.2) није чест случај (видети Сliku 4.1). Израз (7.2) би се могао применити само за линеарни део криве магнећења, односно док хистерезисне петље поседују облик елипсе. Ако се посматра  $H(t)$  добијено при мерењу у нелинеарном делу карактеристике магнећења материјала, а при контролисаном синусном облику за  $B(t)$  (Слика 4.1), оно се може представити као сума коначног броја својих непарних хармонијских компоненти:

$$H(t) = \sum_{k=1}^N A_{2k-1} \cos((2k-1)\omega t + \theta_{2k-1}), \quad (7.8)$$

односно

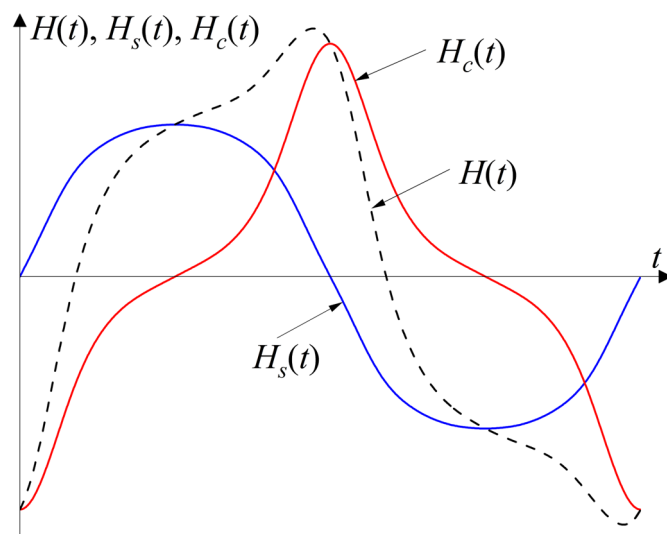
$$H(t) = \underbrace{\sum_{k=1}^N a_{2k-1} \cos((2k-1)\omega t)}_{H_c(t)} + \underbrace{\sum_{k=1}^N b_{2k-1} \sin((2k-1)\omega t)}_{H_s(t)}. \quad (7.9)$$

Као што је већ напоменуто у Глави 4, једносмерна и парне хармонијске компоненте  $H(t)$  се, за реалне случајеве разматране у овој дисертацији, могу занемарити. Сличан принцип раздвајања предложио је и Саито [69]. На Слици 7.1 приказан је изглед реалног  $H(t)$ , као и његова синусна  $H_s(t)$  и косинусна  $H_c(t)$  компонента. Може се приметити да је резултујућа  $H_s(t)$  у фази са  $dB/dt$  из (7.1), док је  $H_c(t)$  померено за  $\pi/2$ . То доводи до закључка да се  $p_a(t)$  и  $p_o(t)$  могу добити применом израза (7.10) и (7.11):

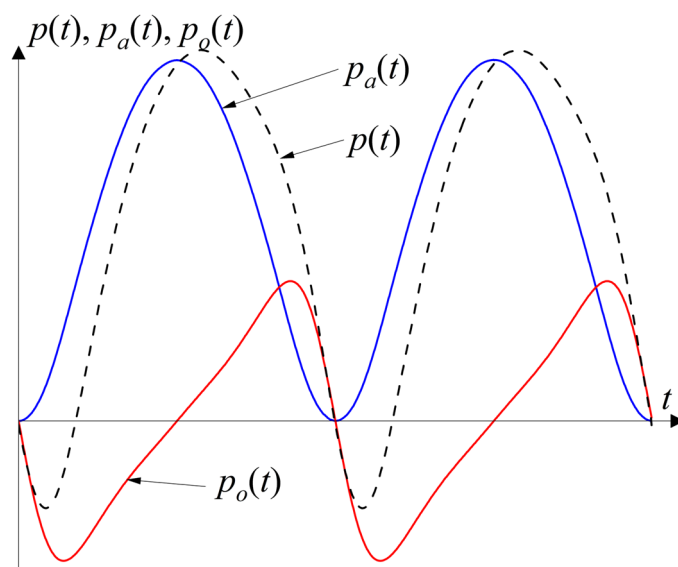
$$p_a(t) = H_s(t) \frac{dB(t)}{dt}, \quad (7.10)$$

$$p_o(t) = H_c(t) \frac{dB(t)}{dt}. \quad (7.11)$$

На Слици 7.2 приказан је изглед  $p(t)$ ,  $p_a(t)$  и  $p_o(t)$ , респективно, за синусни облик  $B(t)$ . Приказане криве одговарају  $H(t)$ ,  $H_s(t)$  и  $H_c(t)$  дате на Слици 7.1.



Слика 7.1 – Пример синусне  $H_s(t)$  и косинусне  $H_c(t)$  компоненте  $H(t)$  за синусно  $B(t)$ .

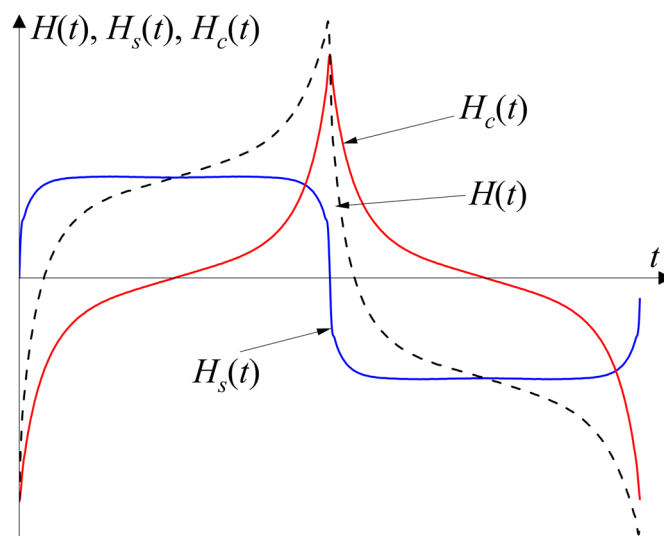


Слика 7.2 – Пример тренутне снаге магнећења  $p(t)$ , њене апсорбоване  $p_a(t)$  и осцилујуће  $p_o(t)$  компоненте за синусно  $B(t)$ .

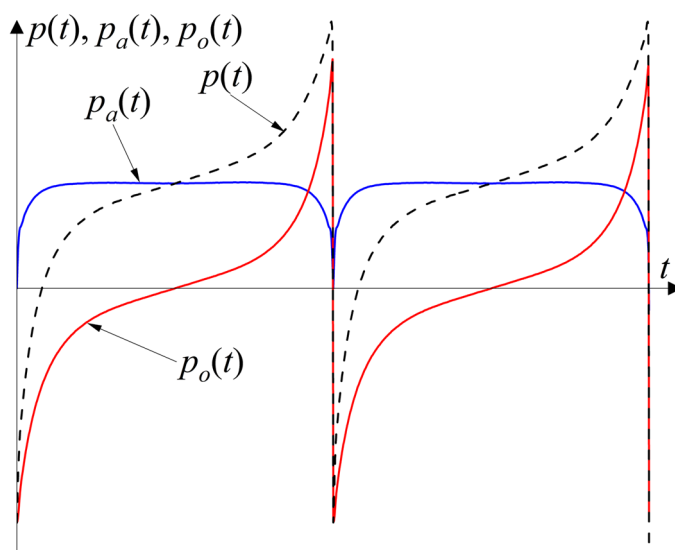
Предложена процедура одређивања компоненти  $p(t)$  може се генерализовати за друге облике  $B(t)$ , односно  $dB/dt$ , све док су поменуте величине периодичне, глатке (са по једним локалним минимумом и максимумом у свакој периоди) и симетричне у односу на временску осу, као и да важи  $B(t=0)=B_{\min}$ . Као пример, разматрано је  $B(t)$  облика троугла. Овај облик је одабран јер његово  $dB/dt$  садржи велики број хармонијских компоненти. На Сликама 7.3 и 7.4 приказан је изглед  $H(t)$  и  $p(t)$  са њиховим компонентама за  $B(t)$  троугаоног облика, респективно.

Са Слика 7.2 и 7.4 се може увидети да је  $p_a(t)$  увек позитивно, а да је  $p_o(t)$  симетрично у односу на временску осу. То указује на постојаност израза (7.6) и (7.7) који представљају дефиниционе изразе за  $p_a(t)$  и  $p_o(t)$ . Може се закључити да се предложени

принцип раздвајања  $p(t)$  на конститутивне компоненте може применити на реалне резултате мерења са језгрима од феромагнетског (али и других) материјала, за које  $B(t)$  не мора бити синусног облика.



Слика 7.3 – Пример синусне  $H_s(t)$  и косинусне  $H_c(t)$  компоненте  $H(t)$  за троугаоно  $B(t)$ .



Слика 7.4 – Пример тренутне снаге магнећења  $p(t)$ , њене апсорбоване  $p_a(t)$  и осцилујуће  $p_o(t)$  компоненте за троугаоно  $B(t)$ .

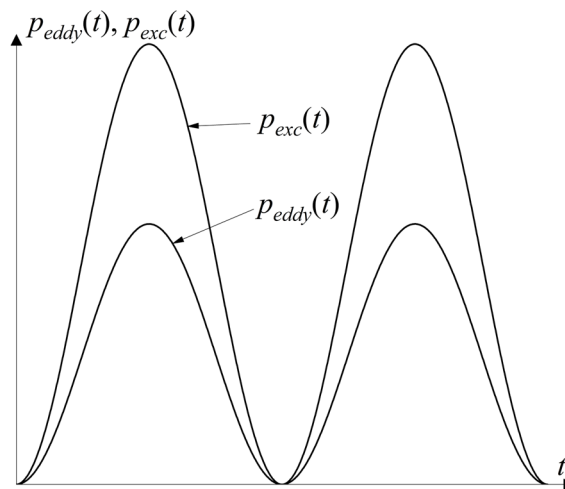
Уколико би било потребно одредити неку од компоненти  $p(t)$  за  $B_{\max}$  од интереса, то се може учинити пратећи једну од процедура датих у поглављу 7.1. У случају прве процедуре, за улазне параметре би се користио сет  $p_a(t)$  или  $p_o(t)$  прорачунат из мерења  $H(t)$  и  $B(t)$ , или би се НИМ могао употребити за добијање  $H(t)$  за  $B_{\max}$ , уз његово разлагање применом (7.9). Компонента  $p(t)$  од интереса се тада може добити применом (7.10) или (7.11). Са друге стране, у случају када је потребно одредити компоненте за произвољну фреквенцију, то би се могло учинити пратећи други приступ симулацији из поглавља 7.1, тј, комбинацијом НИМ и STL методологије. Разлика би се јавила тек на крају процедуре, у кораку 11), где би се прво извршило раздвајање  $H(t)$  применом (7.7), па тек онда



множење синусне и косинусне компоненте  $H(t)$  са  $dB/dt$ . На тај начин се добијају  $p_a(t)$  и  $p_o(t)$ , а не укупно  $p(t)$  које је предвиђено као резултат оригиналног приступа.

### 7.3. Веза компоненти снаге магнећења и STL модела

Према (5.7), динамичко магнетско поље  $H(t)$  се састоји из три компоненте. Имајући у виду изразе за прорачун  $H_{eddy}(t)$  и  $H_{exc}(t)$  компоненте, може се закључити да су те компоненте у фази са  $dB/dt$ . То за последицу има да ће  $p_{eddy}(t)$  и  $p_{exc}(t)$ , добијене применом (5.4) на  $H_{eddy}(t)$  и  $H_{exc}(t)$ , имати позитивну вредност у сваком тренутку  $t$ . На Слици 7.5 приказани су временски облици компоненти снаге магнећења које представљају губитке услед вртложних струја  $p_{eddy}(t)$ , као и додатне губитке  $p_{exc}(t)$  за синусни облик  $B(t)$ .



Слика 7.5 – Временски облици губитака услед вртложних струја и додатних губитака.

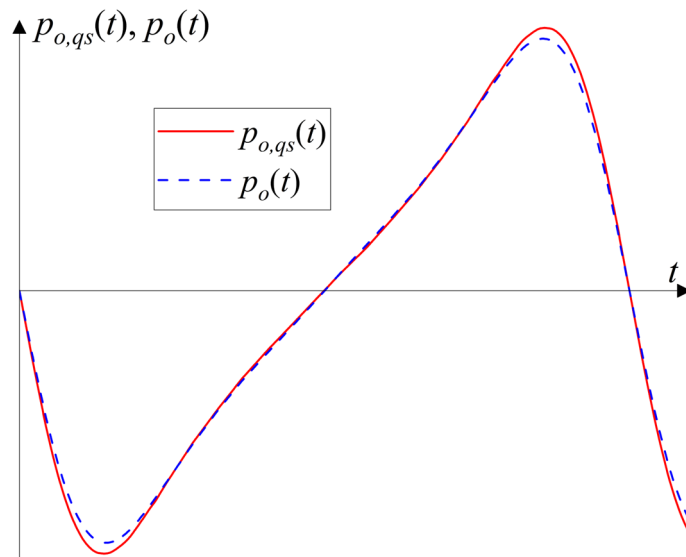
Узимајући у обзир да је  $p_a(t)$  по дефиницији увек позитивно и представља снагу која се неповратно троши, може се закључити да су губици приказани на Слици 7.5 заправо саставни делови  $p_a(t)$  компоненте укупне (динамичке) тренутне снаге магнећења  $p_{dyn}(t)$ . То за последицу има да су осцилујуће компоненте  $p_o(t)$  снаге  $p_{dyn}(t)$  и њене квазистатичке компоненте  $p_{qs}(t)$  једнаке [103], односно:

$$p(t) = \underbrace{p_{a,qs}(t) + p_{eddy}(t) + p_{exc}(t)}_{p_a(t)} + \underbrace{p_{o,qs}(t)}_{p_o(t)}, \quad (7.12)$$

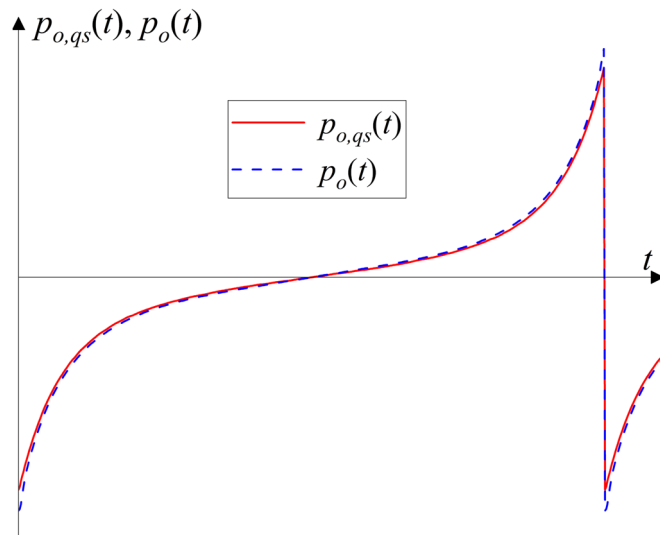
где су  $p_{a,qs}(t)$  и  $p_{o,qs}(t)$  апсорбована и осцилујућа компонента квазистатичке компоненте тренутне снаге магнећења.

На Сликама 7.6 и 7.7 приказано је поређење  $p_o(t)$  и  $p_{o,qs}(t)$  за синусни и троугаони облик  $B(t)$ , респективно. Због боље прегледности резултата, на Сликама 7.6 и 7.7 је приказана само прва половина периоде величина од интереса.

Као што се из датог поређења може приметити, у пракси се не може очекивати идеално слагање осцилујућих компоненти. Један од разлога су грешке услед мерења, односно отежане контроле  $B(t)$ , на ниским квазистатичким фреквенцијама (Глава 3). Додатно, треба узети у обзир да је STL само модел и не обухвата све појединости изузетно сложених процеса приликом магнећења узорка.



Слика 7.6 – Поређење  $p_o(t)$  и  $p_{o,qs}(t)$  за синусно  $B(t)$ .



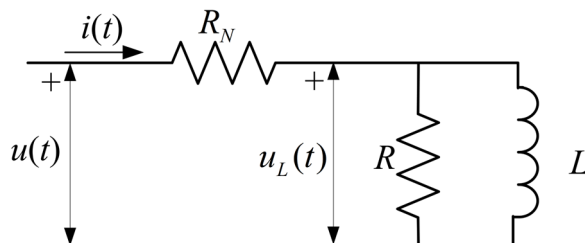
Слика 7.7 – Поређење  $p_o(t)$  и  $p_{o,qs}(t)$  за троугаоно  $B(t)$ .

## 8. ПРОРАЧУН $R$ И $L$ ПАРАМЕТАРА ЗАМЕНСКЕ ШЕМЕ НЕЛИНЕАРНОГ КАЛЕМА СА ХИСТЕРЕЗИСОМ

Као што је предочено у Глави 2, у пракси се реални нелинеарни хистерезисни калем често мења својим заменским шемама. Употреба  $RL$  заменске шеме је учестала приликом решавања електричних кола са поменутиим елементом јер се на тај начин проблематика решавања међусобно спрегнутог електричног и магнетског кола своди само на решавање еквивалентног електричног кола.

У свом основном облику,  $RL$  заменску шему чине два елемента – отпорност  $R$  и индуктивност  $L$ , везани у редну или паралелну везу. Параметром  $R$  се у том случају моделују губици активне снаге у калему (пропорционални ширини хистерезисне петље), а параметар  $L$  служи да би се описала његова нелинеарност. Додатно, елементи заменске шеме могу се окарактерисати као линеарни или нелинеарни. Сходно томе, заменска шема се може применити као линеарна, нелинеарна и комбинована. У зависности од линеарности и топологије примењене  $RL$  заменске шеме, добијени резултати прорачуна могу значајно одступати од реалних прилика у колу, а нарочито ако се прорачун врши у временском домену.

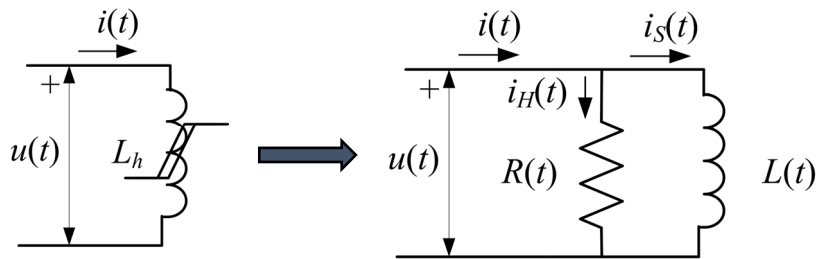
Веродостојнији резултати у временском домену могу се добити ако се карактеристике елемената заменске шеме,  $R$  и  $L$ , посматрају као временски променљиве величине. Овај приступ је у својим публикацијама разматрао де Леон по узору на начела која се дао Чуа [20, 37, 38]. Он је проблематику параметризације елемената  $RL$  заменске шеме разматрао из два угла. Први приступ подразумева да се утицај нелинеарности и хистерезиса калема у целисти мења са једним  $L(t)$  елементом, док се у другом приступу ти утицаји разматрају раздвојено у виду паралелне везе  $R(t)$  и  $L(t)$ , респективно. Битно је нагласити да де Леон такође узима у обзир и утицај намотаја калема у виду чисте омске отпорности која се на ред везује са  $L(t)$  у првом, односно са паралелном везом  $R(t)$  и  $L(t)$ , у другом случају. Међутим, за потребе истраживања у овој дисертацији та отпорност се занемарује. То је из разлога јер се приликом мерења хистерезисних петљи применом контроле облика  $B(t)$  њен утицај (аналогно утицају шант отпорника) значајно умањује. Поступак контроле је описан у Глави 3. Додатно, индуковани напон на крајевима калема је пропорционалан  $dB/dt$  које одговара  $B(t)$  у језгру, а не улазном напону  $u(t)$  које се доводи на калем. Разлика у облику напона индукованог на намотајима калема и улазног напона могла би се приписати паду напона услед расипања магнетског флукса, омске отпорности намотаја и друго. Дакле, прорачун елемената  $RL$  заменске шеме је независан од падова напона од извора до напона индукованог на калему ако се за улазне параметре прорачуна користе измерене  $H(t)$  и  $B(t)$  феромагнетског језгра. Илустрација поменутог својства када се разматра само утицај омске отпорности намотаја калема дата је на Слици 8.1, где је  $R_N$  отпорност намотаја калема,  $i(t)$  је електрична струја пропорционална мереном  $H(t)$ , а  $u_L(t)$  напон индукован на крајевима калема пропорционалан  $dB/dt$ .



Слика 8.1 – Илустрација зависности параметара заменске шеме од отпорности намотаја.

Са друге стране, код де Леона, који за своја истраживања користи мерења струје и напона на прикључним крајевима калема, отпорност намотаја се не може лако занемарити јер се индуковани напон пропорционалан  $dB/dt$  може разликовати од мереног напона. Приликом терминалних мерења заправо се мери напон  $u(t)$ , а не  $u_L(t)$  (Слика 8.1).

Де Леон у свом нумеричком поступку, за паралелно везане  $R(t)$  и  $L(t)$ , полази од чињенице коју је навео Чуа, а то је да се електрична струја, која протиче кроз магнетизујуће намотаје реалног калема са феромагнетским језгром може раздвојити на две компоненте. Прва компонента ствара губитке снаге, а друга компонента снагу која осцилује између извора и потрошача [20]. Де Леон те компоненте означава са  $i_H(t)$  и  $i_S(t)$ , респективно. На Слици 8.2 дата је паралелна  $RL$  шема са назначеним компонентама струје магнетнења калема и временски променљивим елементима  $R(t)$  и  $L(t)$ . С обзиром на то да се у овој дисертацији за дато разматрање отпорност намотаја занемарује, то се за напон на прикључним крајевима може разматрати случај  $u(t)=d\phi/dt$ , где је  $\phi(t)$  магнетски флуks у језгру калема.



Слика 8.2 – Разматрана паралелна  $R$  и  $L$  заменска шема нелинеарног калема са хистерезисом.

Компонента струје  $i_S(t)$ , коју де Леон назива струја сатурације, одређује се као средња вредност леве и десне стране  $\phi$ - $i$  карактеристике. Поменута карактеристика се добија из терминалних мерења (мерења на прикључним крајевима) напона и струје и пропорционална је хистерезисној петљи калема. На Слици 8.3 приказана је  $\phi$ - $i$  карактеристика за прорачун  $i_S(t)$ . Битно је напоменути да се под  $\phi$  у овом случају подразумева укупни магнетски флуks кроз све навојке калема.

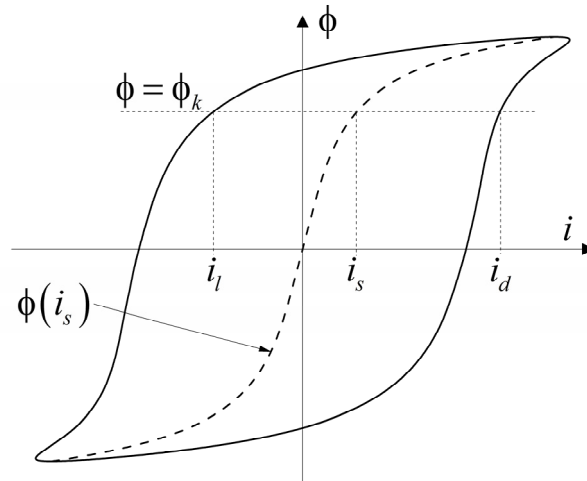
Ако се у тренутку  $t=t_k$  за који је  $\phi(t)=\phi_k$ , са леве и десне стране  $\phi$ - $i$  карактеристике читају вредности струја  $i_l$  и  $i_d$ , респективно, тада се вредност  $i_S(t_k)$  може добити применом израза:

$$i_S(t_k) = \frac{i_l + i_d}{2}. \quad (8.1)$$

Прорачун применом (8.1) треба поновити за све вредности  $t_k$  од 0 до  $T$ , где је  $T$  периода. Приликом прорачуна треба обратити пажњу да израз (8.1), према Слици 8.3, важи када је  $d\phi/dt > 0$ , док ће лева и десна страна карактеристике заменити места за  $d\phi/dt < 0$ . Дакле, практичније би било употребити израз:

$$i_S(t_k) = \frac{i(t_k) + i(T - t_k)}{2}, \quad (8.2)$$

за све вредности  $t_k$ .



Слика 8.3 – Принцип прорачуна  $i_s$  у тренутку  $t=t_k$ .

Хистерезисна компонента струје  $i_H(t)$  се прорачунава као разлика измерене струје  $i(t)$  и прорачунате компоненте  $i_s(t)$ , односно:

$$i_H(t) = i(t) - i_s(t). \quad (8.3)$$

На крају, вредности параметара,  $R(t)$  и  $L(t)$  у тренутку  $t=t_k$  могу се одредити изразима (8.4) и (8.5), респективно:

$$R(t_k) = \frac{d\phi(t_k)}{i_H(t_k)}, \quad (8.4)$$

$$L(t_k) = \frac{d\phi(t_k)}{di_s(t_k)} = \frac{d\phi(t_k)}{di_s(t_k)} \cdot \frac{dt}{dt}. \quad (8.5)$$

Као што је већ речено, описани поступак је нумерички, стога је од интереса формулисати аналитички поступак одређивања компоненти паралелне заменске шеме за нелинеарни калем са хистерезисом. То се може учинити применом хармонијске анализе.

Полазећи од дефиниције паралелне заменске шеме, може се увидети да се она у основи састоји од елемента на коме се развија апсорбована снага -  $R(t)$ , и елемента на коме се развија осцилујућа снага -  $L(t)$ . Сходно томе, може се направити паралела са истраживањима која се тичу раздвајања тренутне снаге магнећења на две конститутивне компоненте, а која су изнесена у оквиру Главе 7, и одредити изрази за прорачуне  $R(t)$  и  $L(t)$  [111]. Извођење поменутих израза започиње са становишта енергије магнећења, узимајући у обзир да се за елементарну запреминску густину енергије магнећења  $dw_m$  може написати [112]:

$$dw_m = HdB. \quad (8.6)$$

Дељењем леве и десне стране (8.6) са  $dt$  уз примену истраживања из Главе 7, добија се већ неколико пута примењиван израз за прорачун тренутне снаге магнећења по јединци запремине и њеног разлагања на компоненте:

$$\frac{dw_m}{dt} = H \frac{dB}{dt} = (H_s + H_c) \frac{dB}{dt} = p = p_a + p_o, \quad (8.7)$$

где су  $p_a(t)$  и  $p_o(t)$  активна и осцилујућа компонента снаге магнећења језгра по јединици запремине прорачунате применом (7.10) и (7.11), респективно.

Даљим множењем (8.7) са  $N/N$ , где је  $N$  укупан број навојака на калему, и са  $V=l_cS$ , где је  $V$  запремина феромагнетског језгра калема,  $l_c$  дужина средње линије и  $S$  површина попречног пресека језгра калема, добија се:

$$(p_a + p_o)V = \frac{l_c}{N}(H_s + H_c) \frac{dB}{dt} NS. \quad (8.8)$$

Када се на (8.8) примени Амперов закон уз апроксимацију равномерног магнећења дуж средње линије и ако се сматра да је  $B(t)$  по попречном пресеку такође равномерна, добија се:

$$(p_a + p_o)V = i_s \frac{d\phi}{dt} + i_c \frac{d\phi}{dt}. \quad (8.9)$$

На основу (8.9), дефиниционих образаца (7.10) и (7.11) и заменске шеме са Сlike 8.2, могуће је успоставити аналогију између струја  $i_s(t)$  и  $i_c(t)$ , као и  $i_H(t)$  и  $i_s(t)$ . Из Омовог закона примењеног на разматрану паралелну заменску шему (Слика 8.2), као и дефиниционог израза за индуктивност, добија се:

$$\frac{d\phi}{dt} = R(t)i_s, \quad (8.10)$$

$$L(t) = \frac{d\phi}{di_c}. \quad (8.11)$$

Заменом (8.10) и (8.11) у (8.9) и даљим сређивањем израза, може се написати (8.12):

$$(p_a + p_o)V = \frac{\left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2}{R(t)} + L(t)i_c \frac{di_c}{dt} = \frac{\left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2}{R(t)} + \frac{1}{2}L(t) \frac{d(i_c^2)}{dt}. \quad (8.12)$$

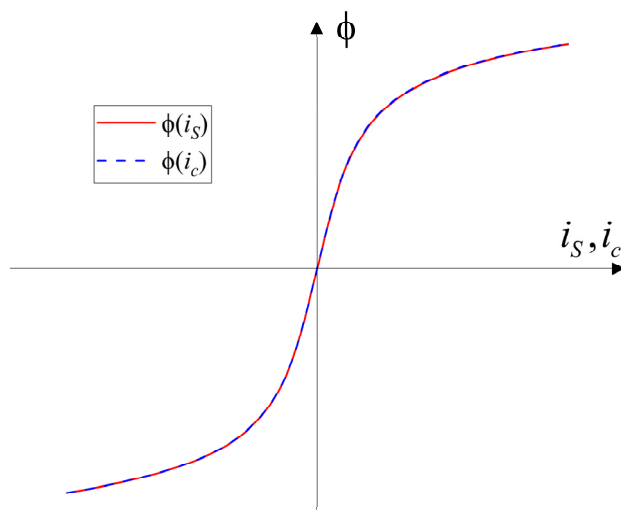
На крају, на основу претходно наведених дефиниција елемената паралелне  $RL$  заменске шеме могу се груписати параметри из (8.12) и формирати изрази (8.13) и (8.14). Поменути изрази су аналогни изразима (8.4) и (8.5).

$$R(t) = \frac{1}{V} \frac{\left(\frac{d\phi(t)}{dt}\right)^2}{p_a(t)}, \quad (8.13)$$

$$L(t) = V \frac{2p_o(t)}{\frac{d(i_c^2(t))}{dt}}. \quad (8.14)$$

На Слици 8.4 дате су зависности  $\phi(i_s)$ , за  $i_s(t)$  добијено нумерички (графички) према принципу са Сlike 8.3, и  $\phi(i_c)$ , за  $i_c(t)$  добијено применом хармонијске анализе. Може се приметити да се криве  $\phi(i_s)$  и  $\phi(i_c)$  скоро у потпуности слажу чиме се потврђује

аналогија између  $i_s(t)$  и  $i_c(t)$ . Минорна одступања, реда величине дела процента, могу се приписати нумеричким грешкама приликом прорачуна као и несавршеностима мерених података. Узимајући у обзир тако добро слагање резултата за два различита принципа прорачуна, а сходно изразу (8.3), може се на аналоган начин доказати и еквивалентност између  $i_H(t)$  и  $i_s(t)$ .



Слика 8.4 – Поређење зависности  $\phi(i_s)$  и  $\phi(i_c)$ .

Параметри  $R(t)$  и  $L(t)$  за  $B_{\max}$  од интереса (или за амплитуду магнетског флука ако је погодније за решавање датог проблема) могу се добити посредством НИМ-а или његове комбинације са STL-ом. Препорука је да се прорачун врши одређивањем  $H(t)$  применом поступка из Главе 4 или Главе 5 (у зависности од потребе), а затим изврши раздвајање на синусну и косинусну компоненту и прорачуна  $p_a(t)$  и  $p_o(t)$  множењем добијених компоненти са  $dB/dt$ . На крају је потребно употребити Амперов и Фарадејев закон, прећи из магнетских величина у електричне и одредити потребне параметре заменске шеме из (8.13) и (8.14).

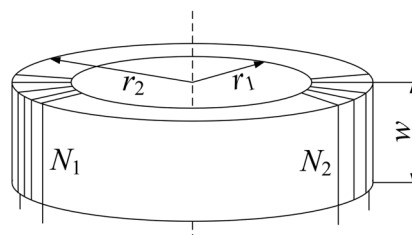
## 9. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ И СИМУЛАЦИОНИ РЕЗУЛТАТИ

Методологија за решавање проблема у магнетизму предложена у оквиру ове дисертације (НМ) заснива се на хармонијској анализи експериментално прикупљених података. Експериментални подаци су такође употребљени и за одређивање параметара STL модела као и за верификацију резултата прорачуна. Ипак, за поједине прорачуне попут оног који се тиче одређивања временски променљивих параметара  $RL$  заменске шеме за реалан хистерезисни калем, експерименталне податке није могуће прикупити јер је реч о моделу, а не о реалним елементима над којима се могу извршити мерења. У тим случајевима као верификациони подаци коришћени су подаци добијени према методологијама других аутора. Сходно томе, пре излагања резултата добијених применом НМ-а на поједине проблеме у магнетизму, потребно је изнети детаље о спроведеним мерењима.

### 9.1. Експериментално добијени резултати

Мерења временских облика јачине магнетског поља  $H(t)$  и магнетске индукције  $B(t)$  потребна за спровођење и верификацију симулационих процедура заснованих на НМ-у изведена су применом методе мерења засноване на виртуелној инструментацији и аквизицији података помоћу рачунара. Детаљи о примењеној методи мерења, потребним хардверским компонентама и апликацији написаној у програмском пакету LabVIEW, којом се омогућава задавање побудног напона, контрола облика  $B(t)$  или  $dB/dt$ , прикупљање и чување података и друго, дати су у Глави 3. Отпорност шант отпорника коришћеног приликом мерења била је  $0,5 \Omega$ , а преносни однос разделника напона за улазни напон и индуковани напон на крајевима индукционих намотаја (напон за аквизицију)  $10,35/1$  и  $4,1/1$  V/V, респективно. Преносни односи су одређени експерименталним путем, спроводећи мерења са и без разделника на  $50$  Hz и  $100$  Hz. Битно је нагласити да приликом одабира шанта и отпорника за разделнике посебну пажњу треба посветити променама карактеристика отпорника са променама фреквенције. Другим речима, треба их одабрати тако да им се отпорност не мења (или врло мало мења) са променом фреквенције у опсегу мерења. За потребе мерења у овој дисертацији одабрани су металфилмни отпорници.

Мерења су извршена са језгром торусног облика добијеног савијањем траке феромагнетског лима 27PH100, произвођача POSCO [113]. Употребљени лим намењен је изради језгара енергетских трансформатора. Дебљина лима је  $d=0,27$  mm, а ширина траке савијене у облик торуса  $w=15$  mm. Унутрашњи полупречник језгра је  $r_1=45$  mm, а спољашњи  $r_2=52,5$  mm. Дакле, однос полупречника формираног језгра  $r_2/r_1=52,5/45=1,17$  задовољава препоруке дате стандардом IEC 60404-6, према коме однос треба бити мањи од  $1,25$  [81]. Графички приказ торусног језгра са означеним релевантним параметрима дат је на Слици 9.1.



Слика 9.1 – Изглед намотаног торусног језгра.



Након формирања језгро је жарено, а потом остављено да се природним путем (постепено) охлади до амбијенталне температуре. Поступком жарења и хлађења постиже се релаксација материјала односно умањење механичких напрезања насталих у процесу савијања трака лима у торусни облик. На охлађено језгро равномерно је намотано укупно  $N_1=175$  навојака бакарне жице који формирају примарни (магнетизујући) намотај укупне омске отпорности  $R_{M1}=0,8 \Omega$ . Преко њих су намотана два секундарна (индукциона) намотаја на две стране торуса. С обзиром на то да су квазистатичка мерења (мерења при нижим фреквенцијама) неопходна за спровођење појединих симулација у овој дисертацији, то су секундарни намотаји повезани на ред образујући један секундарни намотај са укупно  $N_2=61$  навојака. На тај начин је омогућено да се и при нижим фреквенцијама на секундарним крајевима индукује напон задовољавајуће амплитуде за његову несметану аквизицију. Додатно, ради боље прегледности, подаци о језгру дати су у Табели 9.1. Подаци о дужини средње линије  $l_c$  и ефективној површини попречног пресека  $S$  добијени су применом (3.6) и (3.7), респективно. Специфична густина феромагнетског лима је  $\rho=7650 \text{ kg/m}^3$ . Изглед коришћеног торусног језгра са намотаним примарним и секундарним намотајима приказан је на Слици 9.2.

Табела 9.1 – Параметри феромагнетског торусног језгра.

Параметар	Вредност	Параметар	Вредност	Параметар	Вредност
$N_1$	175	$r_1$ [mm]	45	$l_c$ [m]	0,306
$N_2$	61	$r_2$ [mm]	52,5	$S$ [mm <sup>2</sup> ]	102,80
$R_{M1}$ [ $\Omega$ ]	0,8	$d$ [mm]	0,27	$m$ [kg]	0,241
$\sigma$ [kS/m]	2083	$w$ [mm]	15	-	-

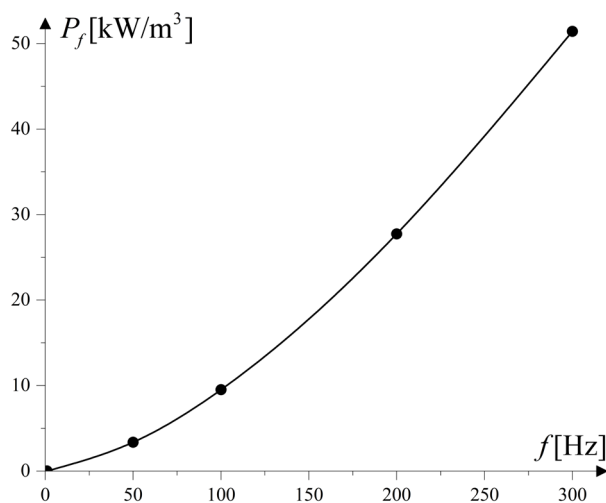


Слика 9.2 – Изглед намотаног торусног језгра.

Због боље прегледности, услед значајног броја спроведених мерења, биће представљени само поједини (главни) резултати мерења груписани у две групе – квазистатичка и динамичка мерења. Резултати су прикупљени са укупно 1000 тачака по периоди, за сваку разматрану фреквенцију  $f$ . Брзина одмеравања аквизиције (sample rate) подешена је као производ броја тачака и фреквенције,  $1000f$ . Додатно, као засебна целина биће изложени резултати мерења са торусним језгром од N87 феритног материјала, које су за потребе истраживања уступили истраживачи из лабораторије за енергетску електронику са Принстон Универзитета.

9.1.1. Услов квазистационарности мерења

Прелиминарни корак извођењу квазистатичких мерења подразумева одређивање квазистатичке фреквенције. То се може учинити према процедури која је предочена у Глави 4. Као први корак потребно је одредити референтну динамичку фреквенцију у односу на коју ће се одређивати квазистатичка фреквенција. У овом случају то је 50 Hz. Разлог због кога је она одабрана је тај што је то најнижа динамичка фреквенција разматрана у оквиру спроведених истраживања. Другим речима, ако се за фреквенцију од 50 Hz одреди адекватна квазистатичка, она ће засигурно бити квазистатичка и за фреквенције више од ње. То је из разлога што виша фреквенција условљава и веће специфичне губитке [94]. На Слици 9.3 представљени су специфични губици по јединици запремине за мерене вредности  $H(t)$  и  $B(t)$ . Мерења су извршена за  $B(t)$  синусног облика и амплитуде  $B_{\max}=1$  T, при фреквенцијама од 1, 50, 100, 200 и 300 Hz.



Слика 9.3 – Специфични губици по јединици запремине за  $B(t)$  синусног облика и амплитуде  $B_{\max}=1$  T, мерени при фреквенцијама од 1, 50, 100, 200 и 300 Hz.

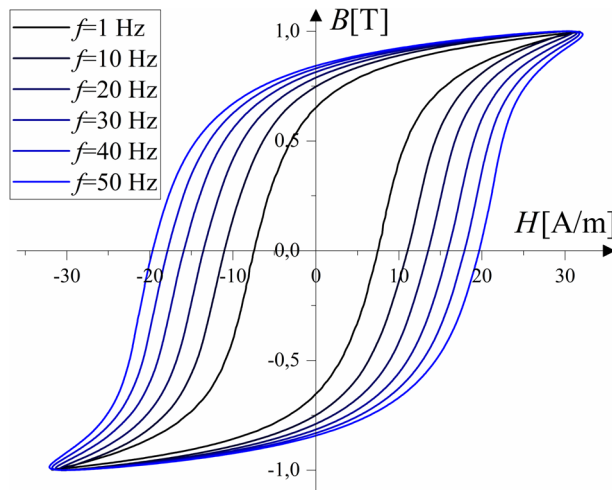
У Табели 9.2 наведене су вредности прорачунатих специфичних губитака по јединици запремине  $P_f$  за мерене резултате на  $f$  од 1, 10, 20, 30, 40 и 50 Hz. Додатно, дат је њихов процентуални удео (однос) у односу на специфичне губитке прорачунате за референтну динамичку петљу на 50 Hz,  $P_{50}$ .

Табела 9.2 – Специфични губици по јединици запремине за 1, 10, 20, 30, 40 и 50 Hz, за  $B(t)$  синусног облика и  $B_{\max}=1$  T

$f$ [Hz]	1	10	20	30	40	50
$P_f$ [W/m³]	25,07	376,28	932,36	1642,24	2454,96	3359,42
$100P_f/P_{50}$ [%]	0,75	11,20	27,75	48,88	73,08	100,00

Анализом резултата из Табеле 9.2 може се увидети да за  $f=1$  Hz однос  $P_f/P_{50}$  износи мање од 1%. Смањењем фреквенције испод 1 Hz не би се добило значајније смањење односа  $P_f/P_{50}$  јер би оно било изражено у деловима процента што је занемарљиво у односу на референтно динамичко мерење. Додатно, треба имати у виду потешкоће које се јављају при мерењима на ниским фреквенцијама. Неке од њих су отежана аквизиција података услед мале амплитуде мерених напона на шант отпорнику и индукционом намотају, висок

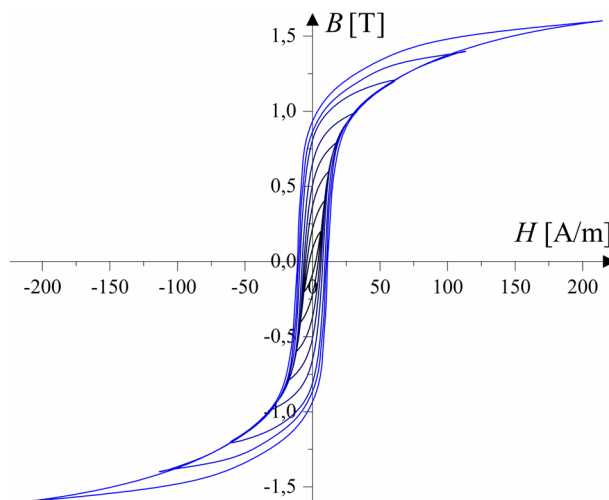
степен шума у мереним сигнаlima, дужина трајања мерења услед великог броја усредњавања, а велике дужине трајања периоде сигнала (за  $f < 1$  Hz,  $T > 1$  s), отежана контрола облика  $B(t)$  и друго. Сходно претходно наведеном, за потребе истраживања у овој дисертацији, за квазистатичку фреквенцију усвојена је фреквенција од 1 Hz. Ипак, уколико постоје могућности за то, препорука је извршити мерења и на фреквенцијама нижим од ње јер је на тај начин апроксимација статичких хистерезисних петљи квазистатичким још тачнија. На Слици 9.4 приказане су измерене хистерезисне петље чији су подаци за  $H(t)$  и  $B(t)$  употребљени за прорачуне података из Табеле 9.2.



Слика 9.4 – Хистерезисне петље мерене за  $B(t)$  синусног облика и амплитуде  $B_{\max} = 1$  Т, при фреквенцијама од 1, 10, 20, 30, 40 и 50 Hz.

### 9.1.2. Квазистатичка мерења

Сет квазистатичких мерења спроведен је на фреквенцији од 1 Hz уз контролу  $B(t)$  синусног облика за  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 Т са кораком од 0,2 Т (укупно 8 петљи). Резултати у облику хистерезисних петљи су приказани на Слици 9.5. Може се приметити да је број потребних квазистатичких мерења релативно мали, што је једна од предности НИМ-а.



Слика 9.5 – Квазистатичке хистерезисне петље мерене на  $f = 1$  Hz, за  $B(t)$  синусног облика и  $B_{\max}$  од 0,2 Т до 1,6 Т са кораком мерења од 0,2 Т.

Мерења су извршена без употребе омског разделника напона услед мале вредности напона индукованог на секундарним намотајима. Додатно, извршено је усредњавање између 800 и 1000 мерених сигнала приликом сваког мерење и то већи број за мање  $V_{\max}$  услед утицаја шума.

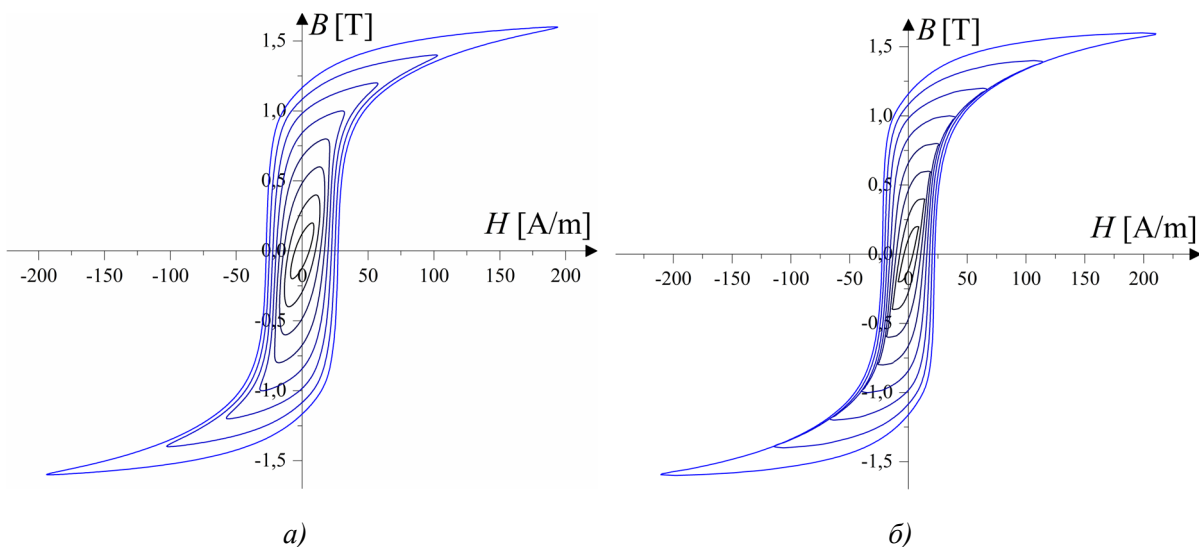
Такође, прикупљени су подаци квазистатичких мерења које треба употребити за одређивање адекватног ранга полиномних функција интерполације амплитуда и фаза хармонијских компоненти према процедури из Главе 4. Таква мерења се могу назвати и верификационим јер се њима омогућава провера (поређење) саме процедуре симулације  $H(t)$  за  $V_{\max}$  од интереса. Мерења су извршена за  $B(t)$  синусног облика са  $V_{\max}$  од 0,5, 0,9 и 1,5 Т. Сва мерења примењена у сврху потврде тачности предложених принципа прорачуна неће бити приказана засебно већ у оквиру поређења мерених и симулационих (прорачунатих) резултата. Претходно се односи како на квазистатичка тако и на динамичка мерења са феромагнетским језгром.

### 9.1.3. Динамичка мерења

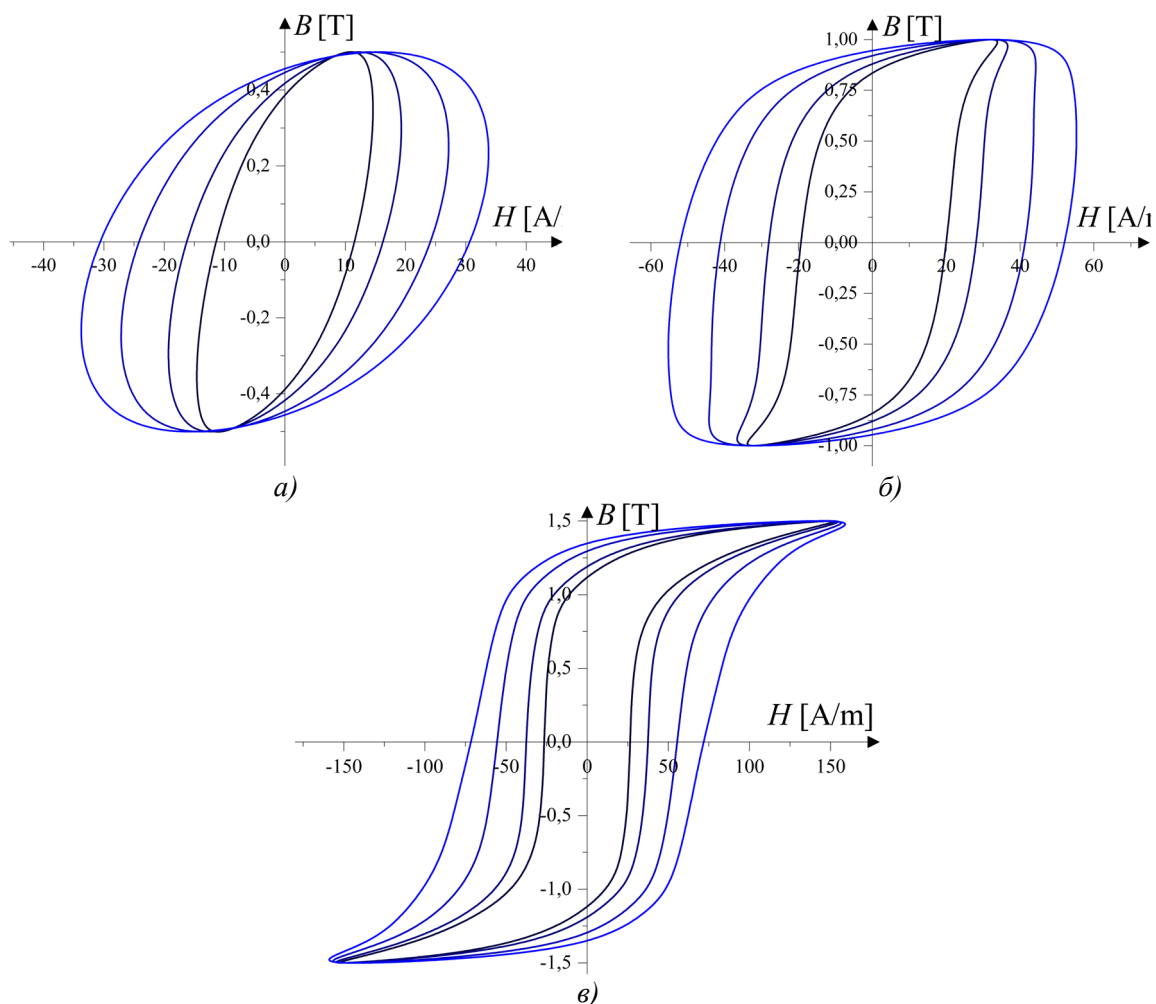
Поред динамичких мерења која су употребљена приликом илустрације промене специфичних губитака по јединици запремине са променом фреквенције и одређивање квазистатичке фреквенције, за потребе истраживања је извршен низ додатних мерења на фреквенцијама од 50, 80, 100, 200 и 300 Hz. Сва динамичка мерења извршена су уз помоћ омских разделника напона (Слика 3.8). Разделници су коришћени и за мерења напона на излазним крајевима изолационог трансформатора и напона индукованог на секундарном намотају језгра. О детаљима мерно Битно је напоменути да је употреба разделника опциона за мерења на 50 Hz јер амплитуде мерених напонских сигнала не прелазе 10 V, колика је максимална дозвољена вредност улазног напона употребљене аквизиционе опреме. Ипак, са аспекта поређења мерених података на различитим фреквенцијама и амплитудама  $B(t)$ , препорука је да се сва мерења врше при истим условима. Стога, да би анализа података методом поређења била веродостојнија, сва динамичка мерења су извршена применом разделника.

По један сет мерења на фреквенцији од 50 Hz и за  $V_{\max}$  од 0,2 до 1,6 Т са кораком мерења од 0,2 Т, измерен је за  $B(t)$  синусног и троугаоног облика. Резултати су употребљени у циљу демонстрације употребе НИМ-а за симулацију  $H(t)$  за  $V_{\max}$  од интереса директно из мерења. На Слици 9.6а приказани су резултати мерења хистерезисних петљи за синусно, а на Слици 9.6б за троугаоно  $B(t)$ . За потребе верификације резултата симулације спроведена су мерења за  $V_{\max}$  од 0,5, 0,9 и 1,5 Т за оба облика  $B(t)$  од интереса.

За потребе одређивања параметара STL модела према процедури из Главе 5, поред квазистатичких, извршена су мерења за синусно  $B(t)$  и  $V_{\max}$  од 0,5, 1 и 1,5 Т на фреквенцијама од 50, 100, 200 и 300 Hz. Мерења за фреквенције од 50 до 300 Hz су приказана на Сликама 9.7а-9.7в, за сваку од разматраних  $V_{\max}$ , респективно. Додатно, резултати су коришћени за одређивање временски променљивих параметара  $RL$  заменске шеме,  $R(t)$  и  $L(t)$ , према процедури предложеној у Глави 8 и при верификацији процедуре за симулацију динамичких хистерезисних петљи из Главе 5. Поред наведених, извршена су и верификациона мерења за синусно  $B(t)$  и  $V_{\max}$  од 0,5, 0,9 и 1,5 Т на 80 Hz као и 0,9 Т на 50, 100, 200 и 300 Hz. Разлог због кога су разматрани случајеви на 80 Hz је да би се показала генерализована природа предложене процедуре симулације динамичких хистерезисних петљи, тј. да се иста може применити и за неки насумично одабран случај (фреквенцију) који није употребљен за одређивање параметра STL-а.



Слика 9.6 – Динамичке хистерезисне петље мерене на 50 Hz, за  $B_{\max}$  од 0,2 T до 1,6 T са кораком мерења од 0,2 T, за  $B(t)$  а) синусног и б) троугаоног облика.



Слика 9.7 – Хистерезисне петље мерене на 50, 100, 200 и 300 Hz, за  $B(t)$  синусног облика и  $B_{\max}$  од а) 0,5 T, б) 1 T и в) 1,5 T.

До сада су представљени резултати мерења без додатног отпорника  $R$  и калема са параметрима  $L$  и  $R_L$  (Слика 3.8). Међутим, да би се омогућила адекватна потврда резултата

прорачуна динамичких електричних кола са нелинеарним калемом са хистерезисом, неопходна су мерења са поменутиим додатим елементима. У ту сврху коришћени су отпорник од 48  $\Omega$  и калем без језгра индуктивности 14,5 mH и укупном отпорношћу намотаја од 8,8  $\Omega$ . Вредности  $R$ , односно  $L$  и  $R_L$  одређени су помоћу универзалног RLC моста MA 4303. Реализована су четири сета мерења на фреквенцији од 50 Hz за синусни улазни напон амплитуде  $U_m$  од 2, 4, 6, 8 и 9 V (напон мерен на излазу изолационог трансформатора). Мерењима без додатних елемената је утврђено да је за  $U_m=2$  V вредност  $B_{\max}$  око 0,35 T, а за  $U_m=9$  V вредност  $B_{\max}$  око 1,6 T. Другим речима, избором тих амплитуда обухвата се и линеаран и нелинеаран део карактеристике феромагнетског језгра и тако адекватно проверавају могућности примене предложеног итеративног поступка решавања. Први сет представља мерења без додатних елемената, други са додатним отпорником, трећи само са калемом без језгра и четврти са отпорником и калемом у редној вези. Приликом мерења није вршена контрола облика  $B(t)$  како би се обезбедило да улазни напон буде синусног облика и амплитуде од интереса.

Мерења су поновљена за сваки сет за фреквенције од 100, 200 и 300 Hz. Амплитуде улазног напона  $U_m$  су одабране тако да однос  $U_m f$  буде константан са променом фреквенције  $f$ . Другим речима, ако је нпр.  $U_m$  на 50 Hz било 6 V, на 100 Hz ће бити 12 V, на 200 Hz ће бити 24 V, а на 300 Hz, 36 V. Разлог због кога нису разматрани случајеви за  $U_m > 9$  V на 50 Hz јесу техничка ограничења мерно-аквизиционог система. То су пре свега ограничења аудио појачавача у погледу максималног излазног напона као и степена трансформације изолационог трансформатора. С тим у вези, при максималном подешеном појачању и за максимално задату референцу напона од стране корисника путем LabVIEW апликације, највећа  $U_m$  је око 58 V. Дакле, ако би се мерење вршило на 300 Hz највеће потребно  $U_m$  за разматране случајеве би било 54 V, што је близу границе могућности примењеног система.

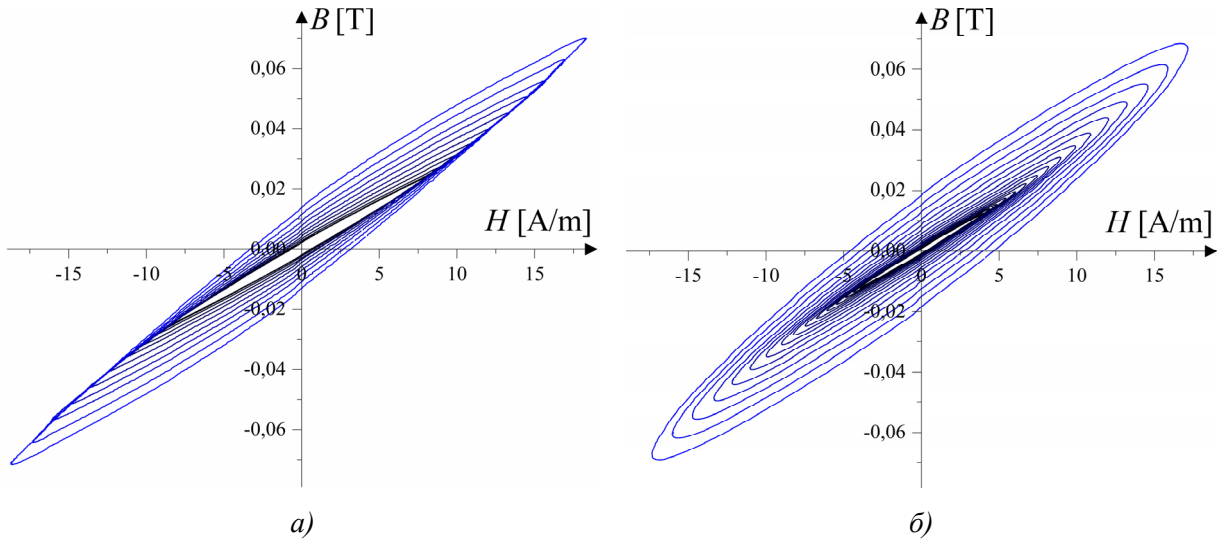
#### 9.1.4. Мерења са феритима

Мерења са торусним узорком од N87 ферита спроведена су од стране истраживача из лабораторије за енергетску електронику са Принстон Универзитета (Princeton Power Electronics Research Lab, Princeton University). Мерно-аквизициони систем је сличан систему примењеном за мерења са феромагнетским језгром, али уз додатак могућности регулације температуре језгра [27].

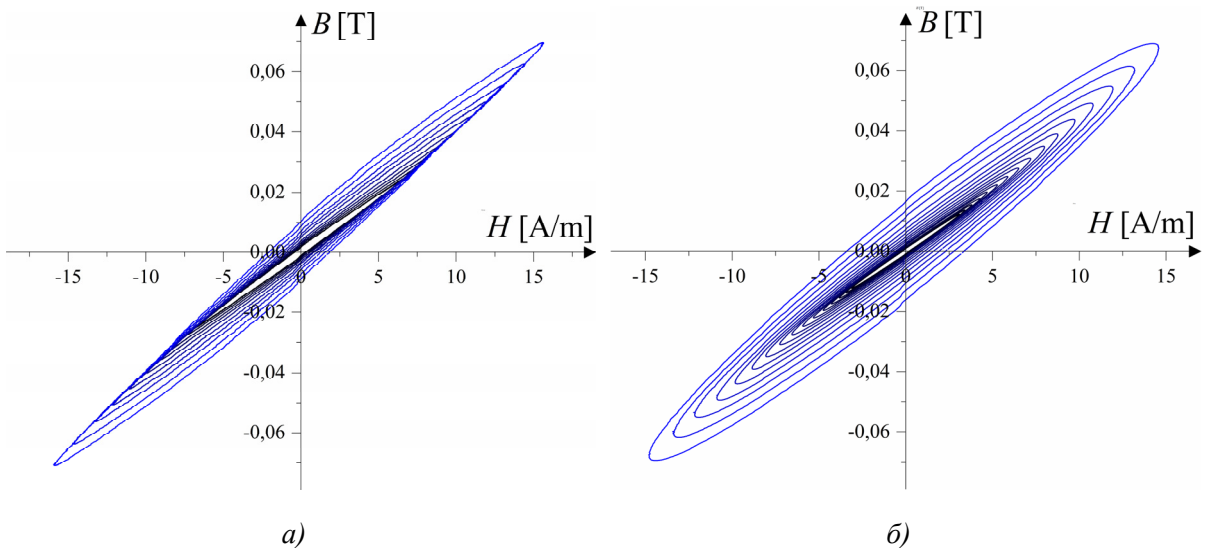
Сетови мерења су спроведени за фреквенције од 50 до 446,7 kHz са неравномерним кораком њене промене и  $B_{\max}$  до приближно 150 mT. Додатно, разматране су четири температуре језгра и то 25, 50, 70 и 90°C. Сва мерења су извршена при улазном напону синусног облика. Сходно томе, а према запажањима која су изнета у Глави 3 и која се тичу утицаја повећања фреквенције мерења на лакшу контролу облика  $B(t)$  када се користи шант отпорник, може се сматрати да су  $H(t)$  добијени за  $B(t)$  приближно синусног облика. Параметри језгра према ознакама са Слике 9.1 дати су у Табели 9.3. На Сликама 9.8-9.11 приказани су резултати мерења са феритним језгром на 50 и 251 kHz, за сваку од разматраних температура. Због боље прегледности минорних петљи, приказане су хистерезисне петље за  $B_{\max}$  до приближно 75 mT.

Табела 9.3 – Параметри феритног торусног језгра.

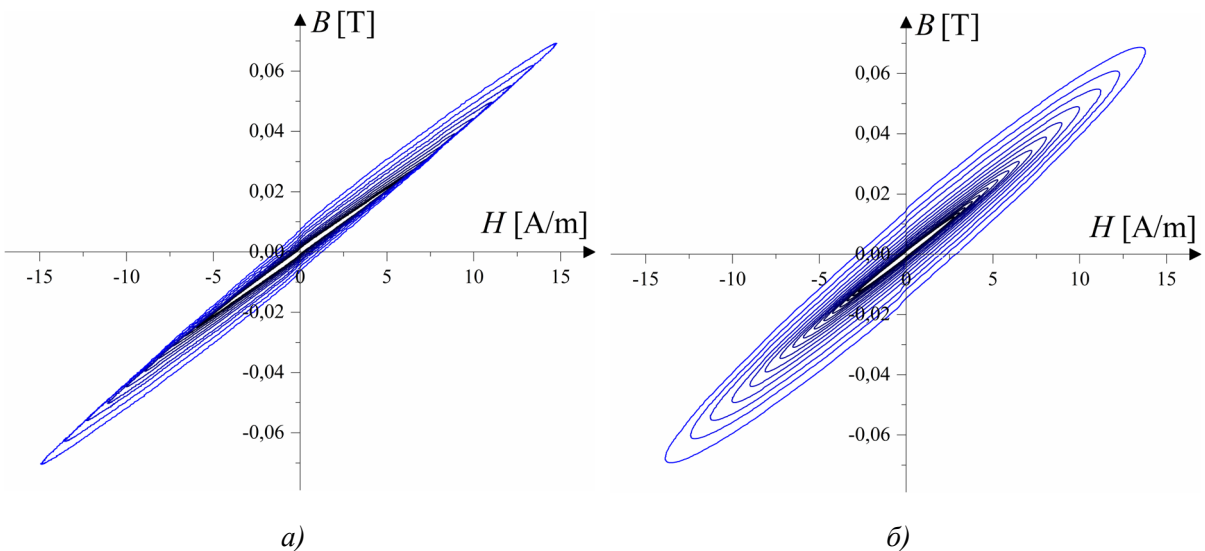
Параметар	Вредност	Параметар	Вредност	Параметар	Вредност
$N_1$	5	$r_1$ [mm]	10,25	$w$ [mm]	12,5
$N_2$	5	$r_2$ [mm]	12	$S$ [mm <sup>2</sup> ]	82,06



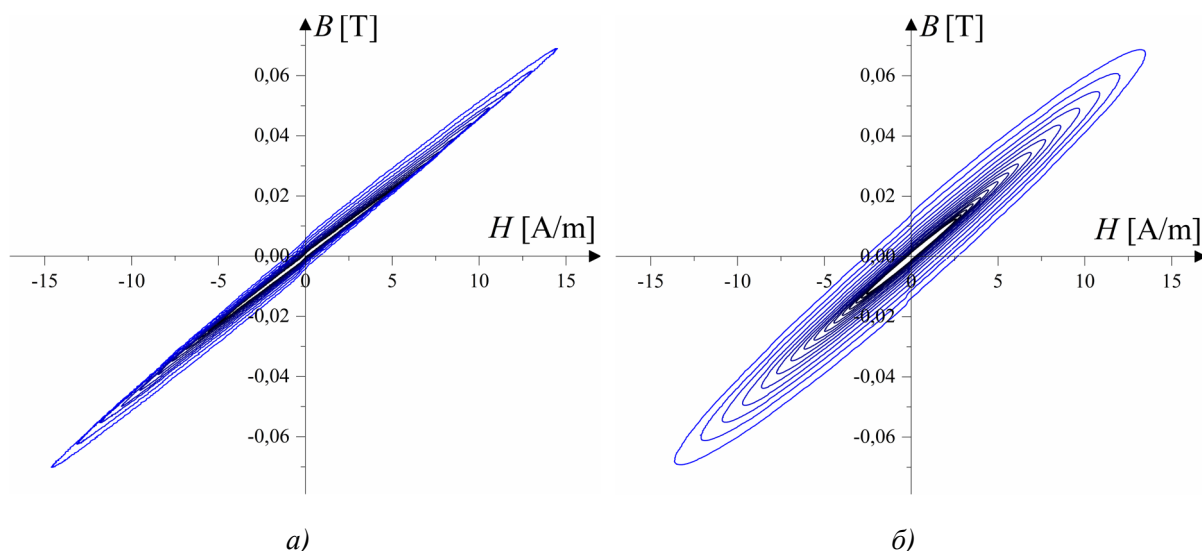
Слика 9.8 – Хистерезисне петље мерене на 25°C за  $B_{\max}$  до 75 mT, при а) 50 kHz и б) 251 kHz.



Слика 9.9 – Хистерезисне петље мерене на 50°C за  $B_{\max}$  до 75 mT, при а) 50 kHz и б) 251 kHz.



Слика 9.10 – Хистерезисне петље мерене на 70°C за  $B_{\max}$  до 75 mT, при а) 50 kHz и б) 251 kHz.



Слика 9.11 – Хистерезисне петље мерене на 90°C за  $B_{\max}$  до 75 mT, при а) 50 kHz и б) 251 kHz.

Након прикупљања потребних резултата мерења (сетови са релативно малим бројем мерења) неопходно је извршити њихову хармонијску анализу. Анализа се врши у циљу одређивања амплитуда и фаза хармоника измерених  $H(t)$  за свако разматрано  $B(t)$  са амплитудом  $B_{\max}$  као и укупног броја значајних хармоника  $N$ .

## 9.2. Хармонијска анализа мерених резултата

Хармонијску анализу мерених резултата за  $H(t)$  могуће је спровести применом брзе Фуријеове трансформације (FFT), односно употребом израза (4.2)-(4.6). Као резултат, добиће се подаци о амплитудама и фазама разматраног  $H(t)$ . Анализа је спроведена за мерења на 1 Hz при синусном  $B(t)$  и 50 Hz за синусно и троугаоно  $B(t)$ . Разматрани су подаци за амплитуде  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 T са кораком од 0,2 T. Оне су одабране јер је значајан број приказаних резултата, делимично или у потпуности, добијен применом НИМ-а и других разматраних процедура на резултате њихове хармонијске анализе.

У Табелама 9.4а и 9.4б респективно су приказани подаци о амплитудама и фазама непарних хармоника за сет мерења  $H(t)$  на 1 Hz, а у Табелама 9.5а и 9.5б на 50 Hz, при синусном  $B(t)$ . За обе приказане табеле важи да су подаци о значајним хармоницима обележени са подебљаним бројевима (bold).

Табела 9.4а – Амплитуде  $A_k$  и непарних хармоника  $H(t)$ , мерених за синусно  $B(t)$  са  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 T са кораком од 0,2 T, на фреквенцији од 1 Hz.

		$k$	1	3	5	7	9	11	13
$B_{\max}$ [T]	0		<b>6,04</b>	<b>0,43</b>	<b>0,08</b>	0,03	0,01	0,00	0,00
	0,4		<b>8,79</b>	<b>1,06</b>	<b>0,21</b>	0,06	0,03	0,01	0,01
	0,6		<b>11,06</b>	<b>1,86</b>	<b>0,43</b>	0,12	0,05	0,02	0,01
	0,8		<b>15,01</b>	<b>3,73</b>	<b>1,00</b>	<b>0,30</b>	0,11	0,04	0,02
	1,0		<b>23,03</b>	<b>8,20</b>	<b>2,49</b>	<b>0,68</b>	0,24	0,11	0,06
	1,2		<b>38,97</b>	<b>17,14</b>	<b>5,11</b>	<b>0,89</b>	0,23	0,13	0,07
	1,4		<b>68,59</b>	<b>33,20</b>	<b>9,75</b>	<b>2,21</b>	<b>1,58</b>	<b>1,22</b>	0,76
	1,6		<b>122,92</b>	<b>64,21</b>	<b>20,67</b>	<b>6,10</b>	<b>3,52</b>	<b>1,64</b>	0,94



9. Експериментални и симулациони резултати

Табела 9.4б – Фазе  $\theta_k$  непарних хармоника  $H(t)$ , мерених за синусно  $B(t)$  са  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 Т са кораком од 0,2 Т, на фреквенцији од 1 Hz.

$k$		1	3	5	7	9	11	13
$B_{\max}$ [Т]	0	<b>201,11</b>	<b>144,96</b>	<b>129,49</b>	128,34	159,28	154,70	141,52
	0,4	<b>206,26</b>	<b>158,14</b>	<b>133,50</b>	120,32	127,20	127,20	96,83
	0,6	<b>208,56</b>	<b>173,61</b>	<b>148,40</b>	117,46	118,03	118,03	113,45
	0,8	<b>205,69</b>	<b>179,91</b>	<b>161,57</b>	<b>126,05</b>	104,85	97,98	90,53
	1,0	<b>201,11</b>	<b>184,49</b>	<b>174,75</b>	<b>145,53</b>	109,43	91,67	80,79
	1,2	<b>197,10</b>	<b>190,79</b>	<b>190,22</b>	<b>170,17</b>	116,31	145,53	174,18
	1,4	<b>191,37</b>	<b>187,36</b>	<b>186,21</b>	<b>164,44</b>	<b>140,37</b>	<b>129,49</b>	95,11
	1,6	<b>188,50</b>	<b>187,93</b>	<b>186,21</b>	<b>167,30</b>	<b>148,97</b>	<b>125,48</b>	65,89

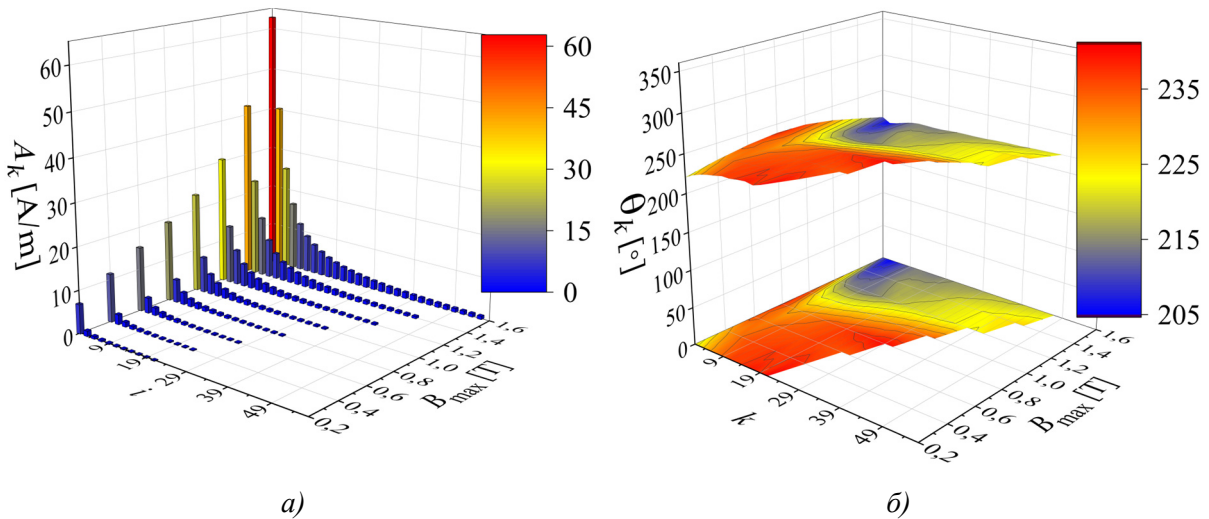
Табела 9.5а – Амплитуде  $A_k$  и непарних хармоника  $H(t)$ , мерених за синусно  $B(t)$  са  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 Т са кораком од 0,2 Т, на фреквенцији од 50 Hz.

$k$		1	3	5	7	9	11
$B_{\max}$ [Т]	0	<b>9,04</b>	<b>0,25</b>	0,04	0,01	0,00	0,00
	0,4	<b>13,94</b>	<b>0,57</b>	0,09	0,01	0,01	0,01
	0,6	<b>18,12</b>	<b>1,33</b>	<b>0,26</b>	0,02	0,01	0,00
	0,8	<b>22,53</b>	<b>3,22</b>	<b>0,76</b>	0,12	0,03	0,01
	1,0	<b>29,47</b>	<b>7,54</b>	<b>2,14</b>	<b>0,49</b>	0,16	0,05
	1,2	<b>42,94</b>	<b>16,10</b>	<b>4,76</b>	<b>0,99</b>	0,26	0,07
	1,4	<b>67,46</b>	<b>30,37</b>	<b>8,72</b>	<b>1,74</b>	<b>0,71</b>	0,54
	1,6	<b>114,16</b>	<b>58,19</b>	<b>18,59</b>	<b>5,34</b>	<b>2,55</b>	1,26

Табела 9.5б – Фазе  $\theta_k$  непарних хармоника  $H(t)$ , мерених за синусно  $B(t)$  са  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 Т са кораком од 0,2 Т, на фреквенцији од 50 Hz.

$k$		1	3	5	7	9	11
$B_{\max}$ [Т]	0	<b>212,57</b>	<b>139,23</b>	101,41	136,94	220,59	311,12
	0,4	<b>227,46</b>	<b>169,02</b>	140,95	142,67	134,65	53,86
	0,6	<b>230,33</b>	<b>182,77</b>	<b>143,81</b>	136,94	125,48	67,04
	0,8	<b>232,05</b>	<b>193,66</b>	<b>169,02</b>	156,42	139,23	132,35
	1,0	<b>226,89</b>	<b>195,38</b>	<b>181,63</b>	<b>160,43</b>	126,05	96,83
	1,2	<b>216,58</b>	<b>194,81</b>	<b>186,78</b>	<b>160,43</b>	110,01	97,98
	1,4	<b>206,84</b>	<b>193,66</b>	<b>190,79</b>	<b>175,90</b>	<b>152,41</b>	140,37
	1,6	<b>198,82</b>	<b>193,09</b>	<b>194,81</b>	<b>189,08</b>	<b>170,17</b>	147,82

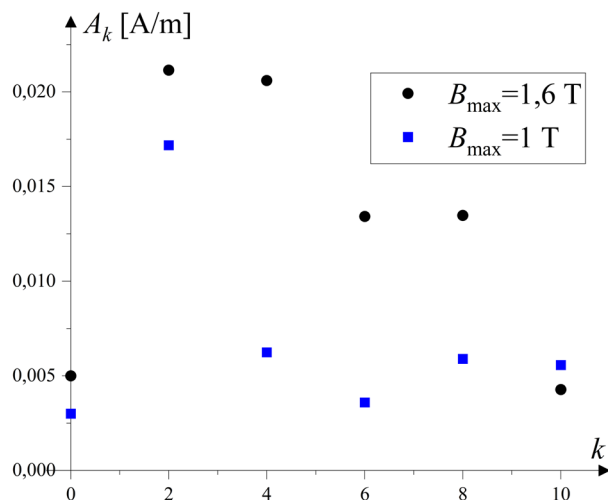
Податке хармонијске анализе за троугаоно  $B(t)$  на 50 Hz није било практично представити у виду табеле због већег броја хармоника од интереса. Ти подаци су дати на Сликама 9.12а и 9.12б за амплитуде и фазе, респективно.



Слика 9.12 – Амплитуде  $A_k$  а) и б) фазе  $\theta_k$  хармоника од интереса  $H(t)$ , мерених за троугаоно  $B(t)$  са  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 Т са кораком мерења од 0,2 Т, на фреквенцији од 50 Hz.

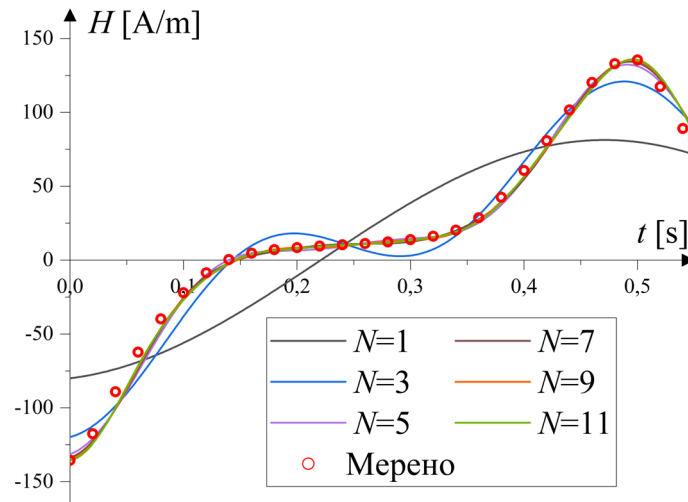
Услов према коме су хармоници од интереса издвојени од оних који то нису је генерализован као однос амплитуда разматраног (било парног или непарног реда) и првог хармоника, односно  $100A_k/A_1 \geq 1,2$ , где је  $A_k$  амплитуда хармоника  $k$ -тог реда, за  $k=0, 1, 2, \dots, N$ . Под хармоником реда  $k=0$  подразумева се једносмерна компонента  $H(t)$ . Процес одређивања тог услова биће изложен у наставку. Додатно, због боље прегледности, приказани су само резултати за непарне хармонике ( $k=1, 3, 5, \dots, N$ ), с обзиром на то да су амплитуде парних хармоника као и једносмерне компоненте занемарљиво мали у односу на непарне [10].

Као доказ претходне тврдње, на Слици 9.13 приказане су амплитуде парних хармоника у зависности од њиховог реда,  $k$ . Приказани хармоници се односе на случај синусног  $B(t)$  при  $B_{\max}$  од 1 и 1,6 Т на фреквенцији од 50 Hz. Резултати за ниже  $B_{\max}$  нису приказани јер су још нижи. Може се приметити да су амплитуде друге хармонијске компоненте око 17 и 21 mA/m за разматране  $B_{\max}$  и опадају са повећањем реда  $k$ . То доводи до закључка да се парне хармонијске компоненте за разматрана мерења могу занемарити. Једносмерна компонента ( $k=0$ ) је такође реда неколико mA/m па се и она може занемарити.



Слика 9.13 – Амплитуде  $A_k$  парних хармоника за случај синусног  $B(t)$  при  $B_{\max}$  од 1 и 1,6 Т, на фреквенцији од 50 Hz.

У циљу илустрације утицаја усвојене вредности за укупан број значајних хармоника  $N$  на изглед  $H(t)$ , на Слици 9.14 дати су резултати реконструкције  $H(t)$  за  $B_{\max}=1,6$  Т на 1 Hz према подацима из Табеле 9.4 и (4.1) када се укупан број хармоника мења од 1 до 11. Због боље прегледности приказана је само прва полупериода резултујућих временског облика  $H(t)$ .



Слика 9.14 – Утицај промене  $N$  од 1 до 11 хармоника за случај  $H(t)$  за  $B_{\max}$  од 1,6 Т, на 1 Hz.

Може се увидети да се за разматрани случај већ са  $N=7$  добија  $H(t)$  приближно исте амплитуде као и мерено, али се још увек могу приметити благе осцилације тренутних вредности прорачунатог сигнала. Повећањем  $N$  на 9 хармоника примећује се скоро потпуна стабилизација осцилација док је амплитуда нешто нижа од мерене. Вредност од  $N=9$  би се могла сматрати прихватљивом јер омогућава хармонијску репрезентацију  $H(t)$  задовољавајуће тачности. Ипак, ако је  $N=11$ , као што случај у овој дисертацији, амплитуда прорачунатог и мереног  $H(t)$  је скоро идентична. С тим у вези,  $N=11$  је боље решење. Повећањем изнад  $N=11$  побољшања би била занемарљива. Такав закључак проистиче из чињенице да свако повећање од  $N=7$  до 11 има сукцесивно мањи утицај на генералан облик  $H(t)$  и његову амплитуду. Дакле, повећањем на  $N=13$  утицај ће бити још мањи него са  $N=9$  на 11.

Изложена анализа утицаја промене броја  $N$  на временски облик  $H(t)$  представља начин одређивања  $N$  за разматрани случај и требало би га поновити за свако мерење из сета. Додатно,  $N$  може бити различито за различите  $B_{\max}$  што може значајно усложити примену НИМ-а. С тим у вези, препоручује се аутоматизација процеса одређивања значајних хармоника за формирање табела амплитуда и фаза из Главе 4. Аутоматизација се може постићи дефинисањем услова за одређивање значајних хармоника. Услов се може разликовати у зависности од величине за коју се НИМ употребљава, па се тако за случај анализе  $H(t)$  препоручује одређивање у односу на амплитуду првог хармоника, тј.  $100A_k/A_1 \geq \varepsilon_N$ , где је  $\varepsilon_N$  вредност изражена у %. За случај анализе тренутне снаге магнетнења  $p(t)$  искуство је показало да одређивање  $\varepsilon_N$  у односу на једносмерну компоненту,  $100A_k/A_0 \geq \varepsilon_N$ , даје задовољавајуће резултате. Вредност  $\varepsilon_N$  за разматрани случај  $H(t)$  може се одредити спровођењем низа прорачуна аналогних оним са Сlike 9.14, али са том разликом што се  $N$  узме као довољно велики број (нпр. 15) и непроменљив за све прорачуне, а хармоници се одабирају према дефинисаном услову и за променљиво  $\varepsilon_N$ . Стриктно говорећи,  $\varepsilon_N$  треба мењати од 100 до 0,01% али су искуства показала да се тај опсег може смањити на проверу од око 10 до 0,5%. Усваја се прва вредност за коју је

слагање полазног и прорачунатог  $H(t)$  адекватне тачности. За  $H(t)$  на 1,6 Т и 1 Hz одређено  $\epsilon_N$  је приближно 1,3%. Ипак, за потребе прорачуна у овој дисертацији усвојено је 1,2% како би се елиминисале евентуалне нумеричке грешке (у заокруживању) као и недостаци услед несавршености мерених података. Наредни корак би био проверити да ли се са дефинисаним условом од 1,2% може, са задовољавајућом тачношћу, остварити репрезентација осталих  $H(t)$  из сета мерења. Низом симулација је утврђено да се то постиже. Лоша страна таквог начина одређивања хармоника од интереса је што се њиме могу обухватити и непарни хармоници  $H(t)$  (за  $B_{\max} < 1.6$  Т) који својом амплитудом задовољавају задати услов, али не доприносе значајнијем побољшању облика коначног  $H(t)$ . То за последицу има нешто нерационалније коришћење меморије рачунара приликом прорачуна, али значајно олакшава примену предложене НИМ методологије. Такав приступ је примењен у делу 2) програмског кода изложеног у Глави 4.

Анализом података из Табела 9.4 и 9.5 и Сlike 9.12 може се закључити да је у случају синусног  $B(t)$  релативно мали број хармоника од значаја за даље прорачуне - укупно  $N=5$  при  $B_{\max}=0,2$  Т до  $N=11$  хармоника при  $B_{\max}=1,6$  Т на 1 Hz су од интереса, док је на 50 Hz укупан број хармоника од интереса у опсегу  $N \in [3, 9]$ . С друге стране, када се разматра троугаоно  $B(t)$ , укупан број хармоника је знатно већи и креће се од  $N=21$  до 55. Додатно, може се утврдити да је промена  $A_k$  за све хармонике од интереса и све разматране случајеве равномерна, у смислу да опада са  $k$  и расте са  $B_{\max}$ . Са друге стране, када је реч о промени  $\theta_k$  она није тако равномерна, али не садржи велике осцилације. Значајније осцилације се могу запазити за хармонике који нису од интереса што је уједно и један од разлога њихове елиминације из даљег процеса прорачуна.

### 9.3. Резултати симулација

За потребе анализе у овој докторској дисертацији извршене су следеће симулације и прорачуни: 1) симулација  $H(t)$  за  $B_{\max}$  од интереса директно из мерења на одређеној фреквенцији, 2) симулација  $H(t)$  на за фреквенцију и  $B_{\max}$  од интереса, 3) решавање динамичког електричног кола са нелинеарним хистерезисним калемом у временском домену (са и без додатног редно везаног линеарног отпорника и/или калема), 4) симулација тренутне снаге магнећења  $p(t)$  за  $B_{\max}$  од интереса директно из мерења, 5) прорачун конститутивних компоненти (апсорбоване и осцилујуће)  $p(t)$ , 6) прорачун апсорбоване компоненте  $p(t)$  феритног узорка и њена симулација за  $B_{\max}$  и фреквенцију од интереса директно из мерења за различите температуре језгра, 7) одређивање параметара еквивалентне  $RL$  заменске шеме у временском домену и њена примена и поређење са класичним приступом за  $RL$  модел заменске шеме (помоћу криве магнећења).

Сви прорачуни и симулације су спроведени са 1000 тачака прорачуна. Додатно, због боље прегледности резултата, поједине криве су представљене са редукованим бројем тачака. Редукција броја тачака нема утицаја на тачност приказаних резултата, тј. редукција је употребљена само због погоднијег визуелног израза. Смањење броја тачака извршено је применом опције *skip points* која представља саставни део *Origin* програмског пакета којим су илустровани сви резултати ове дисертације.

#### 9.3.1. Симулација $H(t)$ за $B_{\max}$ од интереса директно из мерења

У оквиру Главе 4 изнети су основни принципи примене НИМ-а за симулацију  $H(t)$  за  $B_{\max}$  од интереса директно из мерења. Битно је напоменути да ће резултујуће  $H(t)$

одговарати облику и фреквенцији  $B(t)$  за који су мерења извршена [87]. Као пример разматрана су два облика  $B(t)$  – синусни (на 1 и 50 Hz) и троугаони (на 50 Hz). Подаци добијени хармонијском анализом измерених података дати су у Табелама 9.4 и 9.5 и на Слици 9.12, респективно. Симулације су спроведене за случајеве  $B_{\max}$  од 0,5, 0,9 и 1.5 Т. Поменуће вредности су изабране како би се показале могућности примене методологије у случајевима са израженом линеарношћу, блажом нелинеарношћу (око колена криве магнећења) и нешто израженијом нелинеарношћу.

Пре започињања симулација, за већ одређени укупан број значајних хармоника  $N$ , потребно је одредити ред и врсту интерполације. Анализом резултата хармонијске анализе на 50 Hz може се доћи до закључка да полиномна интерполација сасвим адекватно задовољава потребе спроведених симулација, како са аспекта интерполације амплитуда, тако и фаза. Ипак, препорука је проверити и резултате за друге видове интерполације, у зависности од језгра и употребљеног материјала. Ред полиномне интерполације одређен је низом sukcesивних симулација уз инкременталну промену реда полинома за интерполацију амплитуда  $n_a$  и полинома за интерполацију фаза  $n_p$ . Укупан број различитих  $B_{\max}$  за које су измерени  $H(t)$  уз контролу облика  $B(t)$ , за оба разматрана облика  $B(t)$ , био је по 8 (од 0,2 Т до 1,6 Т са кораком од 0,2 Т). Дакле, према процедури из Главе 4 и (4.7),  $n_a$  и  $n_p$  могу мењати своје вредности од 0 до 7, а укупан број симулација које треба спровести за адекватно одређивање  $n_a$  и  $n_p$  је по 64 за свако  $B(t)$  и  $B_{\max}$ . Резултати симулације су поређени са мереним подацима на 0,5, 0,9 и 1.5 Т, а као најпогоднија комбинација  $n_a$  и  $n_p$  изабрана је она са најмањом RMSD (Root Mean Square Deviation) прорачунатом применом израза (9.1):

$$RMSD = \sqrt{\frac{1}{N_t} \sum_{i=1}^{N_t} (H_s(t_i) - H_m(t_i))^2}, \quad (9.1)$$

где је  $N_t=1000$  укупан број тачака поређења,  $t_i$  инстанца времена (тачка) за коју се тренутно врши поређење, а  $H_s(t)$  и  $H_m(t)$  симулирана и мерена вредност јачине магнетског поља.

У Табели 9.6 дате су вредности за комбинације  $n_a$  и  $n_p$  при којима се добија минимална и максимална вредност RMSD,  $RMSD_{\min}$  и  $RMSD_{\max}$ . Приказане су вредности за оба разматрана облика  $B(t)$  на 50 Hz и све три разматране  $B_{\max}$ .

Табела 9.6 – Комбинације параметара  $n_a$  и  $n_p$  за које се добијају минималне и максималне RMSD, за синусно и троугаоно  $B(t)$  на 50 Hz, за случајеве  $B_{\max}$  од 0,5, 0,9 и 1,5 Т.

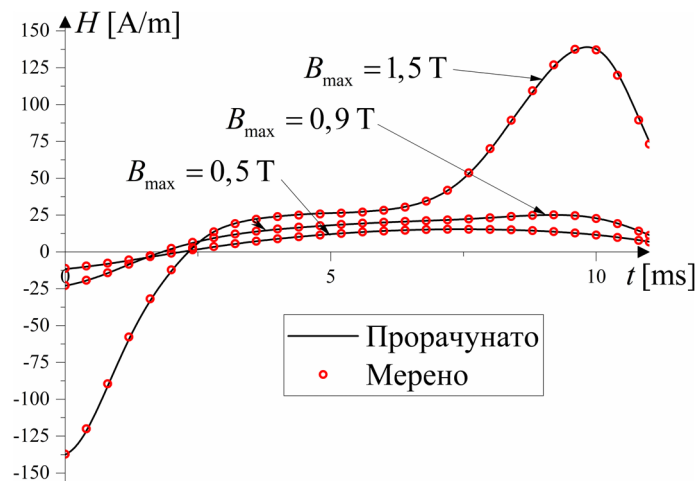
$B_{\max}$ [Т]	$n_a$	$n_p$	$RMSD_{\min}$ [А/м]	$n_a$	$n_p$	$RMSD_{\max}$ [А/м]
Синусно $B(t)$						
0,5	3	3	0,19	0	0	1,50
0,9	6	4	0,24			3,59
1,5	6	1	0,84			23,98
Троугаоно $B(t)$						
0,5	2	2	0,21	0	0	1,64
0,9	4	2	0,34			2,47
1,5	5	1	1,16			13,36

Према резултатима из Табеле 9.6, може се приметити да се  $RMSD_{\max}$  добија за комбинације  $n_a=0$  и  $n_p=0$ , за све разматране случајеве  $B_{\max}$ . Таква комбинација представља најнепогоднији случај и не користи се за даље прорачуне НМ-ом. Даљом

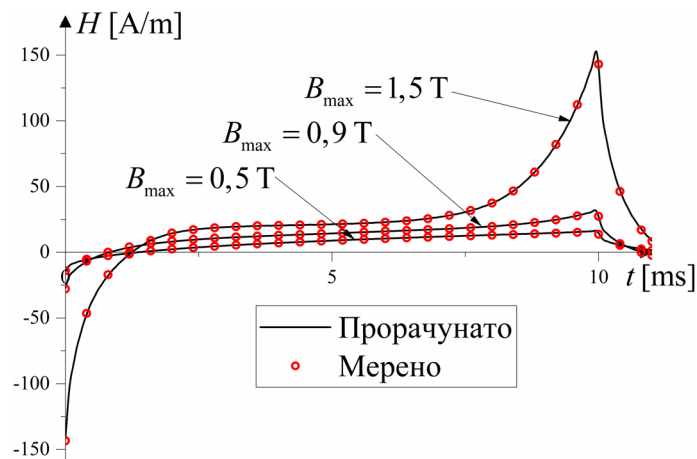
анализом резултата може се закључити да сваки од разматраних случајева  $B_{\max}$  поседује другачију комбинацију  $n_a$  и  $n_p$  за коју је RMSD минимално. То није погодно са становишта генерализације предложене методологије у смислу њене употребе истих параметара за различите  $B_{\max}$ . Међутим, детаљнијом анализом може се увидети да је однос  $\text{RMSD}_{\max}/\text{RMSD}_{\min}$  највећи за 1,5 T и износи 25,55 за синусно  $B(t)$  и 11,52 за троугаоно  $B(t)$ . Сходно томе, као критичан случај са аспекта зависности од комбинације  $n_a$  и  $n_p$  за оба облика  $B(t)$  може се разматрати случај за  $B_{\max}=1,5$  T. Један од разлога тако изражене зависности од реда интерполације је висок степен нелинеарности у разматраном случају. Дакле, за симулације ће бити усвојена комбинација параметара за критичан случај и то:  $n_a=6$  и  $n_p=1$ , за синусно и  $n_a=5$  и  $n_p=1$ , за троугаоно  $B(t)$ .

Аналогно претходно описаном поступку може се одредити најпогоднији пар  $n_a$  и  $n_p$  за синусно  $B(t)$  за  $B_{\max}$  од 0,5, 0,9 и 1.5 T за мерења на квазистатичкој фреквенцији од 1 Hz [47]. Након низа симулација и поређења са мереним резултатима одређено је да је  $B_{\max}=1,5$  T критичан случај и да је за њега најпогодније употребити комбинацију  $n_a=3$  и  $n_p=1$ .

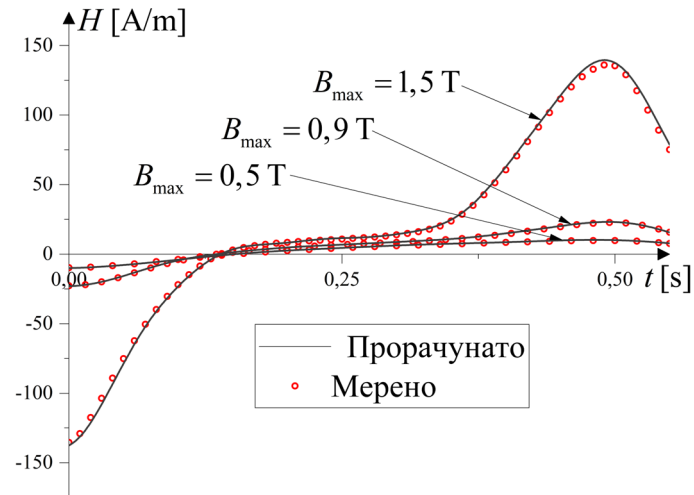
На Сликама 9.15-9.17 приказани су резултати симулације (прва половина периоде због боље прегледности) за синусно и троугаоно  $B(t)$  на 50 Hz и синусно  $B(t)$  на 1 Hz за  $B_{\max}$  од 0,5, 0,9 и 1.5 T, респективно.



Слика 9.15 – Поредица симулираних и мерених  $H(t)$  за синусно  $B(t)$  и  $B_{\max}$  од интереса, на 50 Hz.



Слика 9.16 – Поредица симулираних и мерених  $H(t)$  за троугаоно  $B(t)$  и  $B_{\max}$  од интереса, на 50 Hz.



Слика 9.17 – Поређење симулираних и мерених  $H(t)$  за синусно  $B(t)$  и  $B_{\max}$  од интереса, на 1 Hz.

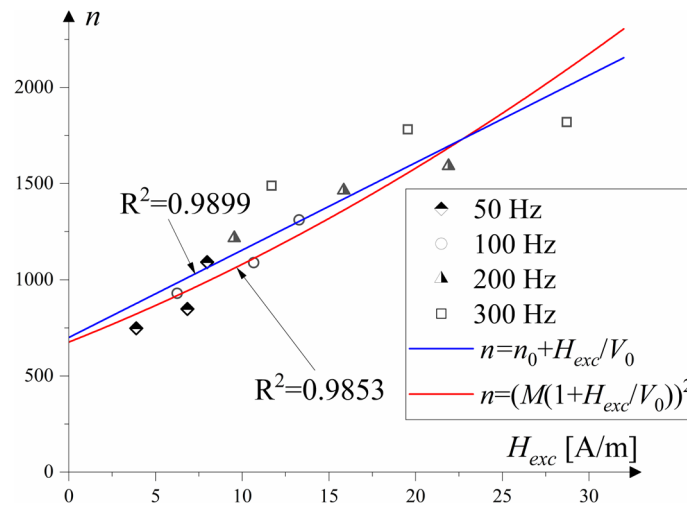
За симулације на 50 Hz разматрано је укупно  $N=13$  хармоника за синусно и  $N=60$  хармоника за троугаоно  $B(t)$ . За симулације на 1 Hz разматрано је укупно  $N=15$  хармоника, уз аутоматско одређивање значајних хармоника при  $\epsilon_N=1,2\%$ . Тиме се постиже генерализација методологије али може довести до успорења самог прорачуна. Промена критеријума на вредност мању од 1,2%, није значајно утицала на побољшање резултата симулације. За интерполацију је примењена комбинација критичног случаја, што је  $n_a=6$  и  $n_p=1$  за синусно и  $n_a=5$  и  $n_p=1$  за троугаоно  $B(t)$ , док је за симулације на 1 Hz употребљено  $n_a=3$  и  $n_p=1$ . Таква претпоставка може унети одређена додатна одступања за случајеве који нису критични јер се не користи њихова оптимална комбинација параметара интерполације. Ипак, као што се са Слика 9.15-9.17 може приметити, слагања за све разматране случајеве су врло добра иако је употребљена комбинација за критичан случај у циљу поједностављења прорачуна.

### 9.3.2. Симулација $H(t)$ применом НИМ-а и STL-а

Приликом примене STL модела за симулацију  $H(t)$  за  $B(t)$  са амплитудом  $B_{\max}$  и на фреквенцији од интереса, потребно је одредити његове три конститутивне компоненте. То су: квазистатичка компонента  $H_{qs}(t)$ , компонента вртложних струја  $H_{eddy}(t)$  и додатна компонента  $H_{exc}(t)$ . Компонента  $H_{qs}(t)$  добијена је применом предложене НИМ методологије засноване на хармонијској анализи и интерполацији за мерења на 1 Hz. Параметри који су при томе употребљени су укупно  $N=15$  хармоника,  $n_a=3$  и  $n_p=1$ . Могућности њене употребе за одређивање  $H_{qs}(t)$  за  $B_{\max}$  од интереса дате су у претходном поглављу (Слика 9.17). За прорачун  $H_{eddy}(t)$  примењен је израз (5.5). То је оправдано јер је разматран случај танког феромагнетског лима савијеног у торусно језгро, уз претпоставку равномерне расподеле  $B(t)$ .

У Глави 5 изложен је принцип прорачуна  $H_{exc}(t)$  при чему су дата два израза у зависности од разматране  $n(H_{exc})$  апроксимације, (5.16) за линеарну и (5.17)-(5.19) за нелинеарну. Међутим, прво је потребно пронаћи непознате параметре поменутих израза. Процедура за одређивање тих параметара састоји се из прорачуна вредности за  $n$  и  $H_{exc}$  за резултате мерења применом (5.12)-(5.14), а потом се врши њихово фитовање за  $n(H_{exc})$  апроксимацију од интереса. За потребе одређивања параметара  $H_{exc}(t)$  извршена су мерења за синусно  $B(t)$  и  $B_{\max}$  од 0,5, 1 и 1,5 T при фреквенцијама од 1 до 300 Hz. Поменуте три вредности  $B_{\max}$  су разматране из разлога јер су подаци за њих обично саставни део

документације произвођача (барем мерења средње снаге, ако не и хистерезисне петље). На Слици 9.18 представљене су прорачунате вредности за  $n(H_{exc})$  као и две фитоване криве дате са (5.10) за линеарну и (5.11) за нелинеарну апроксимацију.



Слика 9.18 – Илустрација процеса фитовања за линеарну и нелинеарну апроксимацију  $n(H_{exc})$ .

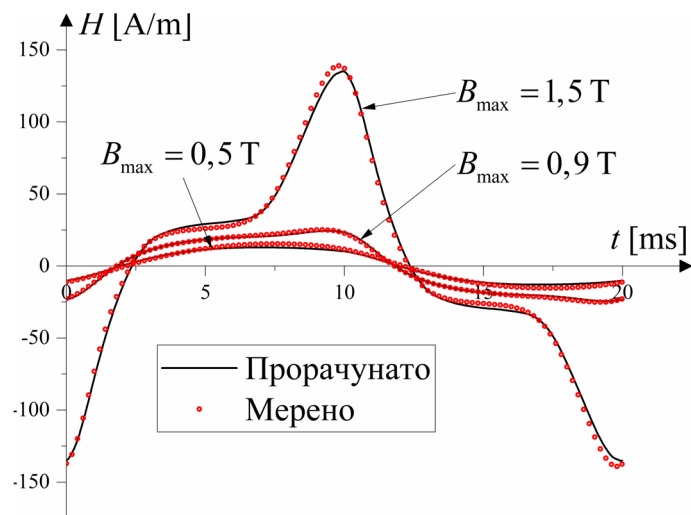
Генерално, остварен је добар квалитет фитовања, што се види из параметра  $R^2$  који има вредност ближу 1 што је фитовање боље. Подаци  $n_0=700$  и  $V_0=0,022$  A/m уз  $R^2=0,9899$  за линеарну, односно  $M=26$  и  $V_0=37,8$  A/m уз  $R^2=0,9853$  за нелинеарну апроксимацију одговарају кривама са Слике 9.18 којима се остварује најбоље фитовање. Веће одступање  $n(H_{exc})$  од фитованих кривих се може запазити за вредности прорачунате из мерења на 300 Hz, праћено оним за 200, 100 и на крају 50 Hz. Тенденција да се одступање повећава са повећањем фреквенције може бити први показатељ ограничења разматраног облика STL модела за веће фреквенције од оних за које се три компоненте снаге могу сматрати међусобно независним (према Слици 9.18 то би било до око 100 Hz).

Симулације  $H(t)$  су спроведене за синусно  $B(t)$  и  $B_{max}$  од 0,5, 0,9 и 1,5 Т при фреквенцијама од 50, 80 и 100 Hz. Претпостављена је линеарна зависност  $n(H_{exc})$  уз  $n_0=700$  и  $V_0=0,022$  A/m. Остали параметри потребни за прорачун  $H_{eddy}(t)$  и  $H_{exc}(t)$  за разматрано торусно језгро су дати у Табели 9.1. За прорачун  $H_{qs}(t)$  употребљени су параметри интерполације за мерења на 1 Hz ( $n_a=3$  и  $n_p=1$ ). На Сликама 9.19-9.21 дата су поређења симулираних и мерених временских облика  $H(t)$  за синусно  $B(t)$  и  $B_{max}$  од 0,5, 0,9 и 1,5 Т за сваку од разматраних фреквенција, респективно

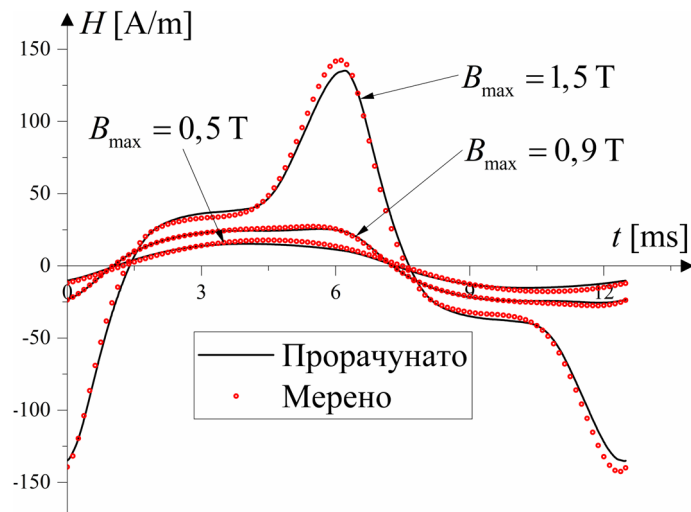
На Сликама 9.19-9.21 може се приметити нешто лошије слагање резултата прорачуна и мерења у односу на резултате приказане на Сликама 9.15 и 9.17. Ипак, слагање је још увек врло добро. Резултати симулације на 80 Hz (Слика 9.20) добијени су без употребе података измерених на 80 Hz приликом одређивања параметара STL-а. Њима се илуструје могућност употребе предложене процедуре за симулације за које не постоје резултати мерења који би се употребили у процесу фитовања параметара STL модела.

. Уколико је то потребно, предложена процедура се може проширити са симулације  $H(t)$  на симулацију динамичких хистерезисних петљи за исто  $B_{max}$ . Хистерезисна петља се тада може формирати као  $B(H)$ , за већ прорачунато  $H(t)$  и идеално симулирано  $B(t)$  са  $B_{max}$ . На Сликама 9.22-9.24 приказана су поређења симулираних и мерених хистерезисних петљи за синусно  $B(t)$  са  $B_{max}$  од 0,5, 0,9 и 1,5 Т на 50, 80 и 100 Hz, респективно.

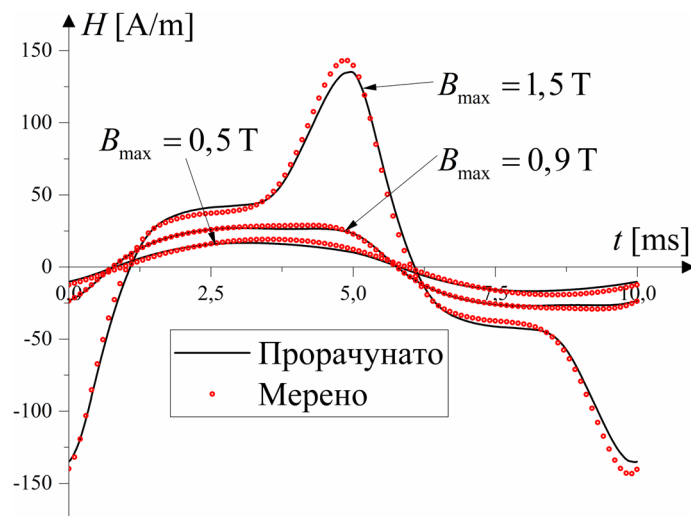




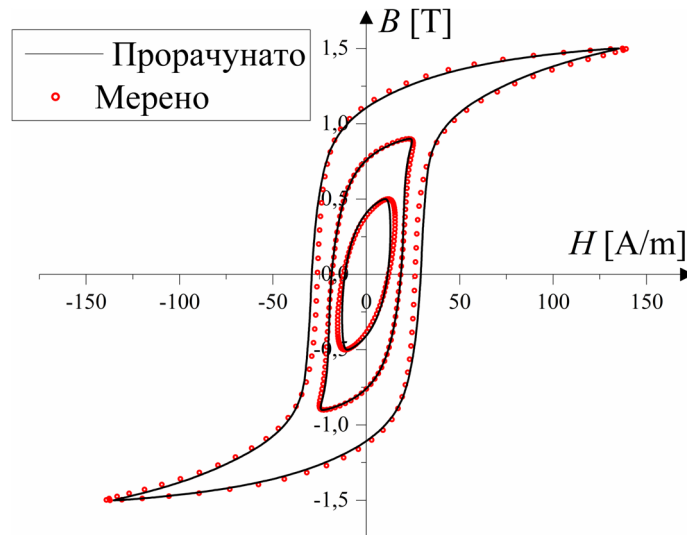
Слика 9.19 – Поређење симулираних и мерених  $H(t)$  за синусно  $B(t)$  и  $B_{\max}$  од интереса, за 50 Hz.



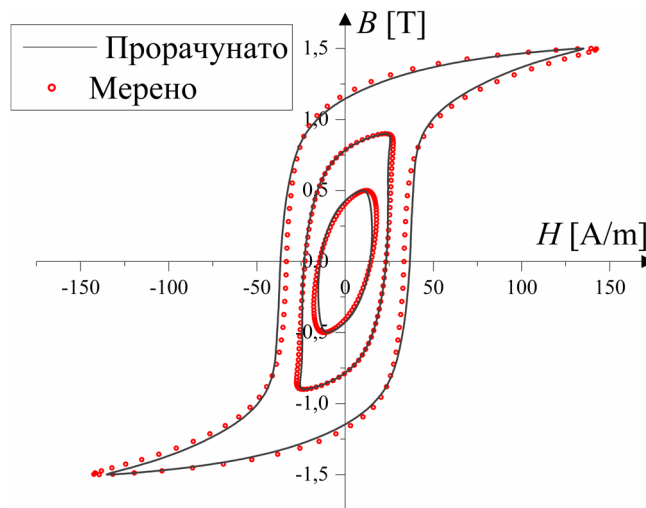
Слика 9.20 – Поређење симулираних и мерених  $H(t)$  за синусно  $B(t)$  и  $B_{\max}$  од интереса, за 80 Hz.



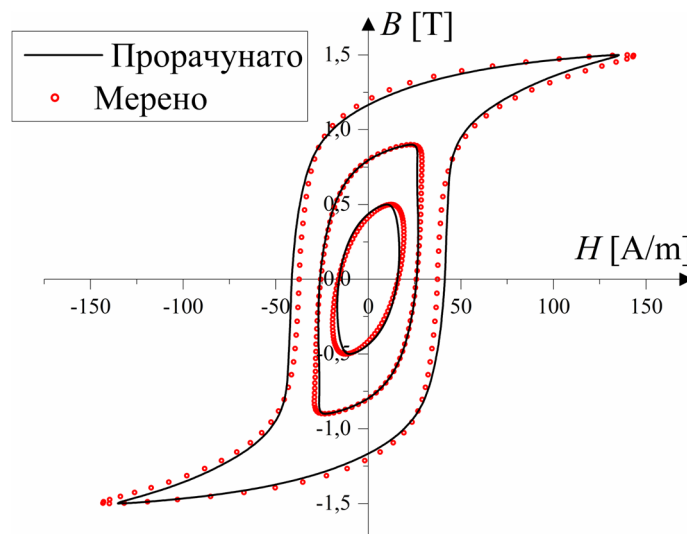
Слика 9.21 – Поређење симулираних и мерених  $H(t)$  за синусно  $B(t)$  и  $B_{\max}$  од интереса, за 100 Hz.



Слика 9.22 – Поређење симулираних и мерених динамичких хистерезисних петљи за  $B(t)$  синусног облика и  $B_{\max}$  од интереса, за 50 Hz.



Слика 9.23 – Поређење симулираних и мерених динамичких хистерезисних петљи за  $B(t)$  синусног облика и  $B_{\max}$  од интереса, за 80 Hz.



Слика 9.24 – Поређење симулираних и мерених динамичких хистерезисних петљи за  $B(t)$  синусног облика и  $B_{\max}$  од интереса, за 100 Hz.

Синусно  $B(t)$  је симулирано идеалном функцијом облика  $B(t) = -B_{\max} \cos(2\pi ft)$ , где је  $f$  разматрана фреквенција. Разлог одабира поменутог облика, а не типичног синусног, је тај што су сва мерења  $H(t)$  пре хармонијске анализе сложена тако да за њихово одговарајуће  $B(t)$  важи  $B(t=0) = B_{\min}$ . Приликом симулације  $B(t)$  употребљено је 1000 тачака прорачуна.

### 9.3.3. Решавање динамичких електричних кола са нелинеарним хистерезисним калемом у временском домену

Решавање динамичког електричног кола у временском домену подразумева процес одређивања временских облика електричних струја у свим гранама разматраног кола. Међутим, процес решавања може бити врло сложен ако се у коло везују нелинеарни калемови са хистерезисом. У Глави 2 изнесени су неки од честих приступа том проблему. Предочене су предности и недостаци појединих приступа, попут недостатака приликом решавања кола у временском домену применом  $RL$  заменских шема веза или сложености математичког апарата хистерезисних модела који се имплементирају у поступке за решавање. Поступак предложен у Глави 6 омогућава решавање динамичких електричних кола са реалним нелинеарним хистерезисним калемом. Њиме се заобилази употреба сложених хистерезисних модела али, у исто време, омогућава адекватна тачност решења у временском домену [47].

У циљу провере поступка, разматране су четири конфигурације (случаја) динамичког електричног кола са реалним елементима (датог на Слици 6.1) и то:

Случај I - без додатног отпорника и калема ( $R_a=0 \Omega$ ,  $L_a=0 \text{ mH}$ );

Случај II - са додатним отпорником ( $R_a=48 \Omega$ ,  $L_a=0 \text{ mH}$ );

Случај III - са додатни калемом без феромагнетског језгра ( $R_a=8,8 \Omega$ ,  $L_a=14,5 \text{ mH}$ );

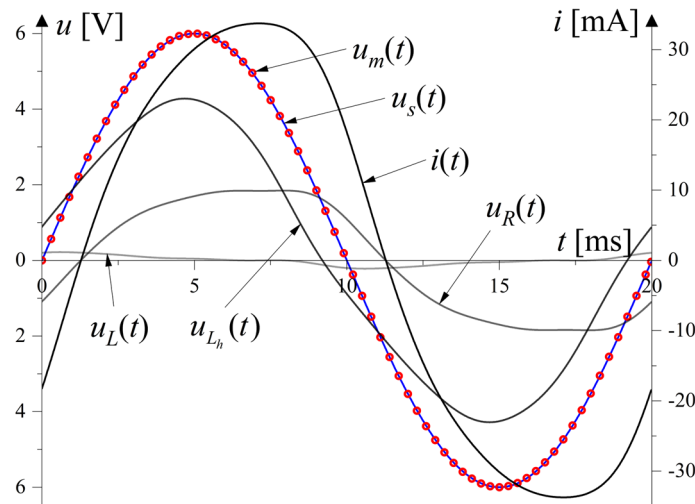
Случај IV - са додатним отпорником и калемом ( $R_a=56,8 \Omega$ ,  $L_a=14,5 \text{ mH}$ ).

У свим симулацијама отпорност намотаја калема је била  $R_{N_1}=0,8 \Omega$ , а шанта  $R_{sh}=0,5 \Omega$ . Расипање магнетског флукса линеарног калема без феромагнетског језгра и нелинеарног хистерезисног калема је занемарено. Симулације су спроведене при улазном напону облика  $u(t) = U_m \sin(2\pi ft)$ , где је  $U_m$  амплитуда која има вредност 2, 4, 6, 8 и 9 V при  $f$  од 50 Hz. Симулације су поновљене и за  $f$  од 100, 200 и 300 Hz при чему је вредност  $U_m/f$  одржавана константном.

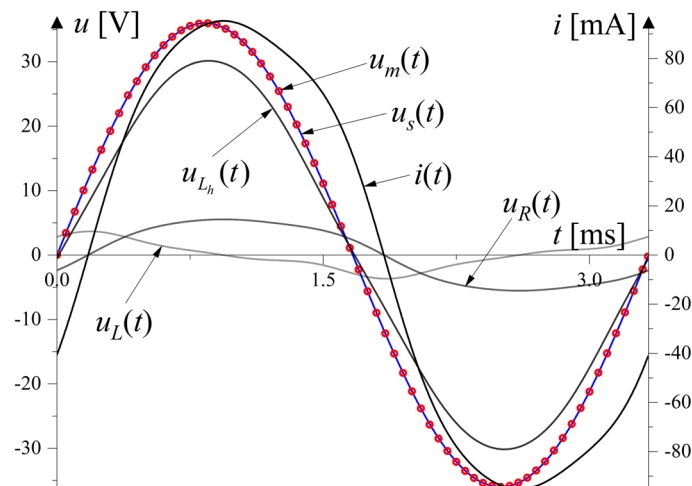
Све симулације су спроведене са истим укупним бројем хармоника  $N=15$  и укупно 1000 тачака прорачуна. Параметри интерполације у оквиру НИМ-а, за прорачун  $H_{qs}(t)$  из квазистатичких мерења на 1 Hz, подешени су на  $n_a=3$  и  $n_p=1$ . Разматране су две апроксимације за зависност  $n(H_{exc})$  приликом одређивања  $H_{exc}(t)$  – линеарна и нелинеарна. Сходно томе, подешени су параметри  $n_0=700$  и  $V_0=0,022 \text{ A/m}$  за линеарну и  $M=26$  и  $V_0=37,8 \text{ A/m}$  за нелинеарну апроксимацију. Максималан број итерација  $j_{\max}$  је био неограничен. Додатно, у циљу остваривања врло строгог критеријума конвергенције  $\epsilon$  од 0,01%, примењено је усредњавање резултата између две узастопне итерације. За решавање је такође могуће применити поступак заснован на сукцесивној промени амплитуде напона од 0 до  $U_m$ , али уз знатно блажи критеријум конвергенције [102].

При наведеним подешавањима симулације су трајале од 15 до 33 s уз  $j_{\max}$  од 14 до 15, у зависности од разматране конфигурације кола и напонског нивоа извора. Генерално, запажено је да је за ниже амплитуде напона  $u(t)$  и конфигурације кола без додатних елемената или само са додатном отпорношћу, време прорачуна знатно краће него у осталим случајевима.

На Сликама 9.25 и 9.26 приказани су прорачунати напони на појединим елементима кола и електрична струја  $i(t)$  кроз коло за Случај IV при  $U_m$  од 6 V на 50 Hz и  $U_m$  од 36 V на 300 Hz, респективно. Приказани напони обухватају: напон на укупној омској отпорности  $u_R(t)$ , напон на додатној индуктивности  $u_L(t)$  и напон на нелинеарном хистерезисном калему  $u_{Lh}(t)$ . Додатно, дато је поређење укупног напона  $u_s(t)$  прорачунатог као сума претходно наведених напона на елементима ( $u_s(t)$  одговара  $u(t)$  на Слици 6.1) и мереног напона  $u_m(t)$ . Криве приказане на Сликама 9.25 и 9.26 добијене су за нелинеарну апроксимацију  $n(H_{exc})$ . Може се приметити да постоји врло добро слагање укупног симулираног и мереног напона чиме се потврђује једнакост израза са леве и десне стране у (6.1) за последњу итерацију процеса решавања разматраног кола.



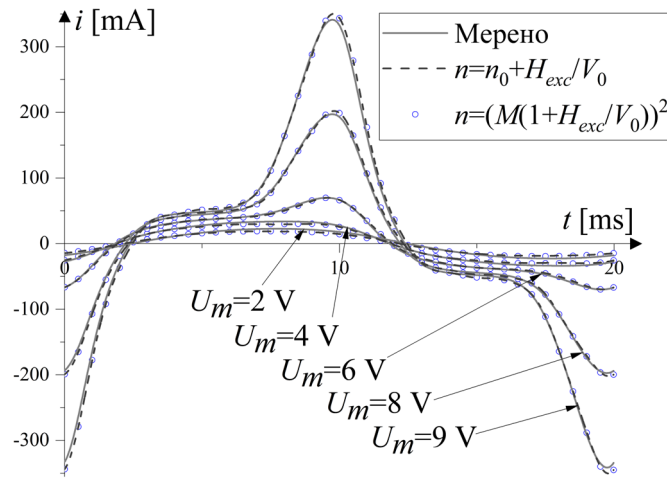
Слика 9.25 – Симулирани временски облици  $i(t)$ , напона на појединим елементима кола и поређење њихове суме и мереног улазног напона за Случај IV,  $U_m=6$  V на 50 Hz.



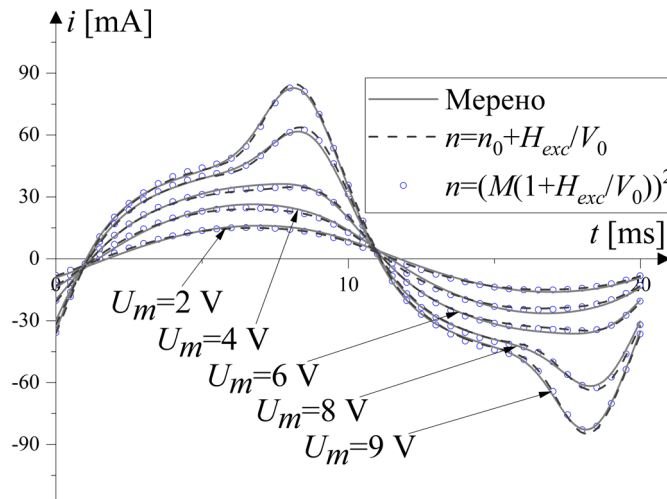
Слика 9.26 – Симулирани временски облици  $i(t)$ , напона на појединим елементима кола и поређење њихове суме и мереног улазног напона за Случај IV,  $U_m=36$  V на 300 Hz.

На Сликама 9.27-9.30 приказано је поређење симулационих (прорачунатих) и мерених резултата за  $i(t)$  за све разматране  $U_m$  на 50 Hz и конфигурације кола. Приказани су резултати и за линеарну и за нелинеарну зависност  $n(H_{exc})$ . Под мереним вредностима

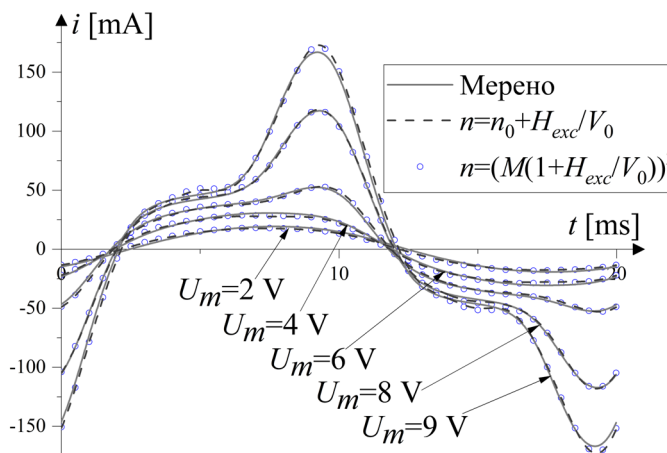
електричне струје  $i(t)$  за све случајеве (I-IV) подразумева се вредност прорачуната из мерења  $H(t)$  за разматране случајеве применом Амперовог закона.



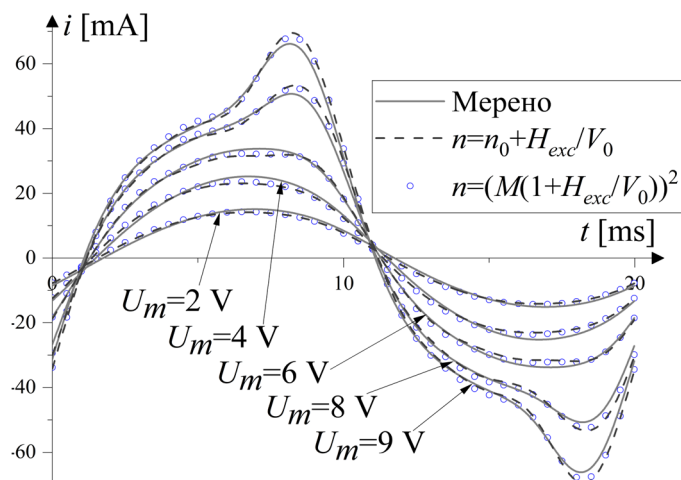
Слика 9.27 – Поређење симулираних и мерених  $i(t)$  за Случај I и  $U_m$  од 2 до 9 V, на 50 Hz.



Слика 9.28 – Поређење симулираних и мерених  $i(t)$  за Случај II и  $U_m$  од 2 до 9 V, на 50 Hz.

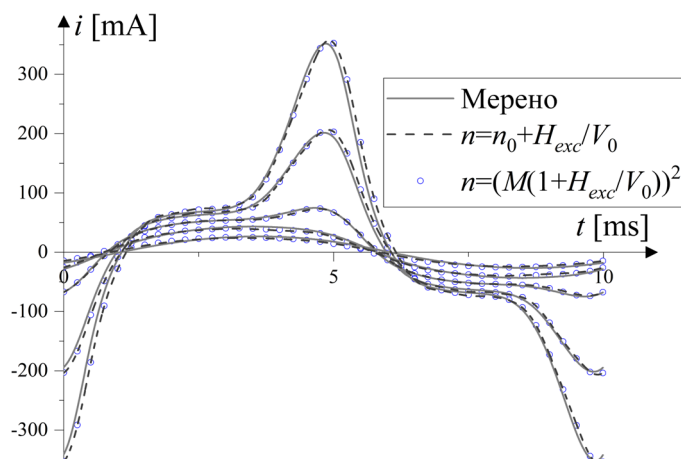


Слика 9.29 – Поређење симулираних и мерених  $i(t)$  за Случај III и  $U_m$  од 2 до 9 V, на 50 Hz.

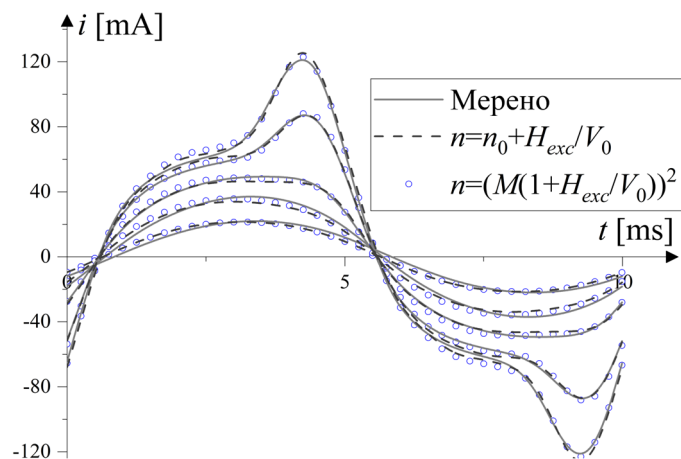


Слика 9.30 – Поређење симулираних и мерених  $i(t)$  за Случај IV и  $U_m$  од 2 до 9 V, на 50 Hz.

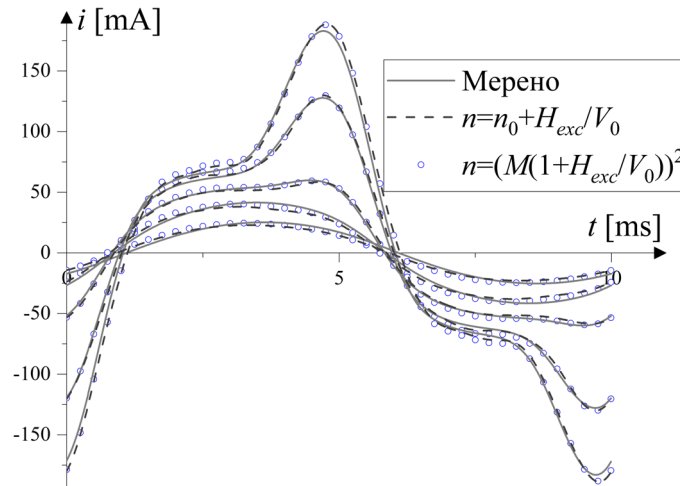
На Сликама 9.31-9.34 приказано је поређење симулационих (прорачунатих) и мерених резултата за  $i(t)$  за све разматране  $U_m$  на 100 Hz за све разматране конфигурације кола, линеарну и за нелинеарну зависност  $n(H_{exc})$ . Ради прегледности, на сликама нису назначене вредности  $U_m$ . Распоред кривих је као на Сликама 9.27-9.30 за респективне случајеве али је њихово  $U_m$  пропорционално промењено тако да је  $U_m/f$  константно.



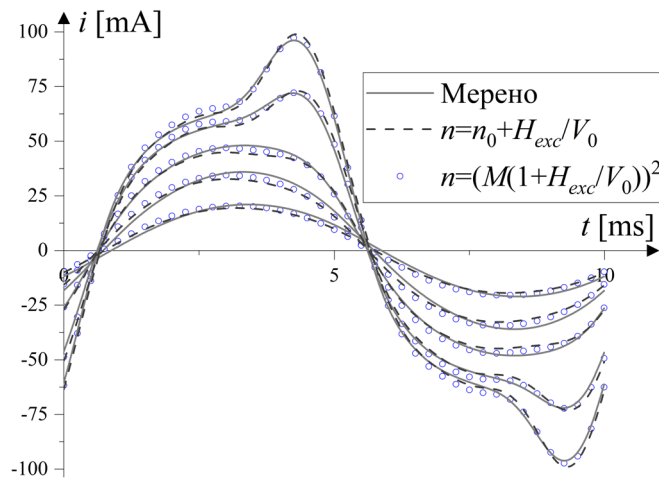
Слика 9.31 – Поређење симулираних и мерених  $i(t)$  за Случај I и  $U_m$  од 4 до 18 V, на 100 Hz.



Слика 9.32 – Поређење симулираних и мерених  $i(t)$  за Случај II и  $U_m$  од 4 до 18 V, на 100 Hz.

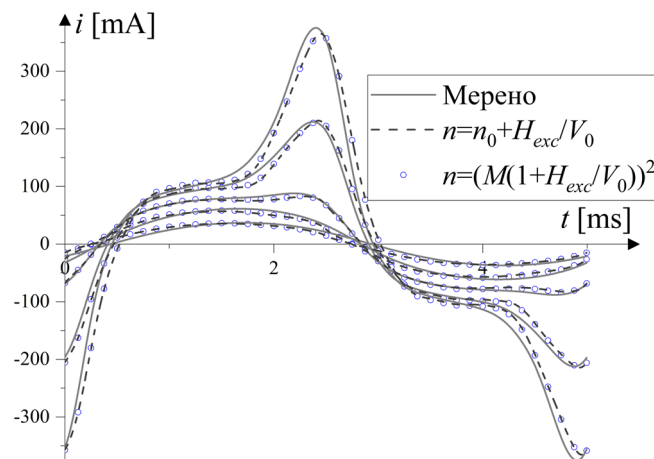


Слика 9.33 – Поређење симулираних и мерених  $i(t)$  за Случај III и  $U_m$  од 4 до 18 V, на 100 Hz.

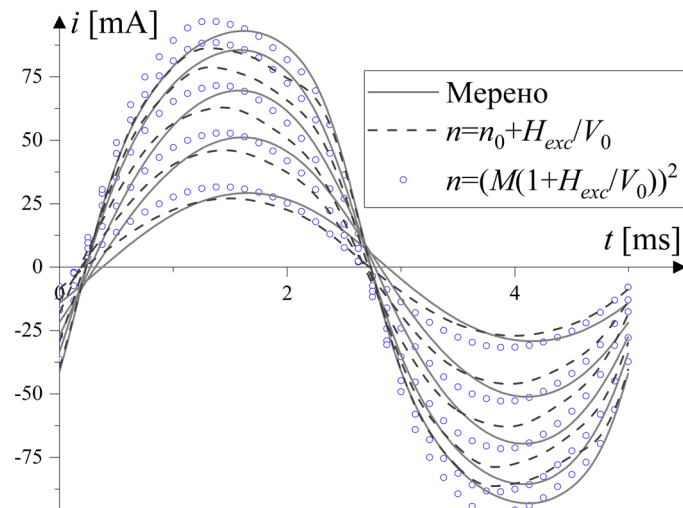


Слика 9.34 – Поређење симулираних и мерених  $i(t)$  за Случај IV и  $U_m$  од 4 до 18 V, на 100 Hz.

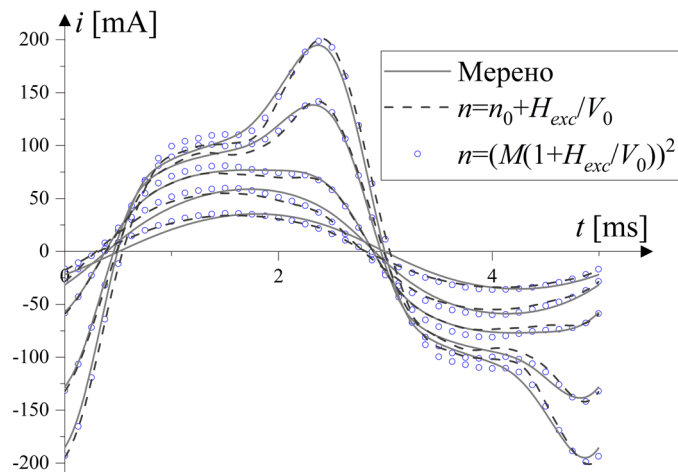
На Сликама 9.35-9.38 приказано је поређење симулационих (прорачунатих) и мерених резултата за  $i(t)$  за све разматране  $U_m$  на 200 Hz за све разматране конфигурације кола, линеарну и за нелинеарну зависност  $n(H_{exc})$ .



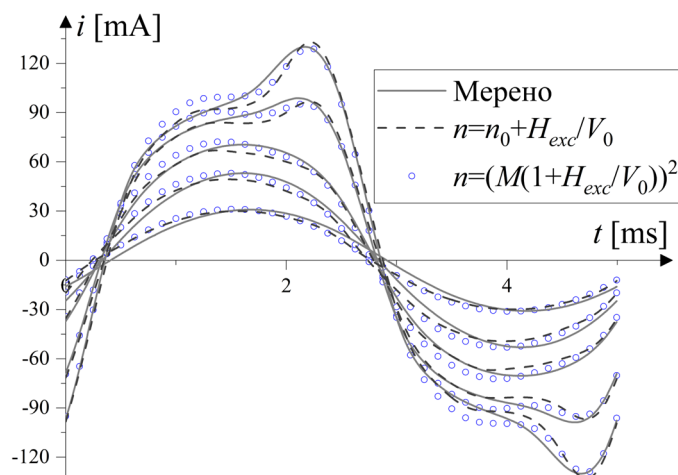
Слика 9.35 – Поређење симулираних и мерених  $i(t)$  за Случај I и  $U_m$  од 8 до 36 V, на 200 Hz.



Слика 9.36 – Поређење симулираних и мерених  $i(t)$  за Случај II и  $U_m$  од 8 до 36 V, на 200 Hz.



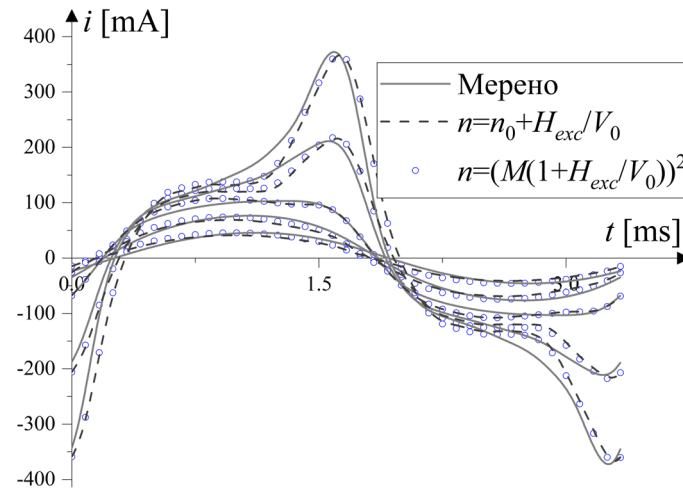
Слика 9.37 – Поређење симулираних и мерених  $i(t)$  за Случај III и  $U_m$  од 8 до 36 V, на 200 Hz.



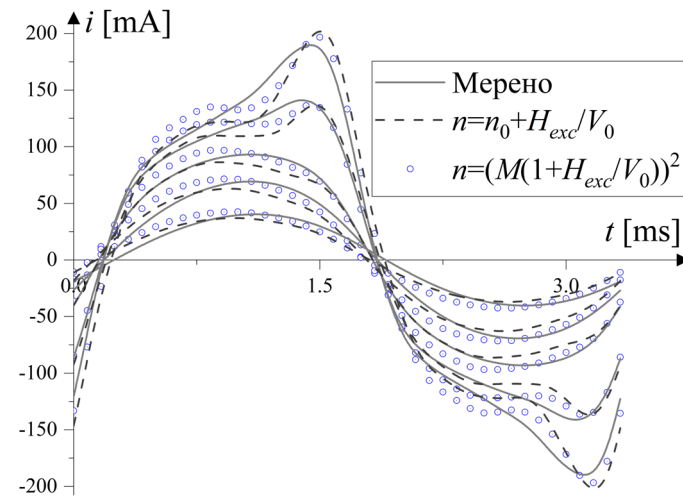
Слика 9.38 – Поређење симулираних и мерених  $i(t)$  за Случај IV и  $U_m$  од 8 до 36 V, на 200 Hz.

На Сликама 9.39-9.43 приказано је поређење симулационих (прорачунатих) и мерених резултата за  $i(t)$  за све разматране  $U_m$  на 300 Hz за све разматране конфигурације кола, линеарну и за нелинеарну зависност  $n(H_{exc})$ .

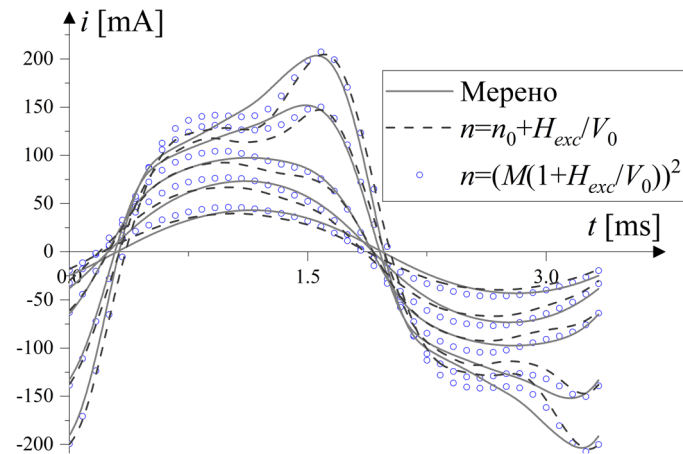




Слика 9.39 – Поређење симулираних и мерених  $i(t)$  за Случај I и  $U_m$  од 12 до 54 V, на 300 Hz.



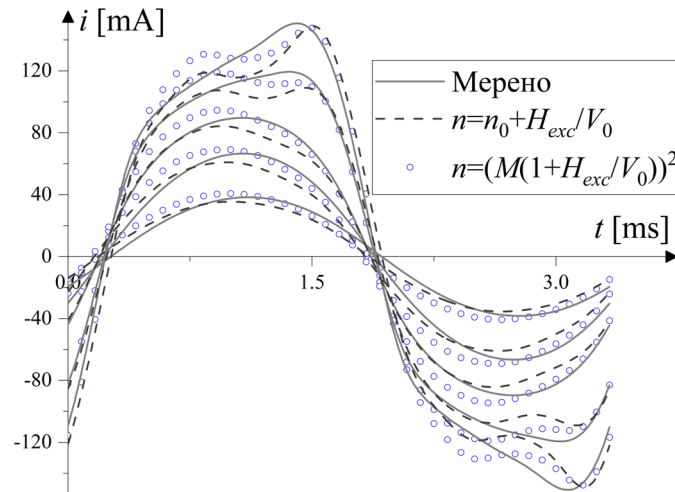
Слика 9.40 – Поређење симулираних и мерених  $i(t)$  за Случај II и  $U_m$  од 12 до 54 V, на 300 Hz.



Слика 9.41 – Поређење симулираних и мерених  $i(t)$  за Случај III и  $U_m$  од 12 до 54 V, на 300 Hz.

Може се приметити генерално добро слагање симулираних и мерених резултата за  $i(t)$  у свим разматраним случајевима конфигурација кола и фреквенција улазног напона. Ипак, повећањем фреквенције изнад 200 Hz примећује се нешто лошије (мада

још увек задовољавајуће) слагање резултата него што је то био случај за фреквенције мање од 200 Hz. Детаљнија анализа резултата поређења биће изложена у Глави 10.

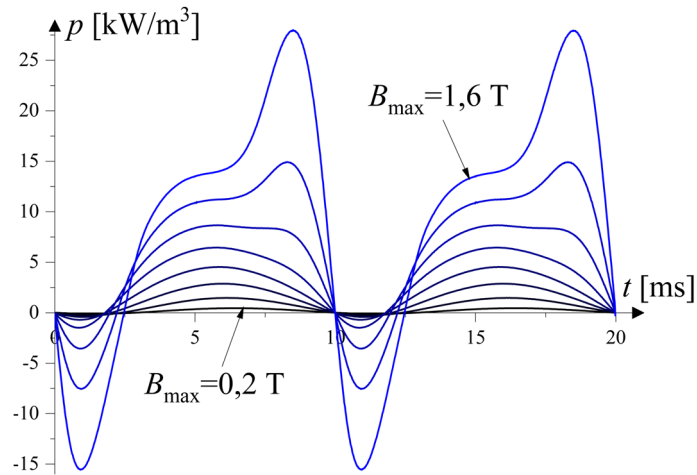


Слика 9.42 – Поређење симулираних и мерених  $i(t)$  за Случај IV и  $U_m$  од 12 до 54 V, на 300 Hz.

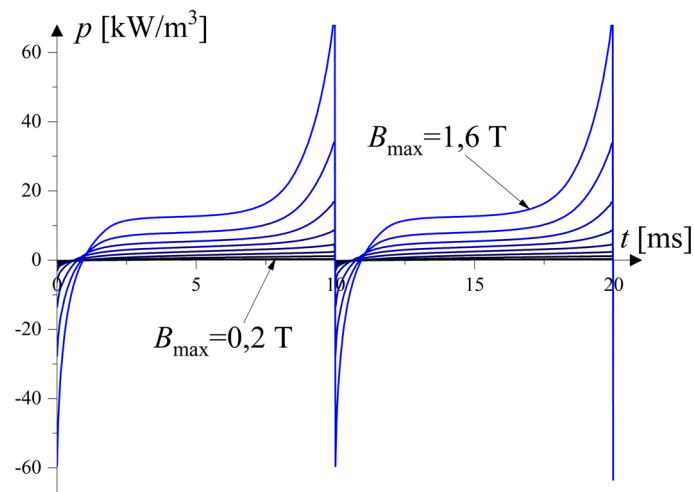
#### 9.3.4. Симулација тренутне снаге магнећења $p(t)$

За симулацију тренутне снаге магнећења  $p(t)$  за  $B_{\max}$  од интереса у оквиру Главе 7 предложена су два приступа заснована на принципима хармонијске анализе. Први приступ предлаже прорачун  $p(t)$  интерполацијом амплитуда и фаза хармоника мерених података (НИМ). Под мереним подацима подразумевају се подаци за  $p(t)$  прорачунати из мерених  $H(t)$  и  $B(t)$  применом (5.4). Ако се разматра случај  $H(t)$  и  $B(t)$  којима су значајни само непарни хармоници, за  $p(t)$  ће значајни бити једносмерна компонента и парни хармоници [107]. Недостатак тог приступа је што су резултати симулације веома зависни од облика  $B(t)$  и фреквенције. Другим речима, могу се симулирати само  $p(t)$  за облик и фреквенцију  $B(t)$  за који су мерења спроведена. Ипак, такав приступ се одликује већом тачношћу. Други приступ предвиђа индиректан прорачун  $p(t)$  тако што се прво прорачуна  $H(t)$  применом комбинације НИМ методологије и STL-а (Глава 5 и 6), а потом резултат помножи са  $dB/dt$  према (5.4). Предност оваквог приступа је што се може симулирати  $p(t)$  на различитим  $f$  и облицима  $B(t)$  уз ограничен број мерења за облик  $B(t)$  од интереса (за прорачун параметара STL модела) и сет мерења на квазистатичкој фреквенцији. Недостатак је мања тачност у односу на резултате добијене првим приступом. На Сликама 9.43 и 9.44 приказане су „мерене”  $p(t)$ , односно прорачунате из мерених  $H(t)$  и  $B(t)$  за  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 T са кораком од 0,2 T, на 50 Hz применом (5.4) за синусно и троугаоно  $B(t)$ , респективно.

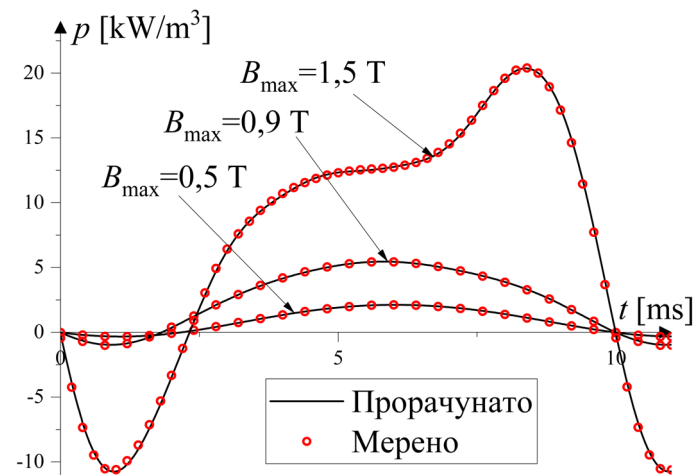
На Сликама 9.45 и 9.46 приказана су поређена симулираних и мерених  $p(t)$ , за  $B_{\max}$  од 0,5, 0,9 и 1,5 T на 50 Hz за синусно и троугаоно  $B(t)$ , респективно. Због боље прегледности, приказана је само прва полупериода. Употребљен је први начин симулације, а као услов одређивања значајних хармоника усвојено је да су то сви хармоници чији је однос амплитуде и амплитуде једносмерне компоненте већи од 0,5% за синусно и 1% за троугаоно  $B(t)$ . Узимање мање вредности за критеријум одређивања хармоника од интереса није значајније утицао на побољшање резултата симулације. Коришћени параметри интерполације су  $n_a=6$ ,  $n_p=1$ , за оба разматрана облика  $B(t)$ .



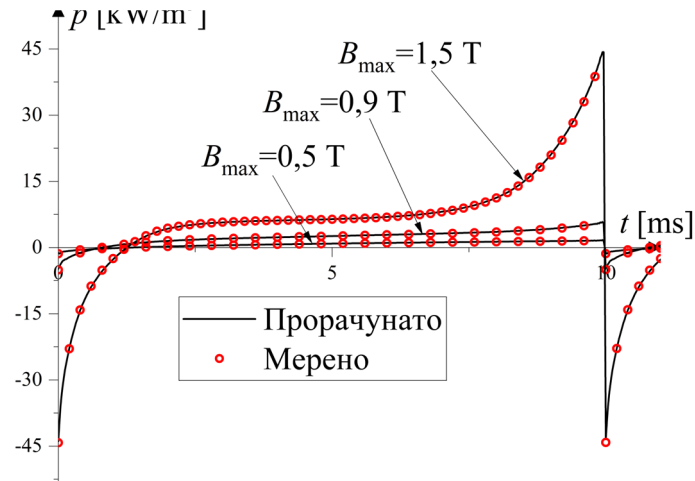
Слика 9.43 – Мерене  $p(t)$  за синусно  $B(t)$  и  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 Т са кораком од 0,2 Т, на 50 Hz.



Слика 9.44 – Мерене  $p(t)$  за троугаоно  $B(t)$  и  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 Т са кораком од 0,2 Т, на 50 Hz.



Слика 9.45 – Поређење симулираних и мерених  $p(t)$  за синусно  $B(t)$  и разматране  $B_{\max}$ , на 50 Hz.



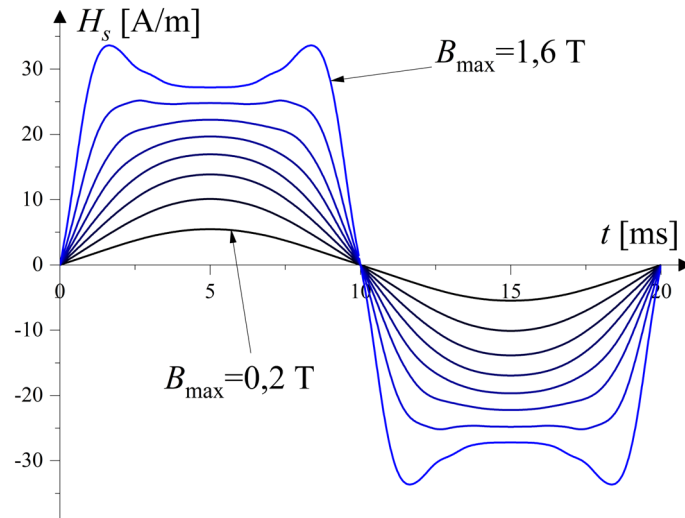
Слика 9.46 – Поређење симулираних и мерених  $p(t)$  за троугаоно  $B(t)$  и разматране  $B_{\max}$ , на 50 Hz.

Због великог броја хармоника од интереса у случају троугаоног  $B(t)$ , у циљу рационалнијег коришћења ресурса рачунара, било је неопходно ограничити укупан број разматраних хармоника  $N$  за свако  $B_{\max}$  од интереса. У ту сврху усвојене су вредности од 190, 220 и 240 за  $B_{\max}$  од 0,5, 0,9 за 1,5 Т, респективно. За случај синусног  $B(t)$  број хармоника од интереса је знатно мањи, али је и он ограничен на 4, 5 и 8 хармоника како би се указало и на ту могућност приликом подешавања параметара прорачуна. Ипак, ограничење укупног броја хармоника нема значајнији утицај на квалитет прорачуна јер је он довољно велики да се њиме могу обухватити сви хармоници који испуњавају претходно наведени услов (у погледу амплитуде) за одређивање хармоника од интереса. То се може и потврдити врло dobrим слагањем мерених и симулираних  $p(t)$  за све разматране случајеве  $B_{\max}$  и облике  $B(t)$ . Поређење података добијених применом другог предложеног поступка није приказано јер би се такво поређење, у суштини, заснивало на поређењу  $H(t)$ . То поређење је већ дато за случај синусног  $B(t)$  (Слика 9.19), а процес би био аналоган за троугаоно  $B(t)$ .

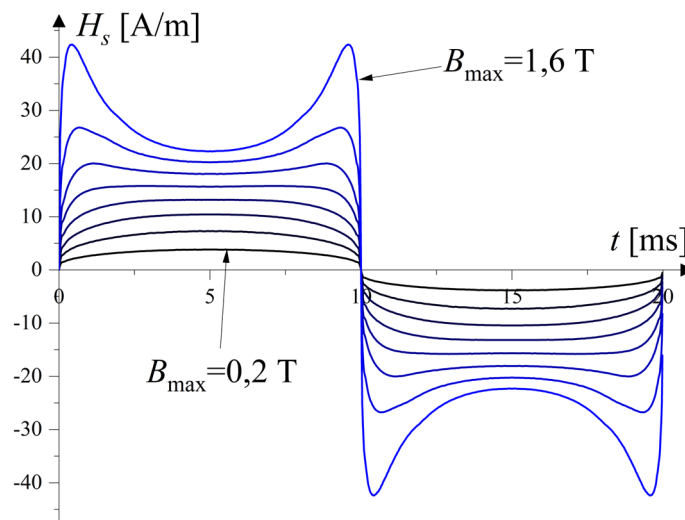
### 9.3.5. Прорачун компоненти $H(t)$ и $p(t)$

Синусна и косинусна компонента  $H(t)$ ,  $H_s(t)$  и  $H_c(t)$ , одређују се применом (7.9) за податке добијене хармонијском анализом резултата мерења  $H(t)$ . Додатно, у Глави 7, илустрована је применљивост прорачуна за различите облике  $B(t)$ . На Сликама 9.47 и 9.48 приказане су  $H_s(t)$ , а на Сликама 9.49 и 9.50  $H_c(t)$ , компоненте на 50 Hz за  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 Т са кораком од 0,2 Т, за синусно и троугаоно  $B(t)$ , респективно. Укупан број хармоника од интереса је ограничен на  $N=13$  за синусно и  $N=60$  за троугаоно  $B(t)$ . Услов одређивања хармоника од интереса је да су њихове амплитуде барем 1,2% амплитуде првог хармоника.

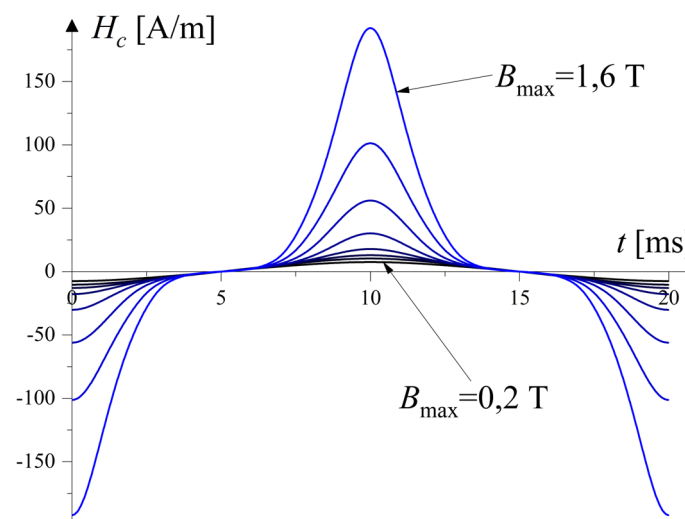
Може се приметити да до приближно 1 Т криве  $H_s(t)$  својим обликом подсећају на своје одговарајуће  $dB/dt$ . Као последица такве зависности на Сlici 9.6 се у разматраном опсегу могу опазити минорне хистерезисне петље које су по облику врло сличне елипси. Разлог томе се може приписати релативно малом степену нелинеарности материјала до 1 Т. С тим у вези, зависности између  $H_s(t)$  и  $dB/dt$  би се могла апроксимирати као линеарна уз повећање одступања услед линеарне апроксимације што је  $B_{\max}$  веће од приближно 1 Т. Са даљим порастом амплитуде запажа се да  $H_s(t)$  поприма седласт облик који је израженији (са већим пиковима) за троугаоно  $B(t)$  услед наглих промена у  $dB/dt$ .



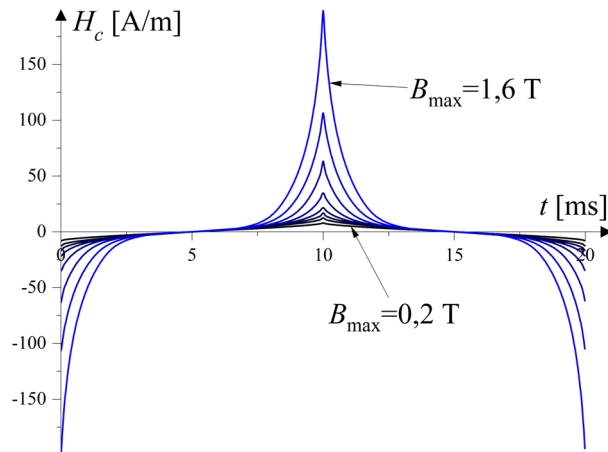
Слика 9.47 – Прорачунате  $H_s(t)$  за синусно  $B(t)$  и  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 Т са кораком од 0,2 Т, на 50 Hz.



Слика 9.48 – Прорачунате  $H_s(t)$  за троугаоно  $B(t)$  и  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 Т са кораком од 0,2 Т, на 50 Hz.



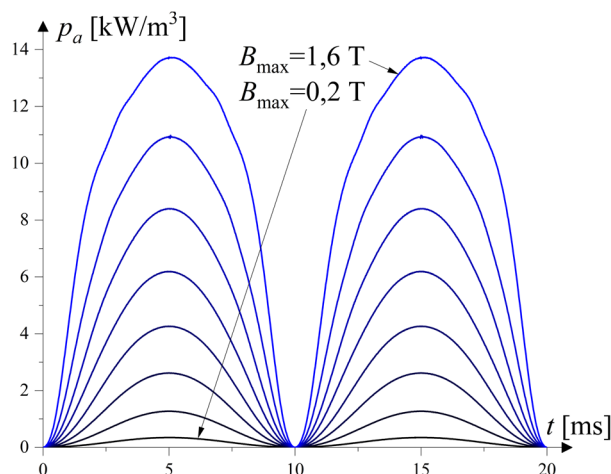
Слика 9.49 – Прорачунате  $H_c(t)$  за синусно  $B(t)$  и  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 Т са кораком од 0,2 Т, на 50 Hz.



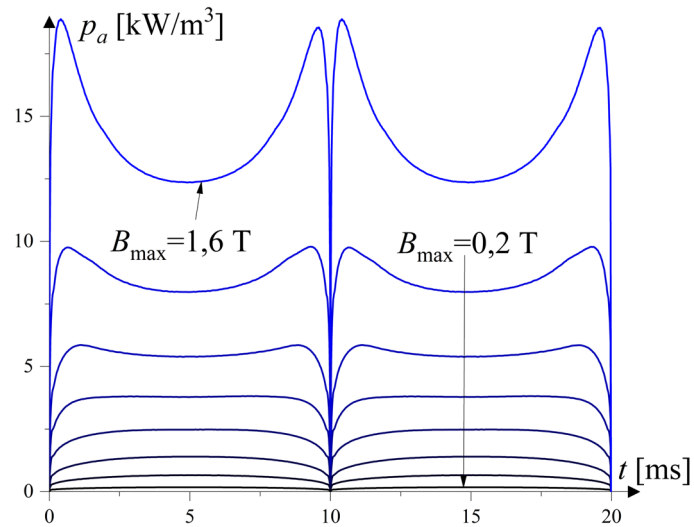
Слика 9.50 – Прорачунате  $H_c(t)$  за троугаоно  $B(t)$  и  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 Т са кораком од 0,2 Т, на 50 Hz.

Криве  $H_c(t)$  су сличне за синусни и за троугаони облик  $B(t)$  у смислу да имају изражено повећање тренутних вредности у околини тренутка  $t=T/2$  и  $t=T$ , где је  $T$  периода (20 ms на Сликама 9.49 и 9.50). Промене максималних вредности нису пропорционалне са  $B_{\max}$ , пре свега због израженије нелинеарности, па се тако може запазити знатно веће повећање при промени  $B_{\max}$  са 1,2 на 1,4 Т него са 0,8 на 1 Т. Додатно,  $H_c(t)$  се разликују по облику у зависности од  $B(t)$ . С тим у вези, може се приметити да оне које одговарају синусном  $B(t)$  имају знатно спорију промену око  $T/2$  и  $T$ , што се испољава већом ширином „пика“ око тих тренутака. Са друге стране, код троугаоног  $B(t)$  опадање је знатно брже, а максималне вредности имају облике пикова. Ти пикови су израженији што је  $B_{\max}$  веће. Битно је напоменути и чињеницу да су прорачунате  $H_s(t)$  и  $H_c(t)$  у фази са  $dB/dt$  и  $B(t)$ , респективно.

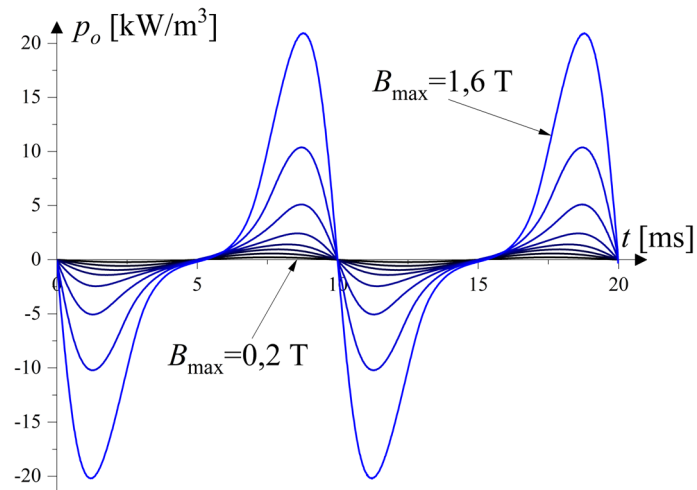
На основу приказаних  $H_s(t)$  и  $H_c(t)$ , могу се добити конститутивне компоненте  $p(t)$  – апсорбована  $p_a(t)$ , која се неповратно претвара у топлоту, и осцилујућа  $p_o(t)$ , која осцилује између извора и калема. Прорачуни се врше на основу израза (7.10) за  $p_a(t)$  и (7.11) за  $p_o(t)$ . На Сликама 9.51 и 9.52 приказане су  $p_a(t)$ , а на Сликама 9.53 и 9.54  $p_o(t)$ , за  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 Т са кораком од 0,2 Т, на 50 Hz за синусно и троугаоно  $B(t)$ .



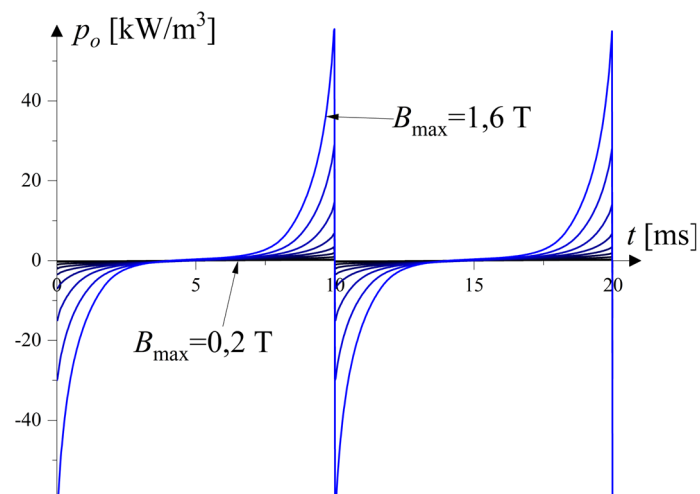
Слика 9.51 – Прорачунате  $p_a(t)$  за синусно  $B(t)$  и  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 Т са кораком од 0,2 Т, на 50 Hz.



Слика 9.52 – Прорачунате  $p_a(t)$  за троугаоно  $B(t)$  и  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 Т са кораком од 0,2 Т, на 50 Hz.



Слика 9.53 – Прорачунате  $p_o(t)$  за синусно  $B(t)$  и  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 Т са кораком од 0,2 Т, на 50 Hz.



Слика 9.54 – Прорачунате  $p_o(t)$  за троугаоно  $B(t)$  и  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 Т са кораком од 0,2 Т, на 50 Hz.

Са Сlike 9.52 се може приметити да се облик  $p_a(t)$  компоненте значајно мења у односу на  $B_{\max}$ . За 0,2 Т њен облик је благо испупчен, потом се постепено заравњава и на 1 Т је поприлично заравњен и подсећа на облик  $dB/dt$ . За  $B_{\max} > 1$  Т може се приметити седласт облик који је највише изражен за случај 1,6 Т. Занимљиво је приметити да то није случај са компонентама са Сlike 9.51 које поприлично задржавају исти облик сличан  $dB/dt$  за све разматране случајеве  $B_{\max}$ . Појава промене облика  $p_a(t)$  за различите облике  $B(t)$  и вредности амплитуда  $B_{\max}$  могла би бити од интереса приликом одређивања адекватнијег израза за  $H_{exc}(t)$  у оквиру STL-а. Класичан STL приступ није погодан за троугаоно  $B(t)$  управо због свог значајног одступања од облика  $dB/dt$  за вредности  $B_{\max}$  близу засићења [98].

Равномернија промена у случају синусног у односу на троугаоно  $B(t)$  се може приметити и када се пореде  $p_o(t)$  компоненте. Са Сlike 9.54 се примећује да се у тренутку нагле промене смера магнећења, односно  $dB/dt$  са позитивне на негативну и обрнуто, јавља значајан пик у  $p_o(t)$  за све разматране  $B_{\max}$ , са тенденцијом израженијег повећања амплитуде за веће вредности  $B_{\max}$ . Остатак периоде  $p_o(t)$  има значајно мање вредности. За синусно  $B(t)$  (Слика 9.53) осцилације дуж  $p_o(t)$  су доста блаже, тј. нема изражене пикове као што је то био случај са троугаоним  $B(t)$ , јер  $dB/dt$  нема наглих промена. Поређења ради, амплитуда (пик) дуж  $p_o(t)$  је скоро два пута већа за троугаоно него синусно  $B(t)$  за 1,6 Т.

### 9.3.6. Симулација апсорбоване компоненте $p_a(t)$ , примена на феритна језгра на различитим температурама

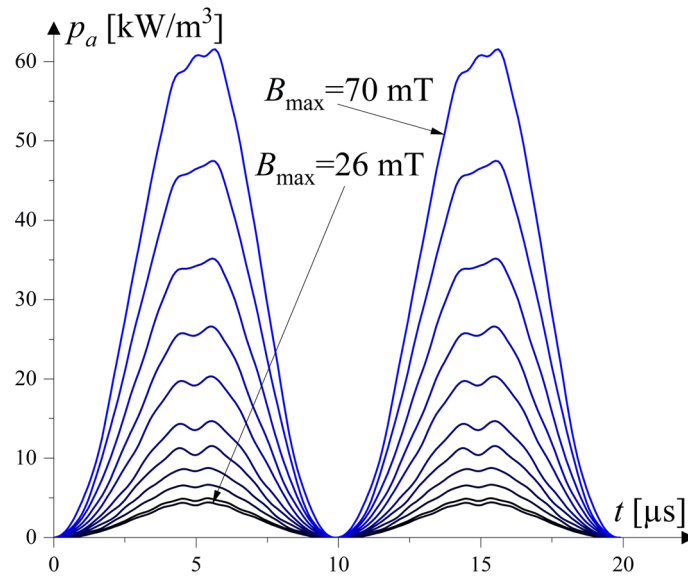
Ферити се одликују релативно ниским губицима снаге при високим фреквенцијама. Такође, њихови  $H(t)$  и  $B(t)$  се одликују мањим изобличењем али и знатно мањим максималним  $B_{\max}$ , у поређењу са већином феромагнетика. То за последицу има да су им хистерезисне петље, у великом распону случајева практичне примене, приближно облика елипсе, као што се може видети са Сlike 9.8-9.11. Материјали са таквим карактеристикама погодују примени у енергетској електроници и били су тема значајног броја истраживања из области губитака снаге и моделовања [25-27, 114]. С тим у вези, било би од интереса испитати могућности примене предложеног НИМ поступка на те материјале, а нарочито примена која се односи на снагу магнећења и њене компоненте.

На Сликама 9.55 и 9.56 приказане су  $p_a(t)$  компоненте на 25°C и фреквенцијама од 50 и 251 kHz, респективно. Због боље прегледности представљене су само криве за  $B_{\max}$  од 26 до 70 mT. Осцилујуће компоненте  $p_o(t)$  нису разматране јер је акценат постављен на симулације у циљу одређивања губитака снаге у феритном језгру. Прорачуни су извршени према истом принципу као за феромагнетски лим. За прорачун је употребљен релативно мали број значајних хармоника  $N=6$ , уз услов да амплитуда разматраног хармоника не буде мања од 1% амплитуде првог хармоника. Тако мали број потенцијалних хармоника од интереса је последица малог степена нелинеарности ферита, односно малог изобличења  $H(t)$ . Ипак, препорука је да се спроведе детаљна хармонијска анализа мерених података пре започињања процедуре раздвајања компоненти.

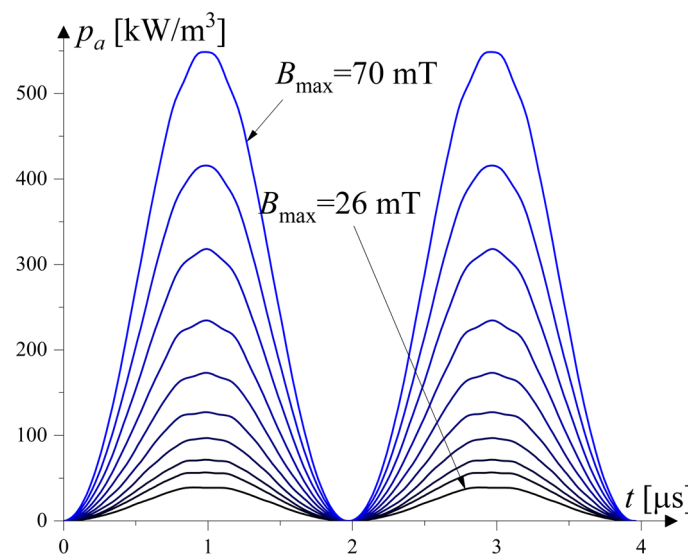
Поред приказаних, прорачуни  $p_a(t)$  су спроведени и за све остале расположиве податке (за све фреквенције, температуре и  $B_{\max}$ ) у циљу формирања базе података за симулацију  $p_a(t)$  за  $B_{\max}$ , фреквенцију и температуру од интереса. Међутим, услед малог броја температура разматраних приликом мерења (25, 50, 70 и 90°C), као и великог корака промене између њих, није било могуће одредити  $p_a(t)$  за међутемпературе, нпр.



60°C. С тим у вези, под температурама од интереса разматраће се само оне четири за које постоје мерења. Наведени приступ, који подразумева разматрање више величина од интереса истовремено, одабран је у циљу провере могућности примене НМ-а на велике базе података које садрже сетове мерених података добијених за више величина од интереса.



Слика 9.55 – Прорачунате  $p_a(t)$  за  $B_{\max}$  од 26 до 70 mT на 50 kHz и 25°C, при синусном  $B(t)$ .



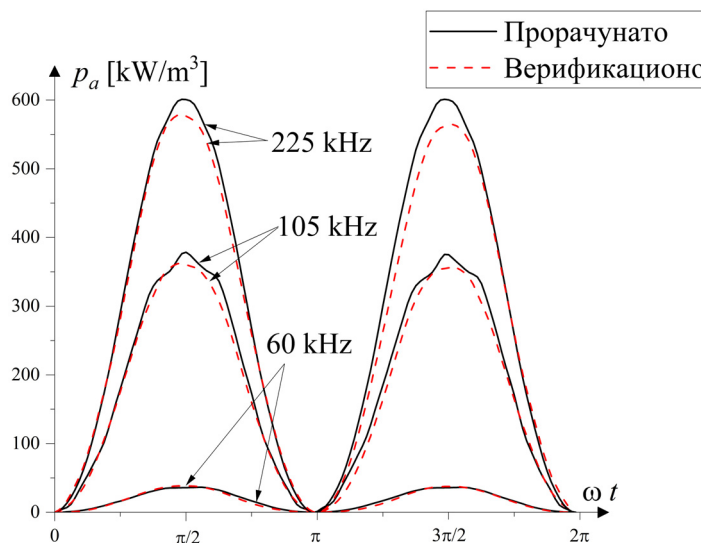
Слика 9.56 – Прорачунате  $p_a(t)$  за  $B_{\max}$  од 26 до 70 mT на 251 kHz и 25°C, при синусном  $B(t)$ .

Када се упореде  $p_a(t)$  за приказане  $B_{\max}$  при истој фреквенцији, може се приметити да се њихов облик врло мало мења приликом промене  $B_{\max}$  од 26 до 70 mT. То је у највећој мери последица малог степена нелинеарности који испољавају ферити. Са друге стране, ако се упореде  $p_a(t)$  при истој  $B_{\max}$  за различите фреквенције, примећује се да се амплитуда  $p_a(t)$  повећава са повећањем фреквенције. Другим речима, са повећањем фреквенције језгро ће апсорбовати већу количину енергије која се потом претвара у топлоту и расипа у околину.

Сви прорачунати подаци за  $p_a(t)$  су потом подвргнути хармонијској анализи. Утврђено је да је, у случају највећег доступног  $V_{\max}$  (критичан случај), укупан број хармоника од интереса  $N=6$  за свако разматрано  $p_a(t)$  понаособ. Критеријум за одређивање  $N$  је усвојен тако да амплитуда разматраног хармоника мора бити већа од 1% једносмерне компоненте. Сходно томе,  $N=6$  је усвојен за све симулације  $p_a(t)$  за величине од интереса ( $V_{\max}$ , фреквенцију и температуру) уз задржавање претходно наведеног критеријума приликом сваког прорачуна. Након хармонијске анализе, следећи НИМ процедуру из Главе 4, формиране су табеле за интерполацију амплитуда и фаза хармоника. Битно је напоменути да су овога пута табеле сложеније и заправо представљају четвородимензионе (4D) низове, где је једна димензија ред хармоника, друга  $V_{\max}$ , трећа је фреквенција и четврта температура језгра. Ипак, с обзиром на то да се вредности за међутемпературе не могу добити са адекватном тачношћу (из већ наведеног разлога), то се проблематика формирања табела за интерполацију може свести на формирање 3D (ред хармоника,  $V_{\max}$ , фреквенција) табела, али у четири сета. Сваки сет би тада одговарао једној разматраној температури. Програмски пакет *Mathematica* поседује функције које омогућавају интерполацију у три или више димензија, али пружају мањи степен контроле процеса прорачуна од 2D интерполација.

Употребљене су две 2D интерполације и то једна којом се у обзир узима  $V_{\max}$  и друга којом се у обзир узима фреквенција. С тим у вези, било је неопходно и табеле амплитуда и фаза спустити за још једну димензију, тј. на 2D. Један од приступа је да се прво прорачуна  $p_a(t)$  за  $V_{\max}$  од интереса за сваку од расположивих фреквенција мерења према већ изложеној НИМ процедури. Потом се врши њихова хармонијска анализа и формирају табеле амплитуда и фаза чија је једна димензија ред хармоника, а друга фреквенција мерења и спроводи интерполација за фреквенцију од интереса. На крају се врши сумирање хармоника за фреквенцију од интереса, а који већ одговарају  $V_{\max}$ .

Симулиране су  $p_a(t)$  за три насумично одабране комбинације фреквенције и  $V_{\max}$ , исте за све четири разматране температуре. Усвојене су комбинације од 50 mT и 60 kHz, 100 mT и 105 kHz као и 80 mT и 225 kHz. Ред обе интерполације подешен је на  $n_a=2$  за амплитуде и  $n_p=1$  за фазе. На Слици 9.57 дата су поређења симулираних и верификационих података за разматране комбинације на температури од 25°C, док су на Слици 9.58 дата поређења  $p_a(t)$  за разматране температуре за 80 mT и 225 kHz.



Слика 9.57 – Поређење симулираних и верификационих података за  $p_a(t)$  на 25°C, за комбинације  $V_{\max}$  и фреквенције од 50 mT и 60kHz, 100 mT и 105 kHz и 80 mT и 225 kHz, при синусном  $V(t)$ .



### MagNet AI Input

Material: N87

Initial Relative Permeability ( $\mu$ ) of N87 is set to 2200 to determine the center of the predicted B-H loop.

Temperature [C]: 25

Frequency [kHz]: 60

Hdc Bias [A/m]: 0

The next step is to describe the B waveform with two options.

#### How does MagNet AI work?

- from data acquisition, error analysis, data visualization, to machine learning framework
- D. Serrano et al., "Why MagNet: Quantifying the Complexity of Modeling Power Magnetic Material Characteristics," in IEEE Transactions on Power Electronics, doi: 10.1109/TPEL.2023.3291084. [Paper](#)

### Option 1: Arbitrary B Input

Describe a single cycle waveform of Bdc in mT. Expected for a 128-points array that describes the waveform in a single cycle of steady state. The dc bias is automatically detected. Arrays with other lengths will be automatically interpolated. Here's a template for your reference:

Download an Example 128-Step-per-Cycle 100 mT Sinusoidal B Waveform CSV File

Upload the User-defined CSV File Here:

Drag and drop file here  
Limit 200MB per file • CSV

Browse files

### Option 2: Standard B Input

Select one of the default inputs for a quick start ↓

Sinusoidal  
 Triangular  
 Trapezoidal

Bac Amplitude [mT]: 50

Starting Phase: 90

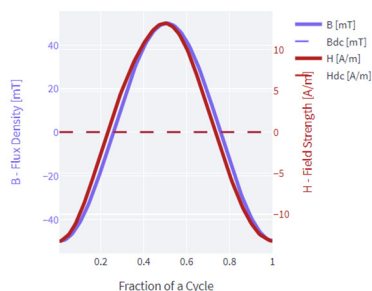
Слика 9.59 – Изглед предњег панела MagNet платформе за симулацију хистерезисних петљи.

На Слици 9.60 приказан је изглед дела MagNet платформе за симулацију хистерезисних петљи са излазним подацима. Додатно, као излазни податак се добијају и подаци о губицима снаге по јединици запремине (*Volumetric Loss*) за све доступне материјале и тренутно подешене параметре симулације (температуру, фреквенцију,  $B_{max}$  и друго). Подаци о тренутним вредностима  $H(t)$  и  $B(t)$  се могу преузети у облику .CSV фајла. Преузимање се обавља притиском на дугме *Download* у доњем левом углу.

### MagNet AI Output

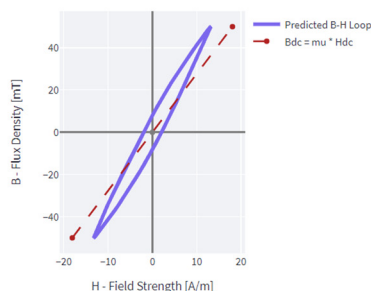
The data contains measurement artifacts. The B-H loop and volumetric core losses describe component-level behaviors. Material characteristics, parasitics, and measurement error all impact the results.

#### Effective B-H Waveform



Download the B-H Loop as a CSV File

#### Effective B-H Loop



#### Volumetric Loss: 16.82 kW/m<sup>3</sup>

#### Ranking among included materials:

	Material	Core Loss [kW/m <sup>3</sup> ]	This one
1	3E6	6.2600	
2	N30	6.8100	
3	N49	7.2300	
4	3C90	10.2400	
5	3C94	10.8300	
6	78	12.8000	
7	77	14.7100	
8	N27	16.3000	
9	N87	16.8200	✓
10	...	...	

Слика 9.60 – Резултати MagNet симулације хистерезисних петљи феритног узорка.

С обзиром на то да се резултати симулације предложеном поступком пореде са резултатима симулације који засигурно имају одређено одступање у односу на мерене податке, као и чињенице да мерења нису савршена у свим случајевима, могло би се очекивати израженије одступање. Ипак, као што је већ речено, са Слика 9.57 и 9.58 може се приметити релативно добро слагање резултата у свим приказаним случајевима.

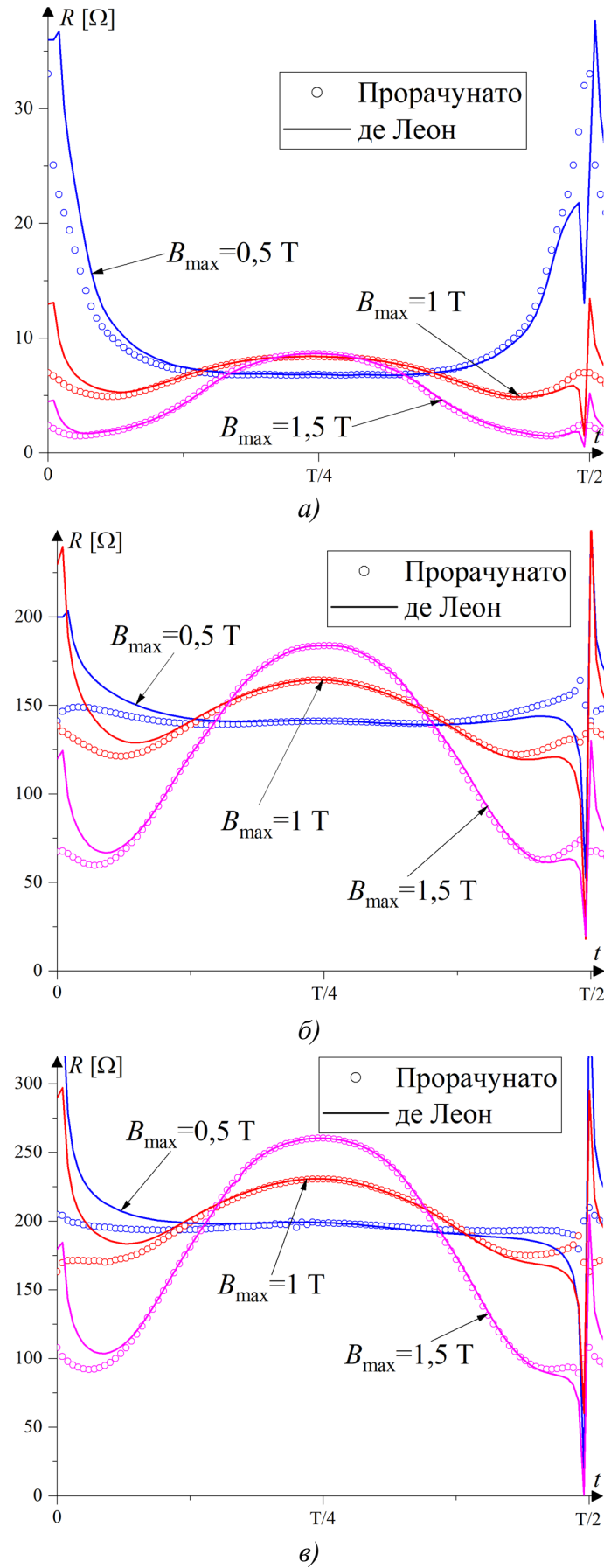
9.3.7. Одређивање параметара паралелне  $RL$  заменске шеме

Примена паралелне  $RL$  заменске шеме је врло чест приступ решавању електричних кола са нелинеарним калемовима. У пракси се обично формира у облику паралелне везе отпорника константне или променљиве отпорности и калема променљиве индуктивности. Отпорност у том случају симболизује губитке снаге пропорционалне површини хистерезисне петље реалног калема са феромагнетским језгром. Калемом у заменској шеми се узима у обзир нелинеарност калема и обично се карактерише применом криве магнећења материјала. У оквиру Главе 2 дате су ближе смернице за наведени приступ попут типичних начина за одређивање вредности поменутих параметара. Један од значајних недостатака класичног приступа примени  $RL$  заменске шеме (лоши резултати у временском домену) може се у великој мери елиминисати применом де Леоновог приступа [37, 38] заснованог на Чуиним истраживањима [20]. Поменути приступ разматра  $R$  и  $L$  параметре шеме као временски променљиве. Ипак, предложени поступак прорачуна заснован је на примени нумеричког приступа па би било од интереса дефинисати аналитичке облике параметара у временском домену. То се може учинити применом хармонијске анализе, а појединости тог поступка, као и паралеле са поступком који је дао де Леон, разматране су у Глави 8.

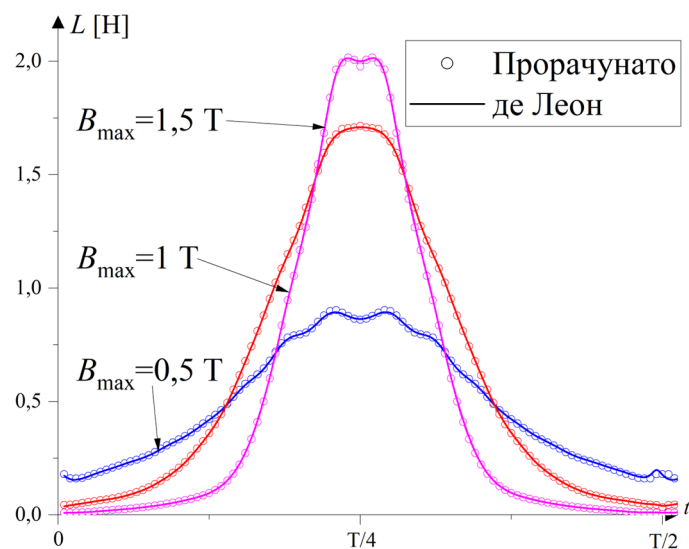
Према (8.13) и (8.14), за прорачун  $R(t)$  и  $L(t)$  потребно је прво одредити синусну  $i_s(t)$  и косинусну  $i_c(t)$  компоненту струје, а потом апсорбовану  $p_a(t)$  и осцилујућу  $p_o(t)$  компоненту снаге магнећења. Компоненте струје се могу добити применом Амперовог закона на компоненте  $H(t)$ ,  $H_s(t)$  и  $H_c(t)$ , добијене применом хармонијске анализе на резултате мерења и израза (7.9). Примери  $H_s(t)$  и  $H_c(t)$  на 50 Hz и синусно  $B(t)$ , са  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 T са кораком од 0,2 T, претходно су приказани на Сликама 9.47 и 9.49, а њима одговарајуће  $p_a(t)$  и  $p_o(t)$  на Сликама 9.51 и 9.53, респективно.

Поређење резултата прорачуна  $R(t)$  и  $L(t)$  параметара применом де Леоновог принципа прорачуна и прорачуна применом предложеног поступка из Главе 8 извршено је за мерења на фреквенцијама од 1 до 300 Hz за синусно  $B(t)$  са  $B_{\max}$  од 0,5, 1 и 1,5 T. Резултати поређења  $R(t)$  и  $L(t)$  на 1, 50 и 100 Hz за синусно  $B(t)$  и све разматране  $B_{\max}$  дато је на Сликама 9.61 и 9.62, респективно. Поређења на 200 и 300 Hz нису приказана јер су аналогна оним на нижим (приказаним) фреквенцијама. Додатно, због боље визуелизације резултата, приказане су само прве полупериоде  $R(t)$  и  $L(t)$ .

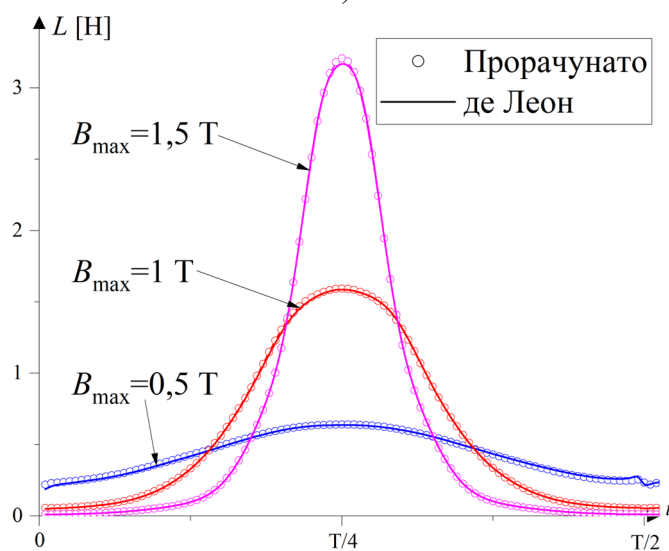
Уочено је врло добро слагање поређених резултата. Слагање је скоро потпуно за  $L(t)$  док се за  $R(t)$  могу уочити мања одступања. Одступања се могу приметити око тренутка проласка  $H_s(t)$  кроз нулу и последица је нумеричке грешке приликом прорачуна. Последице употребе нумеричког приступа се огледају и у повећаним осцилацијама резултата, добијеним према де Леоновом принципу, у околини поменутог тренутка, док су оне за резултате добијене према предложеном приступу, заснованој на хармонијској анализи, знатно блаже. То указује на стабилнији временски облик  $R(t)$  и лакшу примену у даљим пркљичним прорачунима (симулацијама). Један од главних разлога појаве мањих осцилација, приликом прорачуна  $R(t)$  употребом (8.13) уместо (8.4), је тај што су све величине у поменутом изразу,  $(d\phi/dt)^2$  и  $p_a(t)$ , увек позитивне. Са друге стране, вечичине које фигуришу у (8.3), према де Леоновом предложеном поступку прорачуна, имају своју позитивну и негативну полупериоду. Дакле, употребом (8.13) се у великој мери умањују и нумеричке грешке услед проласка  $H_s(t)$  кроз нулу.



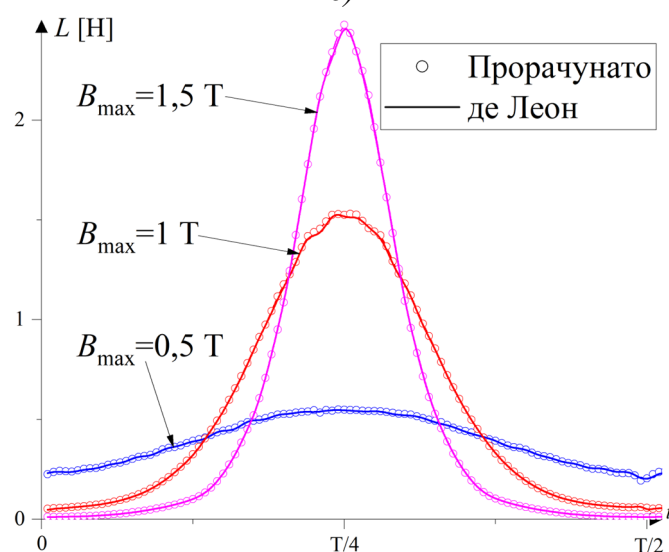
Слика 9.61 – Поређење  $R(t)$  прорачунатих применом предложеног и де Леоновог поступка за а) 1, б) 50 и в) 100 Hz, при синусном  $B(t)$  са разматраним  $B_{\max}$ .



а)



б)



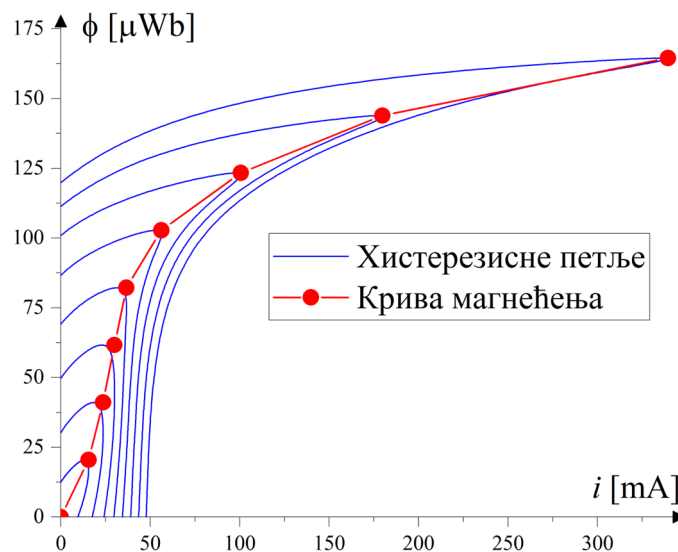
в)

Слика 9.62 – Поређење  $L(t)$  прорачунатих применом предложеног и де Леоновог поступка за а) 1, б) 50 и в) 100 Hz, при синусном  $B(t)$  са разматраним  $B_{\max}$ .

У Глави 2 је наговештено да класичан паралелан  $RL$  модел има недостатке у смислу тачности за решавање проблема у временском домену. Дакле, од интереса би било детаљније испитати разлог за такве перформансе. У ту сврху, извршено је поређење резултата решавања динамичког електричног кола применом паралелног  $RL$  модела са класично одређеним параметрима и са параметрима у временском домену.

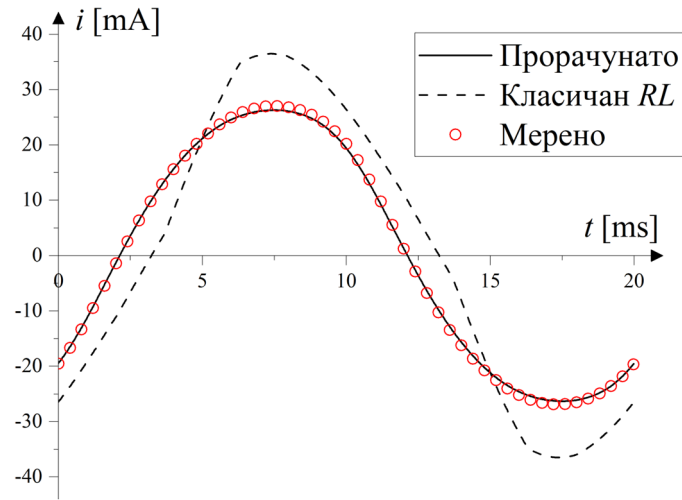
Нека се разматра просто динамичко електрично коло које се састоји само од нелинеарног хистерезисног калема са занемарљивом отпорношћу намотаја и извора наизменичног напона  $u(t)$  синусног облика као на Слици 8.2. Таква конфигурација је одабрана јер се њоме могу јасније утврдити утицаји самих модела без додатних утицаја осталих елемената кола попут индуктивности или отпорности. Додатно, нека су у оба модела параметри  $R$  константни за дату амплитуду  $U_m$  напона  $u(t)$ . Таквим разматрањем се на основу извршених симулација могу истовремено увидети утицаји примене временски непроменљивог  $R$  уместо  $R(t)$  у  $RL$  моделу са временски променљивим параметрима, као и примена криве магнећења уместо променљивог  $L(t)$  – класичан приступ.

Симулације су извршене на фреквенцији од 50 Hz и  $U_m$  од 2,83, 5,66 и 8,48 V. Вредности  $U_m$  су одабране тако да одговарају хистерезисним петљама на  $B_{\max}$  од 0,5, 1 и 1,5 T јер су њихови подаци употребљени за одређивање временски променљивих параметара модела и проверу утицаја  $R$ . Дакле, ако би се  $R$  узело као  $R(t)$  у временски променљивом моделу би се добили резултати идентични са мереним јер су параметри  $R(t)$  и  $L(t)$  прорачунати за мерене резултате. Параметар  $R$  је прорачунат за сваку од разматраних  $U_m$  применом (2.3) и резултата мерења за наведене хистерезисне петље при синусном  $B(t)$ . Усвојене су вредности од 133,64, 151 и 145,13  $\Omega$  за сваку од разматраних  $B_{\max}$ , респективно. Крива магнећења одређена је за 50 Hz спајањем врхова сета хистерезисних петљи (тачака  $B_{\max}$  и  $H_{\max}$ ) за синусно  $B(t)$  и  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 T са кораком од 0,2 T. Процес добијања криве магнећења у облику зависности  $\phi$ - $i$  илустрован је на Слици 9.63. Конверзија мерења  $H(t)$  и  $B(t)$  у  $i(t)$  и  $\phi(t)$  за приказане хистерезисне петље, а последично и зависности  $\phi$ - $i$ , извршена је применом Амперовог закона и израза  $\phi(t) = N_1 S B(t)$ , где је  $N_1$  број навојака примара и  $S$  површина попречног пресека језгра. На Сликама 9.64a-9.64в приказана су поређења резултата прорачуна и мерења на 50 Hz и  $U_m$  од 2,83, 5,66 и 8,48 V и  $R$  од 133,64, 151 и 145,13  $\Omega$ , респективно. Под „Прорачунато” су подразумевани резултати добијени са  $L(t)$  и константним  $R$ .

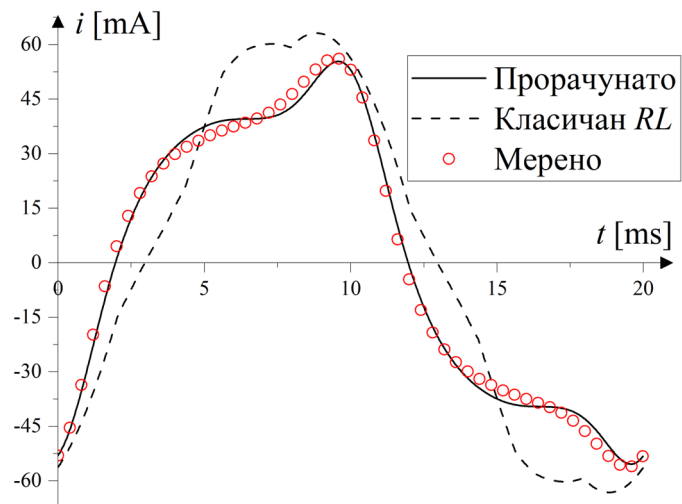


Слика 9.63 – Принцип одређивања карактеристике зависности  $\phi$ - $i$  применом мерења хистерезисних петљи на 50 Hz, за  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 T са кораком од 0,2 T.

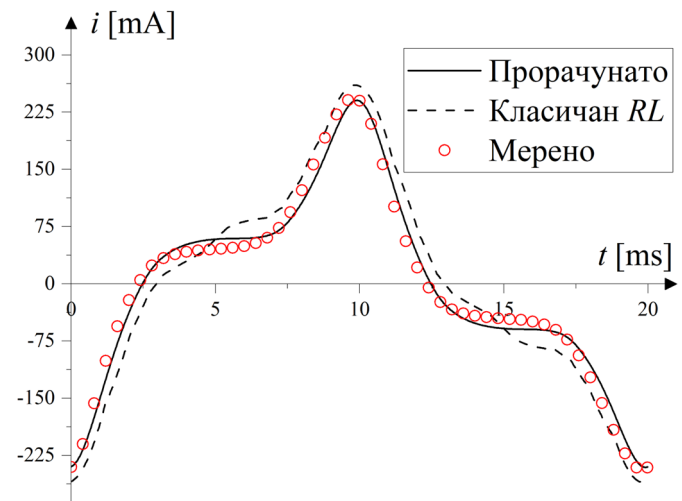




a)



б)



в)

Слика 9.64 – Поређење прорачунатих и мерених резултата решавања динамичког електричног кола на 50 Hz, за синусно  $u(t)$  са  $U_m$  од а) 2,83, б) 5,66 и в) 8,48 V.

Може се увидети да прорачун класичним  $RL$  моделом има значајна одступања од мерених вредности за све разматране случајеве. Са Сликe 9.64a може се приметити да су

резултати добијени применом  $L(t)$ , тј. *Прорачунати* резултати, у доброј сагласности са мереним. Дакле, апроксимација паралелног отпорника константном отпорношћу од  $133,64 \Omega$  за модел у временском домену је задовољавајућа за разматрани случај од  $2,83 \text{ V}$ . То је оправдано и према резултатима са Сlike 9.61б где се увиђа да  $R(t)$  на  $0,5 \text{ T}$  има слабо променљиву вредност. Са повећањем  $U_m$  временска промена  $R(t)$  постаје све значајнија (Слика 9.61б). То се запажа и на Сликама 9.64б и 9.64в јер се одступање од мерене вредности повећава са сваким повећањем  $U_m$ . Ипак, слагање је генерално врло добро за све разматране случајеве прорачуна вршене са  $L(t)$  и константним  $R(t)=R$ . С тим у вези, могло би се закључити да проблем лоших перформанси прорачуна применом класичног  $RL$  модела у временском домену није последица примене временски константног  $R$ , ако се он мења са  $U_m$ . Методом елиминације може се закључити да су значајна одступања прорачуна класичним  $RL$  моделом заправо последица прорачуна струје у грани са  $L$  (у класичном приступу обично одређена применом криве магнетнења). Детаљнија анализа разлога за увећано одступање услед примене криве магнетнења уместо  $L(t)$ , дато је у Глави 10.

У Глави 8 описан је приступ за одређивање нових  $R(t)$  и  $L(t)$  из мерења, применом НМ методологије или комбинације НМ-а и STL-а. Ипак, резултати тог приступа нису приказани у овој дисертацији јер су они засновани на симулацији  $H(t)$  применом неког од два предложена поступка, који је већ претходно илустрован (Сlike 9.15-9.17 и Сlike 9.19-9.21).

## 10. АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА

У оквиру Главе 9 изложени су поступци и резултати прорачуна (симулација) применом предложене НММ методологије, засноване на хармонијској анализи и интерполацији: 1) симулација временског облика јачине магнетског поља  $H(t)$  за  $B_{\max}$  од интереса директно из резултата мерења на фреквенцији од интереса, 2) симулација  $H(t)$  за  $B_{\max}$  и фреквенцију од интереса комбинацијом НММ-а и STL-а, 3) решавање динамичких електричних кола са нелинеарним хистерезисним калемом, 4) симулација тренутне снаге магнетског поља  $p(t)$  и њених компоненти, 5) прорачун синусне и косинусне компоненте  $H(t)$ , 6) одређивање параметара паралелне  $RL$  заменске шеме и друго.

Резултати симулација (прорачуна) упоређени су са резултатима мерења. Уколико су подаци мерења недоступни, подаци за поређења су добијени применом принципа прорачуна других аутора. Дати су детаљи подешавања параметара симулација као и практични начини за њихово одређивање, уз посебно наглашавање могућности упрошћења појединих делова симулационих процедура. Додатно, изложене су прелиминарне анализе у погледу слагања резултата. Ипак, од интереса је спровести њихову детаљнију анализу која ће бити изложена у наставку.

### 10.1. Симулација $H(t)$ за $B_{\max}$ од интереса директно из мерења

У циљу добијања што боље и детаљније представе о тачности процедуре симулације  $H(t)$  за  $B_{\max}$  од интереса применом НММ-а (Глава 4), потребно је извршити анализу на нивоу прорачунатих хармоника. Додатно, анализу треба извршити у деловима карактеристике материјала са различитим степеном нелинеарности. У ту сврху у Табелама 10.1 и 10.2 приказани су резултати поређења амплитуда првих пет непарних хармоника  $H(t)$  који су добијени на 50 Hz за синусно и троугаоно  $B(t)$  са  $B_{\max}$  од 0,5, 0,9 и 1,5 Т, респективно. Анализирани хармоници коришћени су за формирање  $H(t)$  приказаних на Сликама 9.15 и 9.16. Резултати анализе на 1 Hz за разматране  $B_{\max}$  су врло слични онима у Табели 10.1 и из тог разлога нису засебно представљени. Апсолутна одступања  $\Delta A_k$  су добијена применом израза (10.1), а релативна одступања  $\delta A_k$  применом (10.2):

$$\Delta A_k = A_{k,s} - A_{k,m}, \quad (10.1)$$

$$\delta A_k [\%] = \frac{\Delta A_k}{A_{k,m}} 100, \quad (10.2)$$

где су  $A_{k,s}$  и  $A_{k,m}$  амплитуде хармоника  $k$ -ог реда добијене интерполацијом (симулирани) и хармонијском анализом мерења, респективно.

У Табели 10.1 нису приказани подаци за  $k=7$  и  $k=9$  за 0,5 Т и  $k=9$  за 0,9 Т јер ти хармоници имају амплитуду вредности 0 (нула). Такав резултат је директна последица формирања табеле амплитуда према процедури из Главе 4, према којој сви хармоници који нису од интереса имају амплитуду 0. Дакле, за  $B_{\max}$  између 0,4 и 0,6 Т за  $k>5$  резултат интерполације ће бити 0 јер, према Табели 9.4, ти хармоници нису од интереса. Аналогно важи и за поређење на 0,9 Т али за  $k>7$ . То није случај са вредностима у Табели 10.2 јер се хармонијском анализом  $H(t)$  за троугаоно  $B(t)$  добија већи број хармоника од интереса за све разматране  $B_{\max}$  (Слика 9.12).

Табела 10.1 – Апсолутно  $\Delta A_k$  и релативно  $\delta A_k$  одступање амплитуда хармоника добијених интерполацијом  $A_{k,s}$  од мерених  $A_{k,m}$  за синусно  $B(t)$ , за  $B_{\max}$  од 0,5, 0,9 и 1,5 Т на 50 Hz.

$k$	$B_{\max}$ [Т]											
	0,5	0,9	1,5	0,5	0,9	1,5	0,5	0,9	1,5	0,5	0,9	1,5
	$A_{k,s}$ [A/m]			$A_{k,m}$ [A/m]			$\Delta A_k$ [A/m]			$\delta A_k$ [%]		
1	16,08	25,42	86,78	16,08	25,50	86,68	0,00	-0,07	0,09	-0,01	-0,29	0,11
3	0,86	4,93	41,51	0,86	4,97	41,54	0,00	-0,05	-0,03	-0,04	-0,93	-0,07
5	0,16	1,29	12,23	0,15	1,31	12,30	0,02	-0,02	-0,07	11,61	-1,28	-0,59
7	-	0,27	2,84	-	0,26	2,92	-	0,02	-0,08	-	6,41	-2,58
9	-	-	1,38	-	-	1,41	-	-	-0,03	-	-	-1,83

Табела 10.2 – Апсолутно  $\Delta A_k$  и релативно  $\delta A_k$  одступање амплитуда хармоника добијених интерполацијом  $A_{k,s}$  од мерених  $A_{k,m}$  за троугаоно  $B(t)$ , за  $B_{\max}$  од 0,5, 0,9 и 1,5 Т на 50 Hz.

$k$	$B_{\max}$ [Т]											
	0,5	0,9	1,5	0,5	0,9	1,5	0,5	0,9	1,5	0,5	0,9	1,5
	$A_{k,s}$ [A/m]			$A_{k,m}$ [A/m]			$\Delta A_k$ [A/m]			$\delta A_k$ [%]		
1	13,36	21,18	50,94	13,23	21,22	50,93	0,13	-0,04	0,01	1,00	-0,19	0,02
3	2,95	6,83	30,65	2,93	6,87	30,68	0,02	-0,04	-0,03	0,57	-0,65	-0,11
5	1,45	3,71	18,95	1,45	3,75	18,99	0,01	-0,04	-0,03	0,48	-1,00	-0,18
7	0,93	2,37	12,17	0,92	2,39	12,21	0,01	-0,02	-0,04	0,74	-0,88	-0,34
9	0,67	1,67	8,40	0,66	1,69	8,47	0,01	-0,01	-0,07	1,00	-0,83	-0,81

Може се уочити да су одступања за синусно  $B(t)$  изузетно мала, реда друге децимале за  $\Delta A_k$ , што је на нивоу нумеричке грешке прорачуна. Када се разматра  $\delta A_k$  може се приметити да су оне до неколико % и већа је за мање амплитуде. Такви резултати су делимично последица нумеричких прорачуна хармоника у оквиру програмског пакета *Mathematica*, али и малог броја хармоника од интереса за мерење  $H(t)$  из полазног сета мерења у околини разматраних  $B_{\max}$ . Да број хармоника од интереса у околини разматраних  $B_{\max}$  има утицаја на интерполацију види се из Табеле 10.2 где је, иако је реч о врло ниским амплитудама,  $\delta A_k$  максимално око 1%. Са друге стране, утврђено одступање за синусно  $B(t)$  није од претерано великог генералног значаја за квалитет симулације, јер је свакако реч о хармоницима са врло малим амплитудама које имају ограничен утицај на целокупан  $H(t)$ . То доводи до закључка да је за поједине прорачуне, са малим бројем хармоника од интереса и у циљу побољшања резултата симулације, погодно размотрити коришћење већег броја хармоника (смањити критеријум за одређивање значајних хармоника  $\epsilon_N$  са 1,2 на 0,5%) или пак повећати број мерења у околини разматраног  $B_{\max}$ . Ипак, треба имати на уму да ће такав приступ захтевати више ресурса рачунара и успорити прорачун. Додатно, по узору на Сliku 9.14, резултат се неће значајно променити ако се у разматрање узме неки додатни хармоник, јер је њихова амплитуда занемарљиво мала да би значајније утицала на  $H(t)$ .

У оквиру Главе 4 изнета је могућност употребе НИМ методологије за симулацију хистерезисних петљи директно из мерења. То се може учинити тако што се формирају низови са вредностима  $B(t)$  разматраног облика и амплитуде  $B_{\max}$ . Потом се за већ прорачунате  $H(t)$  формирају хистерезисне петље облика  $B(H)$  [87]. Поменуто петље нису приказане у Глави 9 јер су слагања  $H(t)$  била врло добра, док је  $B(t)$  контролисано у процесу мерења до скоро идеалног облика. Сходно томе, резултат поређења петљи би био врло сличан поређењу  $H(t)$ . Са друге стране, од интереса је извршити поређење површина симулираних и мерених хистерезисних петљи. Површина хистерезисне петље је пропорционална губицима на разматраној фреквенцији, па се поменути поређењем

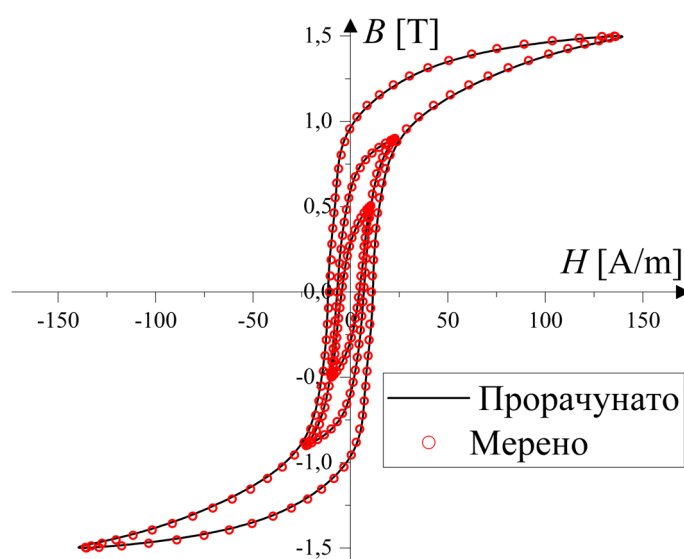
могу утврдити могућности предложене методологије у смислу процене губитака на основу сета мерења хистерезисних петљи. У Табели 10.3 дато је релативно одступање површина петљи за синусно и троугаоно  $B(t)$  на 50 Hz и за синусно  $B(t)$  на 1 Hz за  $B_{\max}$  од 0,5, 0,9 и 1,5 Т. Одступање је добијено применом израза (10.3) при чему је са  $S_s$  означена површина симулиране, а са  $S_m$  мерене хистерезисне петље:

$$\delta S [\%] = \frac{S_s - S_m}{S_m} 100. \quad (10.3)$$

Табела 10.3 – Релативно одступање  $\delta S$  [%] површина симулираних и мерених хистерезисних петљи, за синусно и троугаоно  $B(t)$  на 50 Hz и синусно  $B(t)$  на 1 Hz, за  $B_{\max}$  од 0,5, 0,9 и 1,5 Т.

$B_{\max}$	$f$ [Hz]		
	50		1
	Синусно	Троугаоно	Синусно
0,5	-0,24	0,06	-0,37
0,9	-1,50	-0,71	2,06
1,5	-1,21	0,69	-4,35

Може се приметити да је  $\delta S$  мање од 1,5% за све разматране случајеве на 50 Hz. То доводи до закључка да се предложена методологија са великом тачношћу може употребити, како за симулацију  $H(t)$  у временском домену, тако и за процену губитака на фреквенцији и за облик  $B(t)$  за коју су иницијална мерења спроведена. Значајније одступање може се запазити за случајеве на 1 Hz. Један од главних разлога за то су потешкоће приликом мерења на квазистатичкој фреквенцији од 1 Hz, услед малих амплитуда мерених сигнала и значајног удела шума. С тим у вези, када се формира хистерезисна петља, на појединим деловима може доћи до мањих одступања која кумулативно доприносе добијеној грешци (релативном одступању). На Слици 10.1 дато је поређење мерених и симулираних хистерезисних петљи на 1 Hz за синусно  $B(t)$  са разматраним  $B_{\max}$ , као додатни показатељ квалитета слагања резултата. Дакле, одступање од 4,35% је прихватљиво јер је слагање петљи врло добро и без значајнијих одступања у виду пикова или повећаних осцилација.



Слика 10.1 – Поређење симулираних и мерених хистерезисних петљи на 1 Hz, за синусно  $B(t)$  за  $B_{\max}$  од 0,5, 0,9 и 1,5 Т.

## 10.2. Симулација магнетског поља $H(t)$ применом НИМ-а и STL-а

Једно од ограничења НИМ-а је фреквенција за коју су почетна мерења спроведена. Комбинација примене предложене НИМ методологије за симулацију квазистатичког  $H(t)$  и STL модела је врло ефикасна у елиминацији тог ограничења. Доказ за то се може видети на Сликама 9.19-9.21 за симулацију  $H(t)$  и на Сликама 9.22-9.24 за динамичке хистерезисне петље, на 50, 80 и 100 Hz, респективно. Може се увидети врло добро слагање резултата за све разматране случајеве, мада је оно нешто лошије него када се симулација врши директно из мерења. Такав резултат је био очекиван јер је за опис динамике употребљен STL модел који, као ни било који други модел, не може са апсолутном тачношћу и у сваком разматраном случају описати сложене процесе магнећења језгра. Додатно, употребљени приступ разматра три компоненте  $H(t)$  и то: квазистатичку  $H_{qs}(t)$ , вртложних струја  $H_{eddy}(t)$  и додатну  $H_{exc}(t)$ , као међусобно независне. Такав приступ је, као што је коментарисано у Глави 5, упрошћен и применљив само у ограниченом опсегу ниских фреквенција [11]. С тим у вези, за поједине врсте материјала и разматране случајеве симулације, пожељно је размотрити и друге моделе за опис динамике. О ограничењу STL модела и његове примене, биће више речи у анализи резултата решавања динамичког електричног кола са нелинеарним хистерезисним калемом.

Симулација динамичких хистерезисних петљи за фреквенцију  $f$  и  $B_{\max}$  од интереса је од нарочитог значаја са становишта одређивања губитака. У Табели 10.4 су у ту сврху приказане вредности релативног одступања површина симулираних и мерених динамичких хистерезисних петљи,  $\delta S$ , за разматране фреквенције  $f$  од 50, 80 и 100 Hz и синусно  $B(t)$  са  $B_{\max}$  од 0,5, 0,9 и 1,5 Т. Прорачуни су извршени применом (10.3) и резултата са Слика 9.22-9.24.

Табела 10.4 – Релативно одступање  $\delta S$  [%] површина симулираних и мерених хистерезисних петљи, за синусно  $B(t)$  на 50, 80 и 100 Hz, са  $B_{\max}$  од 0,5, 0,9 и 1,5 Т.

$B_{\max}$	$f$ [Hz]		
	50	80	100
0,5	-5,00	2,08	-5.64
0,9	-3.06	0,36	1,96
1,5	-3.61	-0,41	-1.07

Може се приметити да одступања већином имају вредност мању од 5% што говори о добром слагању резултата симулација и мерења. Одступање је највеће за ниже вредности  $B_{\max}$ ,  $B_{\max}=0,5$  Т. Оно је у великој мери проузроковано несавршеношћу употребљеног облика STL модела који у себи садржи низ апроксимација о којима ће бити касније речи. Додатно, значајан удео у одступању има и појава релативно малог броја хармоника од интереса за  $B_{\max}$  испод 0,6 Т. Бољи резултати би се могли добити повећањем броја почетних мерења у околини нижих  $B_{\max}$  али и прецизнијим одређивањем (фитовањем) параметара STL модела. Мерења за одређивање параметара STL-а би се тада требала фокусирати на ужи опсег у околини  $B_{\max}$  од интереса за симулацију.

Занимљиво је приметити да су најмања одступања забележена за симулације на 80 Hz, иако ниједан податак мерења на тој фреквенцији није употребљен за симулације. Такво слагање сведочи о могућностима употребе предложеног поступка и за процену

губитака на међуфреквенцијама. Под међуфреквенцијама се подразумевају све оне фреквенције које се налазе између две на којима су мерени подаци добијени и употребљени приликом прорачуна феноменолошких параметара STL модела. На основу изложене анализе резултата поређења површина, као и доброг слагања симулираних и мерених резултата у временском домену, и у виду хистерезисних петљи, може се закључити да се предложени поступак симулације може применити са адекватном тачношћу за симулацију динамичког магнетског поља и хистерезисних петљи за фреквенцију и  $V_{\max}$  од интереса у стационарном стању. Примена за опис прелазних процеса није разматрана и биће тема даљих истраживања.

Битно је напоменути да ограничење симулације у погледу облика  $B(t)$  и даље постоји. Разлог томе је што параметри за прорачун  $H_{exc}(t)$  не морају бити исти за различите облике  $B(t)$ . Такође, за  $B(t)$  које није синусно, може доћи до значајног одступања симулираног од реалног (прорачунатог из мерења)  $H_{exc}(t)$  у временском домену. Одступање је нарочито изражено при вишим  $V_{\max}$  и постоји и за синусно  $B(t)$ , али у нешто мањем обиму него за несинусно [98]. Ипак, поменуто ограничење по питању облика  $B(t)$  се може у великој мери умањити применом својства независности облика квазистатичке хистерезисне петље од облика  $B(t)$  (о коме је било речи у Глави 6) као и одређивањем параметара STL (или неког другог погоднијег) модела за жељени облик  $B(t)$ . Сличан приступ је примењен у процесу дефинисања итеративне процедуре за решавање динамичког електричног кола различитих конфигурација са нелинеарним хистерезисним калемом.

### 10.3. Решавање електричног кола са нелинеарним хистерезисним калемом

У оквиру Главе 9 изложени су резултати за четири разматране конфигурације редног динамичког (наизменичног) електричног кола са нелинеарним хистерезисним калемом. Размотрене су конфигурације без додатних елемената (Случај I), са додатним линеарним отпорником (Случај II), са додатним реалним линеарним калемом без феромагнетског језгра (Случај III) и са оба поменута елемента везана на ред (Случај IV). Симулације су спроведене за фреквенције  $f$  од 50, 100, 200 и 300 Hz и различите амплитуде улазног синусног напона  $U_m$  уз услов да при различитим  $f$  однос  $U_m/f$  буде константан. Додатно, приликом одређивања  $H_{exc}(t)$ , разматране су две апроксимације зависности  $n(H_{exc})$  и то линеарна, применом (5.16), и нелинеарна, применом (5.17)-(5.19). Детаљи извођења поменутих израза за  $H_{exc}(t)$  могу се наћи у Глави 5, а њихови параметри су добијени фитовањем на резултате мерења (Слика 9.18). Резултати симулације (прорачуна) електричне струје  $i(t)$ , за обе разматране апроксимације  $n(H_{exc})$ , су упоређени са мерењима за разматране конфигурације кола. Поређења су приказана на Сликама 9.27-9.30 за 50 Hz, Сликама 9.31-9.34 на 100 Hz, Сликама 9.35-9.38 за 200 Hz и Сликама 9.39-9.42 за 300 Hz.

Добро слагање мерених и симулираних резултата може се установити за све разматране фреквенције Случаја I и то нарочито за  $f \leq 100$  Hz. Додатно, нешто боље слагање се може запазити када се користи нелинеарна апроксимација  $n(H_{exc})$  у односу на линеарну апроксимацију. Такви резултати су у доброј корелацији са претходно изнетим резултатима и анализом поступка за симулацију динамичких хистерезисних петљи за фреквенцију и  $V_{\max}$  од интереса. Разлог томе је што је у Случају I у коло са нелинеарним хистерезисним калемом и напонским извором везана врло мала отпорност (свега 1,3  $\Omega$ ) којом се узима у обзир утицај шант отпорника (0,5  $\Omega$ ) и отпорности намотаја торусног калема (0,8  $\Omega$ ). С тим у вези, процедура за решавање кола се за дату конфигурацију кола

може сматрати процедуром за одређивање динамичке хистерезисне петље која одговара улазном напону по облику врло сличном синусном. Прецизније, резултат симулације би заправо одговарао резултатима мерења без контроле  $B(t)$  за синусни улазни напон, а што је за разматране фреквенције и торусно језгро врло слично онима уз контролу  $B(t)$  до синусног облика.

Разлике у принципу прорачуна  $H_{exc}(t)$  се могу увидети када се разматрају резултати за Случајеве II-IV. На нижим фреквенцијама (50 и 100 Hz) разлике нису толико уочљиве и слагање са мерењима је врло добро. То је највећим делом последица малог утицаја  $H_{exc}(t)$  при нижим фреквенцијама, као и мањег утицаја вртложних струја. Са друге стране, на фреквенцијама од 200 и 300 Hz, слагања су и даље добра, али се могу увидети већа одступања резултата у зависности од употребљене апроксимације. Резултати добијени уз линеарну апроксимацију показују израженије осцилације тренутних вредности као и вишу амплитудну грешку него за нелинеарну. То је нарочито изражено у Случају II на 200 Hz. Може се закључити да, иако често у пракси коришћена, линеарна апроксимација не мора увек бити и најпогоднија за разматрани прорачун [94]. Препорука је направити оптималан баланс између тачности прорачуна и сложености принципа прорачуна  $H_{exc}(t)$ .

Када се упореде резултати за исте случајеве, али при различитим фреквенцијама, може се увидети да слагање симулираних и мерених вредности, генерално, опада са повећањем фреквенције. Разлог лошијег слагања је у вези са ограничењима примењеног облика STL модела. Он се тиче неједнаке расподеле магнетске индукције дуж попречног пресека језгра, а која је последица израженијег утицаја вртложних струја са повећањем фреквенције. Нешто детаљније објашњење утицаја вртложних струја са повећањем фреквенције дати су у Глави 5. Поменути утицај би се могао узети у обзир решавањем дифузне једначине, као што је разматрано за један танак комад лима [76].

До сада су сва запажања везана за решавање наизменичног (динамичког) електричног кола изнета на основу поређења тренутних вредности симулираних и мерених  $i(t)$ . Ипак, у енергетици се често употребљавају ефективне вредности (RMS) струје, па је стога од интереса извршити и анализу резултата са аспекта поређења RMS вредности за разматране случајеве. Релативно одступање  $\delta I$ , RMS вредности симулираних  $i(t)$ ,  $i_s(t)$ , од мерених,  $i_m(t)$ , прорачунато је применом израза (10.4):

$$\delta I [\%] = \frac{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (i_s(t))^2 dt} - \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (i_m(t))^2 dt}}{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (i_m(t))^2 dt}} 100. \quad (10.4)$$

У Табели 10.5 дата су релативна одступања  $\delta I$  RMS вредности симулационих резултата од мерених за Случајеве I-IV. Ознаком „лин.“ означена су поређења за симулације за које је коришћена линеарна, а са „нелин.“ нелинеарна апроксимација за прорачун  $H_{exc}(t)$ . Додатно,  $N_o$  одређује вредност употребљеног  $U_m$  и то тако да је 1 најнижа, а 5 највећа вредност  $U_m$  која се разматра за дату фреквенцију уз услов да је  $U_m/f$  константно за свако  $N_o$  (нпр. за 50 Hz,  $N_o=3$  значи  $U_m=6$  V, док за 200 Hz,  $N_o=3$  значи да је  $U_m=24$  V).

За поједине разматране случајеве при нижим  $U_m$ , могу се запазити значајнија одступања од 6 до 10%. Такви резултати су у корелацији са резултатима у Табели 10.4 за ниже  $B_{max}$  ( $B_{max}=0,5$  T). Они представљају, у великој мери, последицу појаве релативно малог броја хармоника од интереса, као и принципа одређивања параметара, употребљеног облика и ограничења STL-а. Ипак, за већину прорачуна до 200 Hz,  $\delta I$  је



мање од 5%. Са друге стране, на 300 Hz значајан број поређења указује на одступање веће од 6% за линеарну апроксимацију  $n(H_{exc})$  док је за нелинеарну већина испод 5%. Дакле, предложени поступак се може, са адекватном тачношћу, употребити за процену ефективних (RMS) вредности  $i(t)$ .

Табела 10.5 – Релативно одступање  $\delta I$  [%] RMS вредности симулационих резултата од мерених, за Случајеве I-IV, при разматраним фреквенцијама.

No	$f$ [Hz]							
	50		100		200		300	
	лин.	нелин.	лин.	нелин.	лин.	нелин.	лин.	нелин.
Случај I								
1	-14,6	-12,5	-7,3	-2,4	-1,1	0,5	-16,0	2,1
2	-8,4	-7,0	-6,4	-4,0	-5,0	-2,3	-10,5	-1,0
3	-1,4	-0,9	-2,1	-1,5	-4,2	-1,4	4,4	4,4
4	1,3	1,3	1,8	1,7	-1,5	1,7	-6,6	-0,6
5	2,2	2,2	1,8	1,7	-2,2	1,5	-7,6	-1,0
Случај II								
1	-4,4	-3,0	-0,6	-0,6	-6,4	9,8	-7,0	-1,5
2	-5,4	-3,3	-5,7	-0,7	-8,5	5,2	-7,8	-1,9
3	-2,6	-1,2	-2,3	1,2	-8,3	4,6	-6,5	-1,2
4	1,1	1,4	1,7	0,6	-7,4	4,2	-4,3	-0,8
5	0,6	0,4	1,9	1,9	-6,5	4,1	-1,0	-0,4
Случај III								
1	-5,0	-2,7	-7,1	-0,8	-1,4	3,3	-6,8	9,0
2	-5,0	-2,4	-6,5	-0,9	-5,4	3,0	-7,7	6,4
3	-0,6	0,9	-2,0	1,7	-3,2	3,5	-6,2	5,1
4	0,1	0,4	0,3	1,7	-1,3	2,7	-4,7	2,4
5	2,1	2,0	2,0	2,6	-0,1	2,4	-3,5	1,1
Случај IV								
1	-4,0	-2,8	-6,2	-1,3	-0,7	2,3	-6,3	7,6
2	-4,9	-3,0	-6,6	-1,7	-4,2	1,8	-7,1	5,7
3	-2,5	-0,9	-3,8	-0,1	-3,7	2,5	-6,2	4,7
4	2,3	2,8	0,1	1,6	-2,5	1,6	-4,6	2,7
5	2,5	2,6	1,1	1,7	-1,4	1,1	-3,1	2,0

На крају, од интереса би било упоредити средње вредности снаге магнећења по јединици запремине језгра нелинеарног хистерезисног калема при симулацији и мерењима за сва четири разматрана Случаја. Резултати поређења су приказани у Табели 10.6. Релативно одступање  $\delta P$  симулираних од мерених резултата прорачунато је применом израза (10.5):

$$\delta P[\%] = \frac{\frac{1}{T} \int_0^T H_s(t) \frac{dB_{L_n}(t)}{dt} dt - \frac{1}{T} \int_0^T H_m(t) \frac{dB(t)}{dt} dt}{\frac{1}{T} \int_0^T H_m(t) \frac{dB(t)}{dt} dt} 100, \quad (10.5)$$

где је  $H_s(t)$  јачина магнетског поља прорачуната из симулираног  $i(t)$  применом Амперовог закона, а  $H_m(t)$  је измерена јачина магнетског поља за разматрану конфигурацију ећелтричног кола.

Табела 10.6 – Релативно одступање  $\delta P$  [%] средње вредности снаге магнећења према резултатима симулације од мерених, за Случајеве I-IV, при разматраним фреквенцијама.

No	$f$ [Hz]							
	50		100		200		300	
	лин.	нелин.	лин.	нелин.	лин.	нелин.	лин.	нелин.
Случај I								
1	-3,7	-3,7	1,0	8,2	8,9	11,0	-8,6	9,3
2	-5,0	-5,0	-3,6	-0,4	-0,7	0,8	-8,3	2,5
3	-3,4	-3,4	-2,5	-1,5	-3,8	-1,7	5,4	5,4
4	-5,9	-5,9	-2,3	-2,7	-8,1	-6,7	-12,2	-8,0
5	-7,8	-7,8	-6,3	-7,1	-12,0	-11,6	-13,9	-11,0
Случај II								
1	8,4	10,7	8,4	8,4	2,1	18,1	2,6	16,4
2	0,8	3,2	-1,5	3,5	-2,6	10,3	-2,7	9,6
3	-2,0	0,3	-2,7	1,6	-4,4	7,7	-5,3	5,4
4	-2,6	-0,3	1,1	-2,9	-6,2	4,8	-6,9	2,3
5	-1,5	0,8	-2,9	0,5	-6,5	4,1	-9,8	-1,1
Случај III								
1	5,9	10,2	3,6	12,8	10,7	16,8	1,8	19,8
2	-2,4	1,5	-2,4	4,7	1,0	9,5	-3,16	12,0
3	-2,9	0,6	-3,3	2,3	-3,8	4,6	-6,4	6,4
4	-0,9	2,2	1,0	5,6	-5,4	2,5	-8,5	2,4
5	-2,2	0,8	-1,9	2,4	-8,5	-0,9	-11,6	-1,43
Случај IV								
1	9,2	11,3	8,0	13,8	9,1	12,2	2,8	15,8
2	3,4	5,5	1,9	6,7	1,8	7,5	-1,1	10,6
3	-0,9	1,4	-0,7	3,5	-2,8	3,5	-4,7	5,8
4	-2,2	0,1	-0,5	3,2	-4,7	1,6	-6,1	3,2
5	-1,5	0,8	-0,2	3,3	-5,8	0,4	-8,0	0,9

Анализом резултата из Табеле 10.6 може се увидети да  $\delta P$  у великом броју случајева за 50 и 100 Hz имају сасвим задовољавајуће вредности до 5%, а у нешто мањем 6-10%. Са друге стране, одступања за 200, а нарочито 300 Hz могу бити и до 20%, мада је већина у опсегу 6-10%. Додатно, када је реч о поређењу средњих снага магнећења, предност се не може дати ниједној од разматраних апроксимација  $n(H_{exc})$  јер су резултати поприлично равномерно распоређени, тј. за неке разматране случајеве погоднија је једна, док за друге не.

На основу целокупне анализе резултата итеративног поступка за решавање динамичког електричног кола, као и њеног основног облика намењеног симулацији динамичких хистерезисних петљи, може се закључити да се у случајевима нижих фреквенција (до 100 Hz) јављају врло добра слагања резултата, како у временском домену тако и у величинама наведеним у Табелама 10.4-10.6. Такође, резултати су задовољавајуће тачности за фреквенције од 200 и 300 Hz, али слагања нису тако добра као за ниже фреквенције. Такви резултати указују на могућности примене STL модела за

различите фреквенције са ограничењем на 200 Hz, као што је то у својим истраживањима предложио Магни (Magni) [116]. Ипак, у литератури се могу пронаћи истраживања која указују на то да се граница помера до приближно 100 Hz [117].

Постоје три главна разлога (проблема) који, ако би се на адекватан начин отклонили, могу у многоме побољшати тачност предложених процедура прорачуна.

Први разлог се тиче претпоставке равномерне расподеле  $B(t)$  дуж попречног пресека (радијалне осе) језгра. Таква претпоставка, као што је већ укратко наговештено у појединим деловима претходно изнете анализе, није сасвим коректна. У току магнећења језгра, као последица наизменичне побуде (променљивог магнетизујућег поља), у траци феромагнетског лима индукују се вртложне струје. Са повећањем фреквенције побуде долази до повећања њиховог интензитета. Проблематика узимања у обзир њиховог ефекта се компликује чињеницом да је торусно језгро направљено савијањем једног комада лима у спиралу, па се по попречном пресеку јављају слојеви који су међусобно електрично изоловани, а ипак нису независни јер су заправо део једне траке. С друге стране, вртложне струје имају ефекат да настоје да спрече продирање магнетизујућег поља у унутрашњост лима, па ће за сваки слој бити заступљена другачија магнетизација не само због вртложних струја, већ и због различитог растојања сваког слоја од центра система (торуса). Додатно, поменуто растојање слоја од центра је променљиво у зависности од тога који се попречни пресек разматра, тј. у зависности од угаоне координате цилиндричног координатног система постављеног у центар торуса, јер је лим савијен у спиралу да би образовао торус. Дакле, свака тачка торуса ће имати различите вредности флукса као и различите ефекте вртложних струја због различитог ефекта електромагнетске индукције на те тачке. Како би се наведени проблем решио било би потребно формирати систем једначина применом Максвелових постулата, односно решити дифузну једначину као што је то раније предочено. Ипак, поставља се питање оправданости решавања тако сложеног проблема за предложени поступак решавања. Разлог томе лежи у чињеници да је он заснован на хармонијској анализи резултата мерења  $H(t)$  за контролисано  $B(t)$ , која су, према изразима (3.1), (3.2) и (3.8), и сама добијена уз претпоставку равномерне расподеле  $B(t)$  из мерења напона на шант отпорнику и напона индукованог на крају секундатног намотаја торуса. С тим у вези, могуће је да се не би приметило значајније побољшање резултата након решавања дифузне једначине. Да би се боље увидео ефекат решавања дифузне једначине, препорука је као улазне податке хармонијске анализе користи резултате мерења са једним комадом лима, а не са торусним језгром, као што је то разматрано у овој дисертацији.

Други разлог се тиче употребљене претпоставке према којој је квазистатичко магнетско поље  $H_{qs}(t)$ , као компонента динамичког, зависно само од облика  $B(t)$ , али не и од његове фреквенције (својство статичких хистерезисних петљи). Последица таквог разматрања би била да би  $H_{qs}(t)$  на фреквенцији од 50 Hz било исто као и на 300 Hz. Такво разматрање је у директној супротности са разматрањима у оквиру претходно разматраног (првог) ограничења. Разлог за то је што са повећањем фреквенције долази до повећања интензитета вртложних струја, што узрокује смањену моћ продирања магнетизујућег магнетског поља у разматрани део лима. Дакле, не узимајући у обзир спиралну геометрију и слојеве, може се закључити да ће  $B(t)$  у делу лима зависити од фреквенције. То би значило да ће, следећи логику независности облика разматране статичке (квазистатичке) хистерезисне петље од облика  $B(t)$ ,  $H_{qs}(t)$  бити различито за сваку фреквенцију. Одступање би било још израженије ако би се у обзир узела анизотропна структура примењеног феромагнетског лима. Претпоставка независности  $H_{qs}(t)$  од фреквенције важи само за ниже фреквенције, због ограниченог утицаја

вртложних струја. Претходно разматрање се потврђује приказаним резултатима који су показали боље слагање са резултатима мерења за фреквенције од 50 и 100 Hz него на 200 и 300 Hz. Додатно, новије истраживање са Епштајновим апаратом је показало да се хистерезисни губици (пропорционални са површином квазистатичке хистерезисне петље) значајно повећавају за фреквенције изнад 200 Hz [116]. Шта је то ниска фреквенција, а шта не, зависи од карактеристика самог материјала, али би се генерално могло претпоставити да материјали који поседују бољу електричну проводност  $\sigma$  имају строжије ограничење услед повећања вртложних струја у њима.

Трећи разлог се тиче прорачуна динамичких компоненти магнетског поља које потичу од вртложних струја,  $H_{eddy}(t)$  и магнетског поља које настаје као последица померања зидова домена,  $H_{exc}(t)$ . Према употребљеном облику STL модела, израз за  $H_{eddy}(t)$  се изводи уз претпоставку равномерне расподеле магнетског  $B(t)$  по попречном пресеку језгра. Таква претпоставка, као што је већ објашњено, није сасвим коректна пре свега због утицаја вртложних струја и геометрије језгра. С тим у вези, израз (5.3) не може увек адекватно описати губитке услед вртложних струја, а последично ни  $H_{eddy}(t)$ . Додатно, разматрани приступ не узима у обзир ефекат нелинеарности приликом прорачуна губитака који је изражен код феромагнетских материјала. Овај проблем се може решити ако се за опис понашања материјала језгра приликом магнећења употреби његова крива магнећења. У том случају би се решавањем дифузне једначине, добијене из Максвелових постулата, могла добити расподела  $B(t)$  дуж дебљине лима [116, 118]. Ипак, новија истраживања указују на то да се јављају значајна одступања ако се при прорачуну губитака услед вртложних струја не разматра и хистерезисна природа материјала [61]. Проблематика прорачуна за разматрано торусно језгро се усложњава чињеницом да у његовом попречном пресеку постоје слојеви и да би требало узети у обзир и ефекат неравномерне расподеле магнетског поља у сваком од слојева, водећи рачуна о граничним условима. Проблем прорачуна  $H_{eddy}(t)$  би се могао отклонити применом нумеричког прорачуна за његово одређивање узимајући у обзир и геометрију разматраног језгра као и хистерезисну природу материјала од кога је оно направљено.

Са друге стране, компонента  $H_{exc}(t)$  је одређена уз претпоставку да је укупна промена магнетског флукса који изазива додатне губитке у разматраном танком феромагнетском лиму сконцентрисана у једном  $180^\circ$  доменском зиду, узимајући при томе у обзир број ефективних активних региона лима [11]. Зависност броја активних домена од  $H_{exc}(t)$ ,  $n(H_{exc})$ , зависи од врсте материјала, али и услова њиховог магнећења [94]. Новије истраживање [116] указује на то да би додатни губици проузроковани  $H_{exc}(t)$  могли одступати од оних прорачунатих применом STL-а. У том истраживању показано је да одступања постају значајнија већ на фреквенцијама од 200 Hz. Као доказ, приказан је изглед доменских зидова при различитим фреквенцијама. Подаци о изгледу доменских зидова су прикупљени применом експеримената на бази Керовог (Kerr) ефекта. Може се запазити да су при ниским фреквенцијама доминантни  $180^\circ$  доменски зидови (чак и близу засићења). Са повећањем фреквенције на 500 Hz долази до њихове деформације (добијају лучни облик) близу површине материјала, док се на фреквенцији реда 5-10 kHz уочава појава попречних фронтва. Такви резултати истраживања јасно указују на недостатке претпоставки за прорачун  $H_{exc}(t)$  у оквиру STL-а за фреквенције на и преко 200 Hz. Стога, у циљу побољшања прорачуна, препорука је размотрити нелинеарну апроксимацију  $n(H_{exc})$ , као што је то случај у овој дисертацији, утицај геометрије на његову неједнаку расподелу и различиту доменску структуру на различитим фреквенцијама.

#### 10.4. Прорачун тренутне снаге магнећења $p(t)$ и њених компоненти

Симулацију тренутне снаге магнећења  $p(t)$  за  $V_{\max}$  од интереса применом предложене НИМ методологије могуће је извршити на два начина. Први начин симулације био би директно из резултата мерења. Такав поступак би требао дати боље резултате него други јер нема ограничења која се тичу STL-а. Ипак, у овом случају постоји ограничење по питању фреквенције и облика  $B(t)$  које се огледа у чињеници да се НИМ може успешно применити само за случајеве за које постоји почетни сет мерења.

Други начин симулације (прорачуна) се тиче комбинације НИМ методологије и STL-а у циљу одређивања  $H(t)$  за  $V_{\max}$  и фреквенцију од интереса, након чега се применом (5.4) може добити  $p(t)$ . Поређења резултата тог начина прорачуна и резултата мерења нису посебно изложена у оквиру ове дисертације јер би она, у суштини, била врло слична поређењу  $H(t)$ , о чему је већ било речи. Додатно, како је површина хистерезисне петље пропорционална губицима, а губици средњој вредности тренутне снаге магнећења према (3.3), то се може рећи да су могућности примене прве методе за одређивање средњих губитака за фреквенцију и  $V_{\max}$  од интереса већ анализирани у Табели 10.4, као и у Табели 10.6 посредством Амперовог и Фарадејевог закона. Детаљи поступка првог и другог принципа симулације  $p(t)$  дати су у Глави 7.

У циљу провере тачности поступка за симулацију  $p(t)$  према првом начину, извршене су по три симулације  $p(t)$  за синусно и троугаоно  $B(t)$ . Разматране су три вредности  $V_{\max}$  и то 0,5, 0,9 и 1,5 Т, са циљем да се обухвате карактеристични региони нелинеарности – са врло слабом, средњом и израженом нелинеарношћу, респективно. Резултати су поређени са резултатима мерења, односно прорачуна према (5.4) за мерене  $H(t)$  и  $B(t)$  на 50 Hz. Тај поступак је примењен и у циљу одређивања полазног сета за хармонијску анализу, али применом на сет мерења са Сlike 9.6. Поређења симулираних и мерених вредности су приказани на Сликама 9.45 и 9.46 за синусно и троугаоно  $B(t)$ , респективно.

Поређењем резултата могло се увидети њихово врло добро слагање, на шта је скренута пажња у коментарима у Глави 9. Ипак, погодно је спровести детаљнију анализу на нивоу прорачунатих хармоника  $p(t)$ . Битно је нагласити да су од интереса сада само парни хармоници као и да је укупан број хармоника од интереса, у општем случају, већи него што је укупан број хармоника  $H(t)$  или  $B(t)$ . Разлог томе је што постоји међусобни утицај (комбинација) хармоника  $H(t)$  и  $B(t)$  различитог реда [107]. С тим у вези, ако се узме да је највиши ред значајних хармоника  $H(t)$   $k_h=5$  и  $B(t)$   $k_b=1$ , и ако се користе само непарни хармоници, највиши ред хармоника  $p(t)$  би био паран и износио  $k_h+k_b=6$ . Ипак,  $p(t)$  је у овом случају узето као мерена величина, добијена узимајући у обзир све хармонике  $H(t)$  и  $B(t)$ , не само оне од интереса, па би требало одредити адекватан услов за спровођење хармонијске анализе  $p(t)$ , тј. одређивање значајних хармоника. Услов је усвојен тако да је амплитуда хармоника од интереса барем 1% амплитуде једносмерне компоненте  $p(t)$ . Такав услов је одабран са становишта што бољег слагања броја хармоника  $H(t)$  и  $B(t)$  од интереса и броја хармоника  $p(t)$  од интереса, као и минимализације осцилација у укупном  $p(t)$ .

У Табелама 10.7 и 10.8 дате су вредности апсолутног  $\Delta P_k$  и релативног  $\delta P_k$  одступања амплитуда симулираних хармоника у односу на мерене хармонике  $p(t)$ . Приказано је првих 5 парних хармоника за синусно и троугаоно  $B(t)$ , респективно. Хармонијска компонента означена са  $k=0$  представља једносмерну компоненту. Додатно, представљени су само значајни хармоници. Одступања су прорачуната по истом

принципу као у Табелама 10.1 и 10.2, с том разликом што ће амплитуде симулираних хармоника  $k$ -ог реда бити обележене са  $P_{k,s}$ , а мерених са  $P_{k,m}$ .

Табела 10.7 – Апсолутно  $\Delta P_k$  и релативно  $\delta P_k$  одступање амплитуда хармоника добијених интерполацијом  $P_{k,s}$  од мерених  $P_{k,m}$ , за синусно  $B(t)$  са  $B_{\max}$  од 0,5, 0,9 и 1,5 Т, на 50 Hz.

$k$	$B_{\max}$ [Т]					
	0,5	0,9	1,5	0,5	0,9	1,5
	$P_{k,s}$ [W/m <sup>3</sup> ]			$P_{k,m}$ [W/m <sup>3</sup> ]		
0	1902,04	5528,08	15782,72	1901,73	5537,79	15797,13
2	1223,63	3065,00	10952,35	1225,44	3071,06	10941,28
4	56,83	522,38	6871,28	58,23	528,81	6857,45
6	10,11	142,48	2207,02	10,42	149,24	2204,52
8	-	24,28	373,28	-	26,34	399,59
10	-	-	122,44	-	-	156,77
$k$	$\Delta P_k$ [W/m <sup>3</sup> ]			$\delta P_k$ [%]		
0	0,31	-9,71	-14,40	0,02	-0,18	-0,09
2	-1,80	-6,06	11,07	-0,15	-0,20	0,10
4	-1,40	-6,44	13,82	-2,40	-1,22	0,20
6	-0,31	-6,76	2,50	-2,99	-4,53	0,11
8	-	-2,06	-26,32	-	-7,83	-6,59
10	-	-	-34,33	-	-	-21,90

Табела 10.8 – Апсолутно  $\Delta P_k$  и релативно  $\delta P_k$  одступање амплитуда хармоника добијених интерполацијом  $P_{k,s}$  од мерених  $P_{k,m}$ , за троугаоно  $B(t)$  са  $B_{\max}$  од 0,5, 0,9 и 1,5 Т, на 50 Hz.

$k$	$B_{\max}$ [Т]					
	0,5	0,9	1,5	0,5	0,9	1,5
	$P_{k,s}$ [W/m <sup>3</sup> ]			$P_{k,m}$ [W/m <sup>3</sup> ]		
0	1507,14	4802,83	14705,81	1497,61	4791,97	14662,24
2	621,63	1273,86	5519,22	612,55	1251,46	5415,16
4	355,38	952,41	6441,59	350,90	946,17	6373,98
6	251,39	767,45	5937,79	248,59	765,44	5880,56
8	193,87	627,56	5109,74	192,45	628,36	5061,29
10	158,54	529,60	4357,59	157,75	531,33	4321,89
$k$	$\Delta P_k$ [W/m <sup>3</sup> ]			$\delta P_k$ [%]		
0	9,53	10,86	43,57	0,64	0,23	0,30
2	9,08	22,41	104,05	1,48	1,79	1,92
4	4,49	6,24	67,61	1,28	0,66	1,06
6	2,80	2,01	57,23	1,12	0,26	0,97
8	1,42	-0,80	48,45	0,74	-0,13	0,96
10	0,79	-1,73	35,70	0,50	-0,33	0,83

Може се уочити врло добро слагање резултата у Табели 10.7. Значајније одступање се може приметити за последњи хармоник од интереса за  $B_{\max}=1,5$  Т и износи нешто мање од 22%. Ипак, ако се узме у обзир да је удео тог хармоника врло близу 1% једносмерне компоненте, може се закључити да је његов утицај на укупно  $p(t)$  врло мали. Слично важи и за последње разматране хармонике за остале случајеве  $B_{\max}$ . Ред последњих хармоника од интереса је у доброј корелацији са резултатима из Табела 10.1 и 10.2, ако се узме у обзир да синусно  $B(t)$  има само један (први) значајан хармоник. С друге стране, слагања за троугаоно  $B(t)$  (Табела 10.8) су доста боља и у највећем броју случајева су мања од 1%. Тако добро слагање у односу на синусно  $B(t)$  може се у највећој

приписати знатно равномернијој промени амплитуда хармоника, као и већем броју хармоника од интереса. На основу анализе резултата поређења у временском домену са Слика 9.45 и 9.46, као и претходно изнете квантитативне анализе на нивоу хармоника, може се закључити да се предложени поступак може са великом тачношћу применити на симулацију  $p(t)$  за  $V_{\max}$  од интереса за облик  $B(t)$  и фреквенцију на којој су извршена почетна мерења за хармонијску анализу. Битно је нагласити да су одступања једносмерних компоненти за синусно  $B(t)$  мања од 0,2%, а за троугаоно од 0,7%. Такви резултати указују на способност НИМ-а да са изузетном тачношћу предвиди специфичне губитке услед магнећења језгра.

Симулације су спроведене на сличан начин за торусни узорак од N87 ферита, али за одређивање  $p_a(t)$  од интереса. Разматране су температуре језгра од 25 до 90°C и насумично одбране комбинације  $V_{\max}$  и фреквенција - 50 mT и 60 kHz, 100 mT и 105 kHz и 80 mT и 225 kHz, за синусно  $B(t)$ . Резултати симулација предложеним поступком су упоређени са симулацијама применом MagNet платформе [115]. Са Слика 9.57 и 9.58 се може видети генерално добро слагање резултата у временском домену. Додатно, резултати прорачуна  $p_a(t)$ , применом резултата MagNet симулације за хистерезисне петље, немају исти временски облик за прву и другу полупериоду (од 0 до  $\pi$  и од  $\pi$  до  $2\pi$ ). Битно је нагласити да је исти приступ употребљен за раздвајање  $p_a(t)$  из  $p(t)$  прорачунатих из мерења и из MagNet симулације. То указује на несавршености резултата добијених MagNet симулацијом на нивоу хармонијских компоненти. Стога, квантитативна анализа хармоника, као што је то био случај у претходној анализи за феромагнетске материјале, не би била сасвим коректна и неће бити засебно разматрана. Ипак, од интереса би било анализирати могућности примене предложеног поступка за одређивање специфичних (средњих) губитака снаге. Релативно одступање  $\delta P$  може се одредити применом (10.5) на упоређене  $p_a(t)$ , при чему је  $p_{a,s}(t)$  симулирано НИМ-ом, а  $p_{a,m}(t)$  прорачуном из резултата MagNet симулације. У Табелама 10.9 и 10.10 приказане су вредности  $\delta P$  за резултате са Слика 9.57 и 9.58, респективно.

Табела 10.9 – Релативно одступање  $\delta P$  средњих вредности симулираних  $p_{a,s}(t)$  и резултата добијених из MagNet симулације  $p_{a,m}(t)$ , за 25°C и фреквенције од 60, 105 и 225 kHz.

$f$ [kHz]	$\delta P$ [%]
60	4,25
105	4,96
225	4,10

Табела 10.10 – Релативно одступање  $\delta P$  средњих вредности симулираних  $p_{a,s}(t)$  и резултата добијених из MagNet симулације  $p_{a,m}(t)$ , за 25, 50, 70 и 90°C, на 225 kHz.

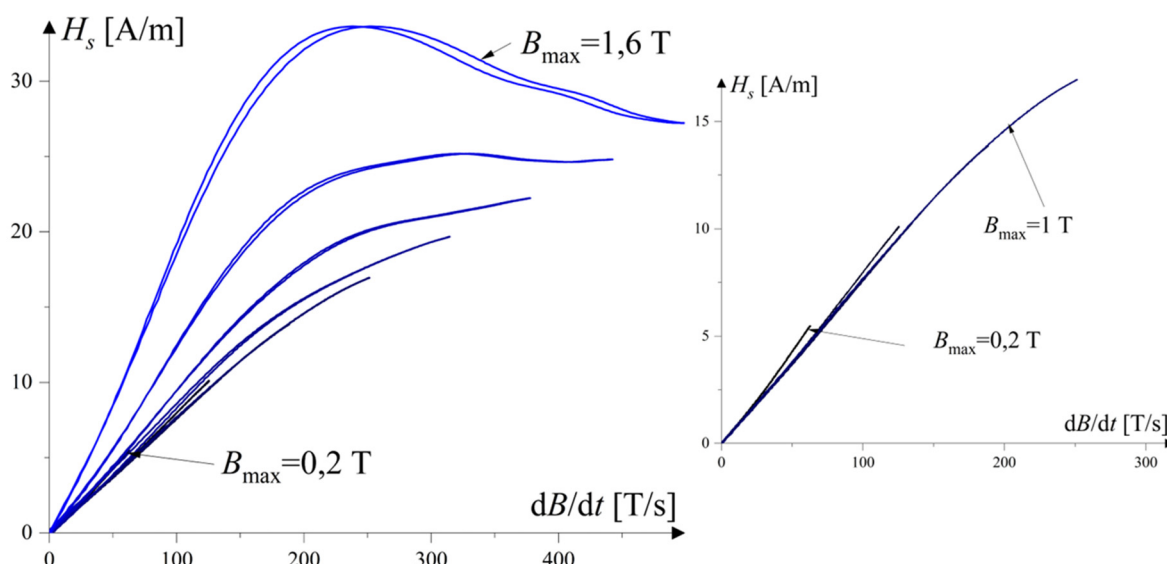
Темп. [°C]	$\delta P$ [%]
25	4,10
50	-3,92
70	-4,92
90	-2.40

Уочава се релативно одступање мање од 5%. Резултати су слични било да је реч о симулацијама на једној температури и променљивим комбинацијама  $V_{\max}$  и фреквенција (Табела 10.9) или на променљивим температурама (Табела 10.10). То доводи до закључка да се предложени поступак може са адекватном тачношћу применити не само на

феромагнетске већ и на друге магнетске материјале. Ипак препорука је користити је за прорачуне са већим бројем хармонијских компоненти јер број хармонијских компоненти, као и њихова промена, могу имати значајан утицај на резултате симулација (пример поређења резултата за синусно и троугаоно  $B(t)$  на нивоу хармоника).

### 10.5. Разлагање $H(t)$ на компоненте, $H_s(t)$ и $H_c(t)$

У оквиру Главе 7 дати су детаљи о принципу разлагања  $H(t)$  на конститутивне компоненте - синусну  $H_s(t)$  и косинусну  $H_c(t)$ . Поменуте компоненте у временском домену су приказане на Сликама 9.47 и 9.49 за синусно и Сликама 9.48 и 9.50 за троугаоно  $B(t)$ . Разматрани су подаци измерени на 50 Hz и  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 T са кораком од 0,2 T за оба разматрана облика  $B(t)$ . Такође, изнета је прелиминарна анализа резултата и њихова сличност са обликом одговарајућих  $dB/dt$  и  $B(t)$ , спроведена на основу анализе временског облика разматраних кривих. Ипак, од интереса би било прецизније испитати везу између поменутих величина, нарочито  $H_s(t)$  и  $dB/dt$  и  $H_c(t)$  и  $B(t)$ . Таква анализа је од интереса јер су компоненте  $H(t)$ , према истраживању из Главе 7, у директној вези са компонентама тренутне снаге магнећења  $p(t)$  и, последично, са параметрима паралелне  $RL$  заменске шеме нелинеарног хистерезисног калема. Зависност поменутих величина није погодно разматрати за троугаоно  $B(t)$  због  $dB/dt$  које има константну позитивну вредност у првој, а константну негативну вредност у другој полупериоди (правоугаони облик), па ће пажња бити посвећена анализи за синусно  $B(t)$ . Ипак, поредећи резултате са Слика 9.47 и 9.48 као и 9.49 и 9.50 може се увидети значајна сличност између законитости промене за троугаоно у односу на синусно  $B(t)$ . На Слици 10.2 приказана је зависност  $H_s(t)$  од  $dB/dt$  за све разматране случајеве  $B_{\max}$  са Сликe 9.47. Због боље прегледности, приказане су само вредности у првом квадранту зависности  $H_s(dB/dt)$ , односно за прву полупериоду  $dB/dt$ . Остатак зависности (трећи квадрант) је симетричан приказаном.

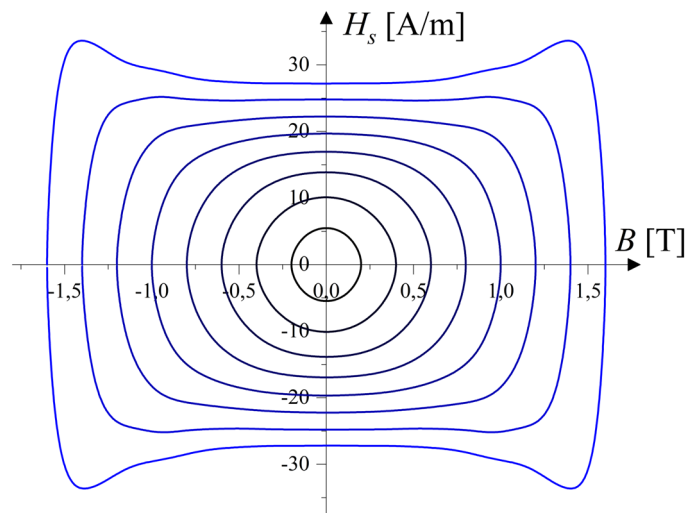


Слика 10.2 – Зависност синусне компоненте  $H(t)$ ,  $H_s(t)$ , од  $dB/dt$  за синусно  $B(t)$ , за  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 T са кораком од 0,2 T, на 50 Hz.



Може се приметити да криве  $H_s(dB/dt)$  формирају облике налик уским петљама. Оне су делимично последица несавршености података мерења али су врло вероватно проузроковане својством унакрсне симетрије хистерезиса (први и трећи, други и четврти квадрант). Криве се одликују приближно линеарном зависношћу за  $B_{\max}$  до око 1 Т док за веће  $B_{\max}$  та зависност постепено поприма карактеристике нелинеарне зависности, нарочито изражене за  $B_{\max}$  од 1,4 и 1,6 Т. Такав резултат зависности  $H_s(dB/dt)$  указује на јасан недостатак класичног модела паралелне  $RL$  заменске шеме којим се предвиђа да та зависност може представити помоћу једне криве тј. да ће се криве са Сlike 10.2 преклапати за свако  $B_{\max}$ . Такво разматрање није у потпуности коректно за све разматране  $B_{\max}$  али би се за вредности до 1 Т (за криве са Сlike 10.2) могло применити уз прихватљива одступања. Нешто детаљнији опис процедуре одређивања параметара класичне  $RL$  заменске шеме дат је у Глави 2. Занимљиво је увидети да иста законитост промене нагиба линеарнијих (доњих) делова кривих са Сlike 10.2, у смислу повећања или смањења са повећањем  $B_{\max}$ , није заступљена. С тим у вези, може се увидети да се до око 0,8 Т нагиб смањења са  $B_{\max}$ , а на 1 Т нагиб приближно остаје исти као за 0,8 Т (што ће проузроковати њихово преклапање на Сlici 10.2). Даљим повећањем  $B_{\max}$  од 1,2 до 1,6 Т увиђа се повећање нагиба доњег (линеарнијег) кривих у односу на осу  $dB/dt$ .

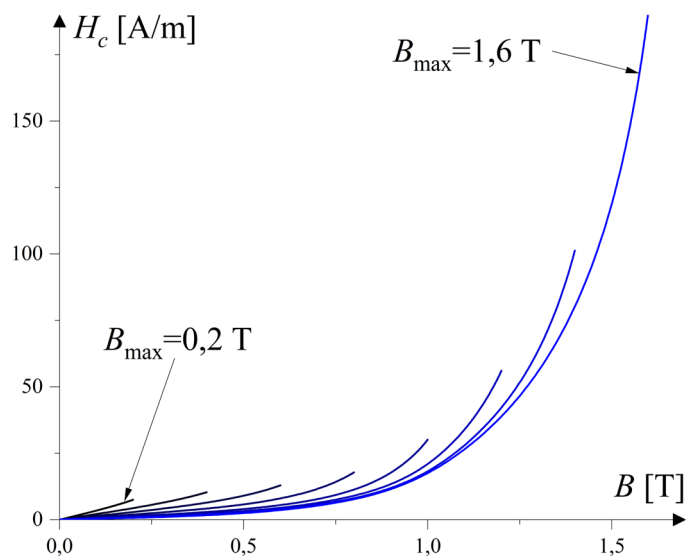
Као додатан доказ поменуте приближне линеарне зависности погодно је размотрити зависност  $H_s(t)$  од  $B(t)$ . Зависност  $H_s(B)$  за све разматране случајеве  $B_{\max}$  дате су на Сlici 10.3. Може се приметити да крива  $H_s(B)$  за 0,2 Т образује скоро идеалну кружницу. То јасно указује на линеарну зависност између поменуте две величине, а последично и  $H_s(t)$  од  $dB/dt$ . Крива задржава кружни облик до око 1 Т са благим одступањима од оног за ниже  $B_{\max}$  (постепено поприма облик елипсе указујући на благу нелинеарност). Деформације у виду израженијег попримања елипсастог облика (у односу на она на 1 Т) могу се приметити за 1,2 Т док се за 1,4 и 1,6 Т могу уочити доста значајније деформације, па криве попримају седласт облик са већим угибом за веће  $B_{\max}$ .



Слика 10.3 – Зависност синусне компоненте  $H(t)$ ,  $H_s(t)$ , од синусног  $B(t)$ , за  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 Т са кораком од 0,2 Т, на 50 Hz.

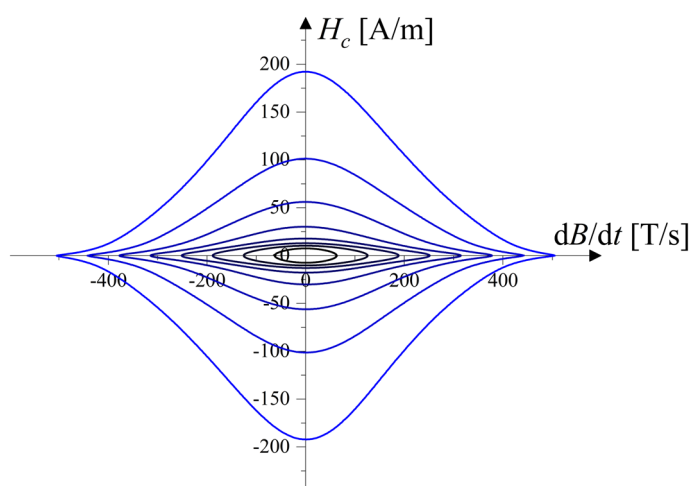
На Сlici 10.4 приказане су криве  $H_c(t)$  у зависности од  $B(t)$  за прву полупериоду, за све разматране случајеве  $B_{\max}$ . Њихов физички значај би се могао повезати са својством нелинеарности и карактеризацијом  $L$  параметра заменске шеме. Због боље

прегледности, приказане су само криве у првом квадранту док су криве у трећем квадранту симетричне.



Слика 10.4 – Зависност косинусне компоненте  $H(t)$ ,  $H_c(t)$ , од синусног  $B(t)$ , за  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 Т са кораком од 0,2 Т, на 50 Hz.

Може се увидети да свака од разматраних  $B_{\max}$  има сопствену карактеристику  $H_c(B)$ . Повећање степена њихове закривљености указује на израженију нелинеарност са повећањем  $B_{\max}$ . Повећање нелинеарности у складу је са изгледом хистерезисних кривих са Сликe 9.6a које се одликују већом нелинеарношћу и обликом који више подсећа на издужено латинично слово „S” што је  $B_{\max}$  веће. Ипак, зависност са Сликe 10.4 није најпогоднија за детаљнију анализу промене степена нелинеарности са  $B_{\max}$ . У циљу бољег сагледавања степена нелинеарности за поједине  $B_{\max}$ , на Слици 10.5 су дате криве  $H_c(dB/dt)$ .



Слика 10.5 – Зависност косинусне компоненте  $H(t)$ ,  $H_c(t)$ , од  $dB/dt$  за синусно  $B(t)$ , за  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 Т са кораком од 0,2 Т, на 50 Hz.

Може се приметити да за вредности  $B_{\max}$  до око 1 Т криве зависности  $H_c(dB/dt)$  мењају свој облик од скоро идеалне елипсе за 0,2 Т до благо деформисане и зашиљене за 1 Т. То указује на релативно малу нелинеарност разматраног материјала у опсегу до 0,8 Т, док би се за 1 Т могло рећи да нелинеарност има нешто израженији утицај. Повећањем  $B_{\max}$  преко 1 Т увиђа се убрзано повећање утицаја нелинеарности, које условљава значајне деформације  $H_c(dB/dt)$  до те мере да за 1,6 Т оне више подсећају на деформисани четвороугао него на изворне елипсе. Дакле, на основу анализа са  $H_c(t)$  могло би се рећи да крива за 1 Т представља границу након које долази до значајнијег повећања нелинеарности материјала, што узрокује промене у временском облику  $H_c(t)$  и израженији „пик” са Сlike 9.49. Слично важи и за анализу  $H_s(t)$ , али са становишта промена у њеном временском облику са Сlike 9.47.

### 10.6. Анализа временски променљивих параметара $RL$ заменске шеме

Анализа поређења временски променљивих параметара  $RL$  заменске шеме,  $R(t)$  и  $L(t)$ , прорачунатих применом де Леонове и предложене процедуре засноване на хармонијској анализи, дати су у Глави 9. Могло се увидети да  $R(t)$  добијено предложеном процедуром значајно стабилније (са мање осцилација), док су поређењем  $L(t)$  утврђена знатно боља слагања резултата. Ипак, употреба параметара у временском домену није изразито практична јер би захтевала употребу сложених нумеричких или итеративних метода. Са становишта практичне употребе и боље физичке интерпретације у смислу утицаја на компоненте снаге, погодније би било представити  $R$  и  $L$  у зависности од неке електричне величине.

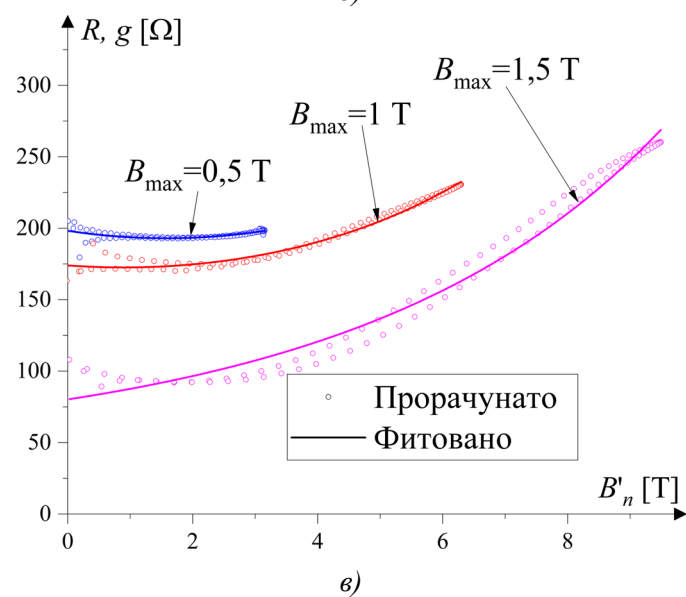
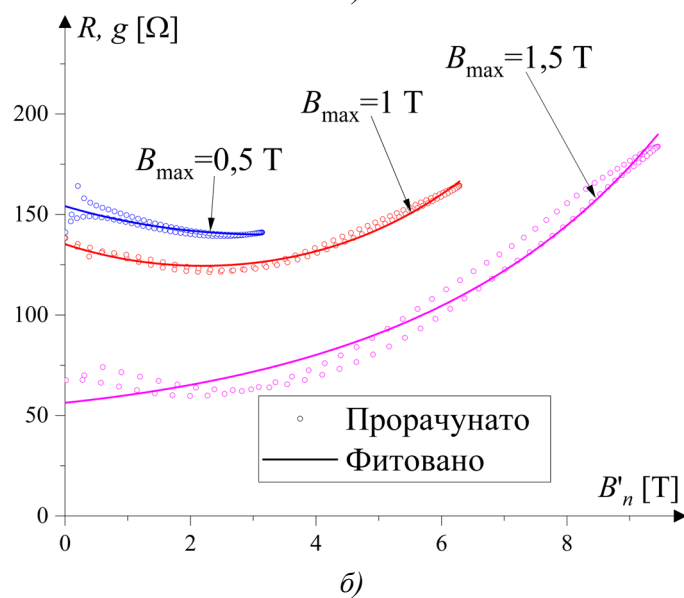
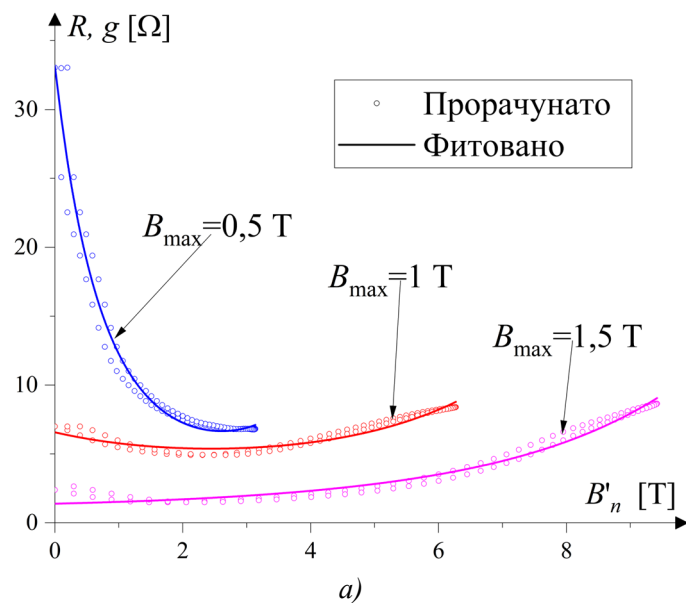
С обзиром на то да се процедура из Главе 8 односи на представљање нелинеарног хистерезисног калема паралелном  $RL$  заменском шемом (Слика 8.2), то је погодније користити електрични напон који је исти на  $R(t)$  и на  $L(t)$ . Посредством Фарадејевог закона може се установити веза између напона и  $dB/dt$ , које је подесније разматрати јер су криве  $R(t)$  и  $L(t)$  прорачунате имајући у виду  $B_{\max}$  хистерезисних петљи којима одговарају. Поред промена са  $B_{\max}$  разматране су и различите фреквенције  $f$  па би се, због практичније примене приликом прорачуна, могла разматрати зависност  $R(t)$  и  $L(t)$  од нормализованог  $dB/dt$ ,  $B'_n = B/f$ , где је  $B = dB/dt$ . Са друге стране, хистерезисна петља је, као што је раније прокоментарисано, унакрсно симетрична па, у општем случају, тачке  $R(B'_n)$  и  $L(B'_n)$  не морају припадати једној респективној кривој. То би могло отежати примену приликом прорачуна, па се препоручује фитовање у циљу дефинисања параметара функције  $g(B'_n)$  и  $h(B'_n)$  које јединствено описују  $R(B'_n)$  и  $L(B'_n)$ , респективно. Функције  $g(B'_n)$  и  $h(B'_n)$  су за потребе ове дисертације одређене тако да се добије најбоље слагање, а да при томе функције имају што сличнији општи облик. Оне су задате са (10.6) и (10.7), респективно:

$$g(B'_n) = \exp(a + bB'_n + cB'^2_n), \quad (10.6)$$

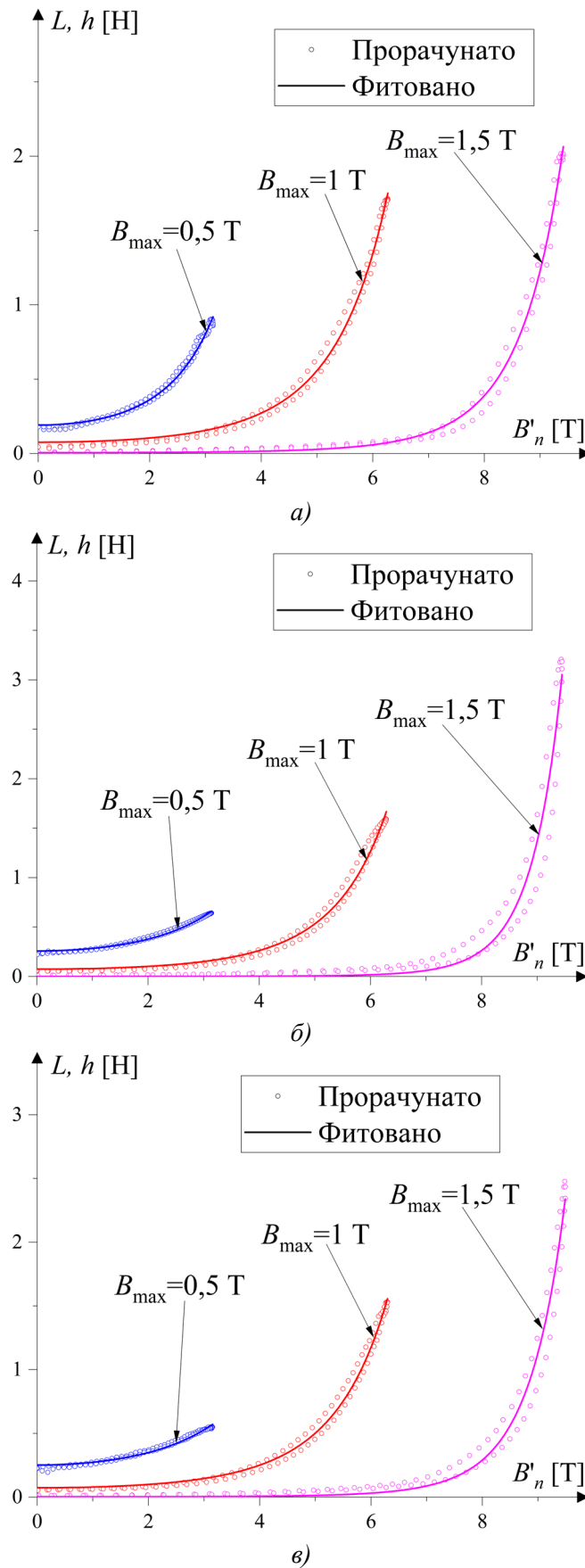
$$h(B'_n) = \exp(l + mB'_n + nB'^2_n), \quad (10.7)$$

где су  $a, b, c, l, m$  и  $n$  параметри који се добијају фитовањем на прорачунате вредности.

На Сликама 10.6 и 10.7 дате су зависности  $R(t)$  и  $L(t)$  (са Слика 9.61 и 9.62) од  $B'_n$  за 1, 50 и 100 Hz као и резултати фитовања  $R(B'_n)$  и  $L(B'_n)$  на функције  $g(B'_n)$  и  $h(B'_n)$ , респективно. Може се увидети генерално добро слагање резултата прорачуна и фитовања за све фитоване криве. У Табели 10.11 дати су параметри фитованих функција, облика (10.6) и (10.7) [111].



Слика 10.6 – Зависност  $R(t)$  од  $B'_n$  и поређење са фитованим вредностима на функцију  $g(B'_n)$ . за синусно  $B(t)$  и  $B_{\max}$  од 0,5, 1 и 1,5 Т, на а) 1, б) 50 и в) 100 Hz.



Слика 10.7 – Зависност  $L(t)$  од  $B'_n$  и поређење са фитованим вредностима на функцију  $h(B'_n)$ , за синусног  $B(t)$  и  $B_{\max}$  од 0,5, 1 и 1,5 T, на а) 1, б) 50 и в) 100 Hz.

Табела 10.11 – Параметри функција  $g(B'_n)$  и  $h(B'_n)$  за фитовање  $R(B'_n)$  и  $L(B'_n)$  за синусно  $B(t)$ , са  $B_{\max}$  од 0,5, 1 и 1,5 Т, на 1, 50 и 100 Hz.

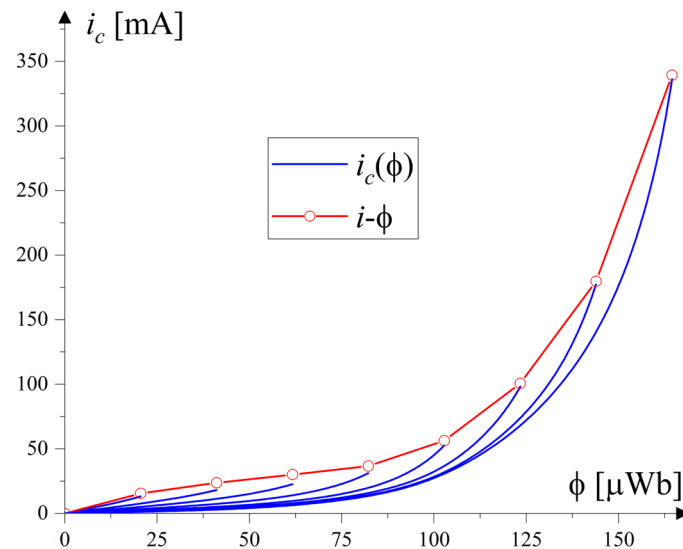
$f$ [Hz]	$B_{\max}$ [T]	$a$	$b$	$c$	$l$	$m$	$n$
1	0,5	3,500	-1,229	0,2355	-1,655	$-4,67 \cdot 10^{-7}$	0,160
	1	1,883	-0,163	0,0334	-2,582	$-1,21 \cdot 10^{-7}$	0,080
	1,5	0,329	0,076	0,0130	-5,279	$-8,90 \cdot 10^{-11}$	0,068
50	0,5	5,038	-0,05975	0,00931	-1,354	$-2,191 \cdot 10^{-6}$	0,095
	1	4,907	-0,07602	0,01734	-2,595	$-5,932 \cdot 10^{-8}$	0,079
	1,5	4,031	0,05861	0,00741	-7,557	$8,311 \cdot 10^{-11}$	0,097
100	0,5	5,290	-0,03428	0,01086	-1,381	$-4,63 \cdot 10^{-6}$	0,082
	1	5,159	-0,01835	0,01023	-2,620	$-5,51 \cdot 10^{-8}$	0,077
	1,5	4,385	0,08352	0,00463	-6,359	$3,03 \cdot 10^{-10}$	0,080

За приказане случајеве  $R(B'_n)$  и  $L(B'_n)$  са Слика 10.7 и 10.8 може се увидети сличност у законитости промене за респективне  $B_{\max}$  и за све фреквенције. Веће одступање се може приметити за  $R(B'_n)$  на 1 Hz и 0,5 Т за коју се примећује значајна промена између њене максималне и минималне вредности. Прецизније, смањи се на мање од 1/3 у тренутку када  $B'_n$  има свој максималну вредност у односу на вредност коју има када  $B_n$  има вредност 0. Такво понашање  $R(B'_n)$  је највероватније проузроковано квалитетом мерених података, јер се мерења врше на ниској фреквенцији и за мало  $B_{\max}$ , па је амплитуда мерених сигнала мала са значајним примесима шума.

Законитости промене  $R(B'_n)$  и  $L(B'_n)$  са фреквенцијом и  $B_{\max}$  су врло сложене. Ипак, њихову детаљнију анализу није било могуће адекватно спровести. Разлог за то су претпоставке униформне расподеле флукса по попречном пресеку језгра, занемаривање утицаја вртложних струја на расподелу флукса унутар сваког слоја лима као и анизотропија лима од кога је језгро састављено. Дакле, донети закључци не би на адекватан начин описали сложене процесе који се догађају у језгру током његовог магнећења. Детаљнија анализа промене  $R(B'_n)$  и  $L(B'_n)$  биће тема будућих истраживања.

У оквиру Сlike 9.64 дато је поређење резултата решавања динамичког електричног кола на 50 Hz применом класичног  $RL$  модела и модела са временски променљивим параметрима. У оба случаја је узета претпоставка да се  $R$  не мења са променом  $dB/dt$ . Могло се увидети врло добро слагање са резултатима мерења за случај када је употребљена  $L(t)$  док су одступања за класичан приступ значајнија. Када се упореде резултати на 2,83 V увиђа се да је одступање за прорачуне са  $R$  и  $L(t)$  врло мало у односу на мерења. Разлог за то се види са Сlike 10.6a где се може приметити да је вредност  $R(B'_n)$  релативно мала и слабо променљива са  $B'_n$  за 0,5 Т (одговара амплитуди употребљеног напона). С тим у вези, апроксимација  $R(t)$  константном вредношћу  $R$  нема велики утицај. Са повећањем  $B_{\max}$  долази до израженије нелинеарности промене  $R(B'_n)$  што се испољава повећањем одступања. Ипак, генерално слагање резултата је још увек добро. Дакле, могло би се закључити да утицај облика временске промене параметра  $R$ , са становишта зависности  $R(B'_n)$ , за разматране случајеве није од пресудног значаја на лоше перформансе класичног  $RL$  модела у временском домену.

Главни разлог одступања је заправо разлика између изгледа криве магнећења и кривих  $H_c(B)$ , односно зависности  $i$ - $\phi$  и  $i_c(\phi)$ . На Сlici 10.8 дато је поређење зависности  $i$ - $\phi$  и  $i_c(\phi)$  прорачунатих из сета мерења за 50 Hz и  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 Т са кораком од 0,2Т. Конверзија мерења  $H(t)$  и  $B(t)$  у  $i(t)$  и  $\phi(t)$  извршена је применом Амперовог закона и израза  $\phi(t) = N_1 S B(t)$ , где је  $N_1$  број навојака примара и  $S$  површина попречног пресека језгра.



Слика 10.8 – Поређење зависности  $i-\phi$  и  $i_c(\phi)$  за  $B_{\max}$  од 0,2 до 1,6 Т са кораком од 0,2 Т, за фреквенцију од 50 Hz.

Може се увидети да постоји значајно одступање у поређеним кривама. Оне се никада не додирују, јер се за синусно  $B(t)$  амплитуде  $B_{\max}$  и  $H_{\max}$  не јављају истовремено, већ постоји одређено кашњење [18]. Са друге стране, поступак издвајања  $H_c(t)$ , тј.  $i_c(t)$ , из укупног  $H(t)$  заснован је на подели хистерезисне петље на две стране према  $B(t)$  (са леве и десне стране  $B_{\max}$ ). Дакле, врхови  $i_c(\phi)$  имају максимум приближно пропорционалан  $H(t)$  када  $B(t)$  достиже  $B_{\max}$ . Та појава је израженија код минорних хистерезисних петљи са нижим  $B_{\max}$  јер оне имају облик елипсе. Утицај поменутог одступања према Слици 10.8 би условио да амплитуда резултујућег укупног  $i(t)$  буде нешто већа од стварне (мерене вредности), што се са Слика 9.64 може и потврдити. Одступање услед овог ефекта је веће што је  $B_{\max}$  мање, јер су због облика елипсе одступања између потенцијалних тачака додирних кривих са Слика 10.8 већа. Одступања у облику резултата прорачуна класичним  $RL$  приступом од мерења са Слика 9.64 су, у највећем обиму, последица разлике у облику криве  $i-\phi$  која је јединствена и  $i_c(\phi)$  које су различите за свако разматрано  $B_{\max}$ .

## 11. ЗАКЉУЧАК

Предмет ове докторске дисертације био је развијање методологије за анализу и решавање нелинеарних магнетских проблема са хистерезисом у временском домену. Крајњи циљ је био дефинисање методологије која поседује релативно једноставан математички апарат и даје добре резултате у временском домену за ограничен број улазних података мерења. Додатно, методологија би требала бити применљива на решавање више различитих проблема у временском домену. Циљ је успешно остварен дефинисањем НИМ (Harmonic Interpolation Method) методологије, засноване на хармонијској анализи резултата мерења и интерполацији добијених амплитуда и фаза за жељену магнетску индукцију.

Изложена докторска дисертација састоји се од укупно једанаест глава, укључујући увод, у коме је истакнута потреба за спровођењем истраживања везаних за тему, и закључак, у коме су истакнути њени најзначајнији теоријски и практични доприноси. Кроз остатак дисертације изнете су чињенице од значаја за правилну употребу и разумевање предложене НИМ методологије за решавање проблема у магнетизму у временском домену. Неки од разматраних проблема су били: прорачун временског облика величине од интереса (јачине магнетског поља, снаге магнећења или неке друге) директно из података мерења, симулација временског облика динамичког магнетског поља и хистерезисних петљи, решавање динамичког (наизменичног) електричног кола са нелинеарним хистерезисним калемом, разлагање тренутне снаге магнећења на њену апсорбовану и осцилујућу компоненту за феромагнетске и феритне материјале и побољшање перформанси RL заменске шеме за прорачуне у временском домену адекватнијим одређивањем њених параметара. Предложени поступак (методологија) је успешно примењен на све разматране проблеме.

У оквиру друге главе докторске дисертације дати су детаљи појединих приступа који се често употребљавају приликом истраживања у оквиру разматраних проблема у магнетизму. Приступци су подељени у три категорије и то на: приступе применом заменских шема, применом хистерезисних модела и применом нумеричких метода. Посебна пажња посвећена је истицању предности и недостатака приступа применом заменских шема и хистерезисних модела јер су они у директној вези са истраживањима у овој докторској дисертацији. Истакнути су детаљи реализација појединих заменских шема, као и недостаци који се могу јавити њиховом применом за решавање проблема у временском домену. Као пример модела заменских шема веза описани су: RL модел, Жиратор модел и Кауерово коло. Са аспекта хистерезисних модела, пажња је посвећена њиховој примени и недостацима. Назначено је да се таквим приступом могу добити знатно бољи резултати у временском домену, али и да сложеност математичког апарата којим се поједини, тачнији, модели описују, као и потешкоће са одређивањем њихових параметара, умногоме умањују њихов практичан значај. Указано је на потребу за дефинисањем методологије за решавање и анализу проблема у магнетизму у временском домену, која је релативно једноставна за употребу, не поседује изузетно сложен математички апарат, а уз употребу ограниченог броја података може дати добре резултате за прорачуне у временском домену.

Детаљан опис мерно-аквизиционог система за мерење карактеристика магнетских језгара дат је у Глави 3. Приказани су шема веза, изглед експерименталне поставке, опис употребљених компоненти и принцип извођења мерења. Такође, дат је опис предњег панела апликације написане у програмском пакету LabVIEW, принцип подешавања параметара мерења, као и детаљан опис поступка контроле облика магнетске индукције применом програмирање (софтверске) повратне спреге. Опис мерно-аквизиционог



система је од изузетног практичног значаја будући да се, применом система за мерење заснованог на персоналном рачунару и аквизицији података, могу одредити магнетске карактеристике језгра, попут главних и минорних хистерезисних кривих, криве магнећења, криве губитака и друго. Поред претходно наведеног, изложени су и детаљи неких од метода мерења карактеристика феромагнетских језгара обухваћених стандардом IEC 60404, са посебним акцентом на принципе слагања лимова, формирање намотаја и припрему језгара за мерење.

Срж докторске дисертације дат је у Глави 4, као опис основних принципа на којима се заснива предложена НИМ методологија. Опис је дат на примеру симулације временског облика јачине магнетског поља за амплитуду магнетске индукције од интереса. Изложене су основе примене Фуријеове анализе на податке улазног сета мерења магнетског поља и практични савети за правилно формирање табела амплитуда и фаза хармоника. Потом су изложени принципи одређивања броја значајних хармоника, типа и реда интерполације, као и принцип њеног спровођења, у циљу одређивања нових амплитуда и фаза јачине магнетског поља за амплитуду магнетске индукције од интереса. Такође, предочени су услови које свако мерење треба да задовољава како би било саставни део поменутог сета улазних мерења. Додатно, дат је изглед програмског кода, написаног у програмском пакету Mathematica, којим се омогућава имплементација предложене НИМ методологије.

Главне предности употребе предложене методологије за разматрани проблем су:

- једноставна имплементација захваљујући релативно једноставном математичком апарату,
- јасно дефинисани принцип одређивања параметара из ограниченог броја података мерења,
- изузетно добро слагање са резултатима мерења.

Недостатак НИМ-а је зависност од фреквенције и облика магнетске индукције којима одговара улазни сет мерења магнетског поља.

Један од начина отклањања поменуте зависности од фреквенције мерења је комбиновање НИМ-а и Бертотијевог STL модела и представљен је у оквиру Главе 5. Показано је да се применом STL модела динамичко магнетско поље може раздвојити на своје три компоненте и то: квазистатичку компоненту, компоненту која потиче од вртложних струја и компоненту која ствара додатне губитке. Предложено је да се квазистатичка компонента одреди применом НИМ методологије, а компонента вртложних струја применом израза за танке феромагнетске лимове, изведеног из Максвелових једначина. Такође, дат је принцип извођења израза за трећу компоненту, при чему су разматране две апроксимације – линеарна и нелинеарна, уз опис принципа одређивања параметара потребних за прорачун поменуте компоненте. Изрази су изведени под претпоставком да је магнетска индукција синусног облика, али се они могу кориговати за магнетску индукцију произвољног облика, пратећи дате коментаре. Истраживања су се ослањала на претпоставци равномерне расподеле магнетске индукције по попречном пресеку језгра (торуса) и на међусобној независности поменуте три компоненте. Предложени поступак примене НИМ-а, у комбинацији са STL-ом, је од нарочитог значаја за симулацију динамичких хистерезисних петљи на произвољној фреквенцији.

У оквиру Главе 6 дефинисана је итеративна процедура решавања динамичког (наизменичног) електричног кола са нелинеарним хистерезисним калемом, у временском домену. Одређивање динамичког одзива хистерезисног калема заснивало се на примени комбинације НИМ-а и STL-а. С тим у вези, било је неопходно отклонити и зависност од

облика магнетске индукције, јер се њен облик може мењати кроз итерације прорачуна. У ту сврху, примењено је својство независности облика статичке (квазистатичке) хистерезисне петље од облика магнетске индукције за коју је измерена. Ипак, одређена зависност од облика магнетске индукције и даље постоји, а разлог томе је што се параметри STL модела могу променити уколико се облик магнетске индукције значајније промени.

Итеративна процедура решавања електричног кола је дефинисана на примеру редног кола које се састоји од извора наизменичног напона, линеарног отпорника, реалног калема без феромагнетског језгра и нелинеарног хистерезисног калема (реалан калем са феромагнетском језгром). Поступак се заснива на итеративном решавању једначина према другом Кирхофовом закону, за разматрано електрично коло, до испуњења конвергенције решења за електричну струју. Предложена су два начина за постизање конвергенције. Првим се омогућава задавање врло строгих критеријума, али уз усредњавање резултата две узастопне итерације. Разлог усредњавања резултата су значајне промене јачине магнетског поља при малим промена магнетске индукције, када се радна тачка система нађе у изразито нелинеарном делу карактеристике магнетског језгра (близу засићења). Други начин за постизање конвергенције заобилази усредњавање резултата, већ се примењује принцип постепеног повећања амплитуде улазног напона до своје максималне (задате) вредности. Ипак, њиме се не могу постићи тако строги критеријуми конвергенције као са првим начином. Додатно, итеративни процес до постизања конвергенције се понавља изнова за сваку промену амплитуде улазног напона, што може значајно продужити поступак прорачуна. Иако дефинисана за редно електрично коло, процедура се може применити и на сложеније топологије, што је дато на примеру паралелне и мешовите топологије. Значајно је истаћи да се предложена процедура може свести на симулацију динамичких хистерезисних петљи за произвољан облик и фреквенцију магнетске индукције, ако се занемаре све отпорности и додатна индуктивност у редном колу.

Глава 7 односи се на истраживање на тему тренутне снаге магнећења, која може бити од интереса када се настоје објаснити сложени процеси који се одвијају у језгру током његовог магнећења. Изложено истраживање се може поделити на два дела. Први део истраживања се односио на симулацију (прорачун) тренутне снаге магнећења применом НИМ методологије. Дефинисана су два приступа разматраном проблему. Први приступ се базира на основној примени НИМ-а, тј. директној интерполацији амплитуда и фаза хармоника добијених анализом мерених резултата. Истакнуто је да се такав приступ може употребити за одређивање тренутне снаге магнећења за амплитуду магнетске индукције од интереса, али да постоји ограничење по питању фреквенције и облика магнетске индукције. Други предложени приступ је заснован на прорачуну динамичког магнетског поља комбинацијом НИМ методологије и STL-а, а потом множењу резултата са првим изводом магнетске индукције по времену. Такав поступак је уопштенији јер се њиме може одредити тренутна снага магнећења за амплитуду, фреквенцију и облик магнетске индукције од интереса.

Други део истраживања односи се на разлагање тренутне снаге магнећења на њене компоненте – апсорбовану и осцилујућу. Истраживања су се базирала на закључцима које је дао Чуа, а наставио де Леон, са циљем дефинисања аналитичког начина за прорачун поменутих компоненти, на основу резултата хармонијске анализе временског облика јачине магнетског поља и магнетске индукције. Такво истраживање је значајно са аспекта смањења нумеричких грешака приликом прорачуна, а такође омогућава и одређивање компоненти применом НИМ-а. Процедура се заснива на раздвајању динамичког магнетског поља на њену синусну и косинусну компоненту, а

потом се њиховим множењем са првим изводом магнетске индукције, могу добити апсорбована и осцилујућа компонента снаге, респективно. Изрази су изведени водећи се Чуиним истраживањима, али пре свега очувањем његових дефиниција компоненти. Са циљем да се процедура раздвајања уопшти, разматрани су троугаони и синусни облици магнетске индукције. Као саставни део истраживања дати су примери изгледа компоненти снаге за разматране облике магнетске индукције, али и доказ оправданости прорачуна са становишта STL модела. Графички је показано да су динамичке и квазистатичке осцилујуће компоненте снаге, за оба разматрана облика магнетске индукције, у врло доброј сагласности.

Практична примена компоненти снаге за прорачун временски променљивих параметара RL заменске шеме дата је у Глави 8. Истакнути су најважнији делови де Леоновог нумеричког поступка одређивања параметара RL модела заменске шеме веза магнетског кола, попут процедуре за одређивање струје сатурације и хистерезисне компоненте струје магнетизације. Поређењем графика зависности струје сатурације и косинусне компоненте струје (добијене из динамичког магнетског поља применом хармонијске анализе и Амперовог закона) од магнетског флукса, утврђено је да су поменуте криве у доброј сагласности. Тиме се показује да компоненте магнетског поља, а самим тим и снаге магнећења, добијене хармонијском анализом према предложеном поступку раздвајања, извођење израза за прорачун параметара заменске шеме из компоненти снаге, добијених применом хармонијске анализе. Приликом извођења израза пажња је посвећена корелацијама између дефиниција компоненти снаге магнећења и физичких основа RL модела заменске шеме. С тим у вези, предложено је да се параметар којим се моделују губици (R), прорачуна из апсорбоване, а параметар којим се моделује нелинеарност (L), из осцилујуће компоненте снаге одговарају компонентама које де Леон одређује нумеричким путем. Дато је детаљно

Практичан значај и тачност НИМ методологије и принципа прорачуна заснованих на њој, може се сагледати поређењем резултата добијених њиховом применом и резултата мерења. Када резултати мерења нису били доступни, поређење је извршено применом резултата других аутора. Најзначајнији резултати мерења и поређења приказани су у оквиру Главе 9. Такође, дати су резултати хармонијске анализе, детаљи поступка одређивања укупног броја хармоника од интереса, његовог утицаја на облик укупног магнетског поља, као и детаљи процедуре за одређивање услова за његово аутоматизовано одређивање, у циљу једноставније имплементације НИМ методологије. Представљени су резултати примене предложених поступака за анализу и решавање појединих проблема у магнетизму. Симулације (прорачуни) су вршене за амплитуду магнетске индукције за које материјал показује врло слабе, умерене и изразито нелинеарне карактеристике.

Процедура симулације (прорачуна) јачине магнетског поља директно из мерења (примена НИМ-а у основном облику) спроведена је за сетове мерења при контролисаном облику магнетске индукције синусног и троугаоног облика. Утврђено је изузетно добро слагање резултата симулације и мерења за оба разматрана облика. То доводи до закључка да се предложени поступак одликује високом тачношћу, независно од облика магнетске индукције. Тачност зависи само од квалитета мерења, врсте одабране интерполације и њеног реда, као и броја значајних хармоника. С тим у вези, уколико је потребно додатно повећати тачност, препорука је да се повећа број улазних мерења у деловима од интереса. Кроз практичан пример одређивања параметара STL модела, применом фитовања глобалног типа, могло се увидети да постоје значајна одступања податка прорачунатих за веће фреквенције од фитованих кривих. То се могло сматрати једним од првих показатеља ограничења примене STL-а за опис динамичких процеса на вишим

фреквенцијама. Јаснија слика о поменутом ограничењу добијена је поређењем резултата симулације динамичких хистерезисних петљи, као и резултата решавања електричног кола са нелинеарним хистерезисним калемом, са резултатима мерења. Утврђено је да је слагање у временском домену врло добро за све разматране случајеве на 50 и 100 Hz. Нешто лошија, али генерално још увек добра сагласност резултата примећује се за 200 и 300 Hz, са тенденцијом повећања одступања са повећањем фреквенције.

Резултати симулације тренутне вредности снаге магнећења применом НИМ-а су такође поређени са резултатима мерења. Утврђено је да се процедура прорачуна може, са великом тачношћу, употребити за одређивање временског облика тренутне снаге за различите облике магнетске индукције. Процедура је поновљена и за резултате мерења са N87 феритним торусним језгром и то за четири мерене температуре, и три произвољно одабране комбинације амплитуде магнетске индукције и фреквенције. Симулације су спроведене за апсорбовану компоненту снаге и синусну магнетску индукцију. Резултати су упоређени са резултатима добијеним на основу података симулација са MagNet платформе. Утврђено је релативно добро слагање резултата за све разматране случајеве, док су одступања делимично последица и несавршености верификационих података.

Изглед синусне и косинусне компоненте динамичког магнетског поља, као и њима одговарајуће компоненте снаге магнећења, су такође разматрани у Глави 9. Резултати су анализирани за синусну и за троугаону магнетску индукцију. Утврђено је да са повећањем амплитуде синусне магнетске индукције долази до значајне промене временских облика косинусних компоненти јачине магнетског поља. Такво понашање се могло и очекивати, с обзиром на то да је косинусна компонента пропорционална са осцилујућом компонентом снаге магнећења и, последично, параметром нелинеарности у оквиру RL заменске шеме. Са друге стране, примећена је и деформација синусне компоненте. То је од изузетног значаја за правилно одређивање параметара заменске шеме, јер се према класичном приступу применом непроменљивог отпорника подразумева да ће та синусна компонента имати облик као први извод магнетске индукције, тј. да између њих постоји линеарна зависност. Слични резултати се могу увидети и за троугаони облик магнетске индукције.

На основу предложених израза, резултата прорачуна компоненти магнетског поља и тренутних вредности компоненти снаге магнећења, извршен је прорачун временских променљивих параметара RL заменске шеме. Параметри су упоређени са параметрима добијених према процедури коју је предложио де Леон. Утврђено је да су резултати прорачунатих отпорности у околини пролазака синусне компоненте кроз нулу, видно стабилнији за предложену процедуру него за де Леонову. Као главни разлог томе наведена је чињеница да су све величине које се користе приликом прорачуна (апсорбована снага и квадрат првог извода магнетског флукса по времену) увек позитивне, што није случај са де Леоновом процедуром. При поређењу резултата за индуктивност нису уочена значајнија одступања, с обзиром на то да су процедуре прорачуна за њу врло сличне.

Као доказ побољшања перформанси RL заменске шеме нелинеарног хистерезисног калема за прорачуне у временском домену, у односу на класичан приступ параметризацији, разматрана је њена примена на једноставно електрично коло. Коло се састоји само од напонског извора и нелинеарног хистерезисног калема. Поређењем резултата мерења и резултата добијених за временски променљиву индуктивност и константну отпорност, утврђен је значајан утицај временски променљиве отпорности при вишим амплитудама побудног напона (пропорционално вишој амплитуди магнетске индукције). Ипак, поређењем поменутих резултата са резултатима добијених применом класичног RL модела заменске шеме, утврђено је да знатно већи утицај на прорачун има

параметризација индуктивности и да се добијају знатно бољи резултати у временском домену ако се индуктивност посматра као временски променљива.

У оквиру Главе 10 спроведена је нешто детаљнија анализа резултата изложених у Глави 9, са већим акцентом на њихову квантитативну анализу. Такође, анализирана су ограничења STL модела, као једног од главних узрока повећаних одступања симулираних (прорачунатих) резултата од мерених при вишим фреквенцијама. Наведена су укупно три главна разлога повећаног одступања прорачуна применом STL-а. Као први разлог наведена је претпоставка равномерне расподеле магнетске индукције дуж попречног пресека језгра. Разлог томе је што се са појавом временски променљивог побудног магнетског поља у феромагнетским лимовима језгра јављају вртложне струје, чији ефекат спречавања продирања спољашњег (побудног) магнетског поља у унутрашњост лима расте са фреквенцијом. С тим у вези, магнетска индукција је најмања у средишњим деловима лима. Други разлог ограничењу је у претпоставци да је квазистатичка компонента магнетског поља независна од фреквенције. Међутим, то је у директној супротности са разматраним првим разлогом јер вртложне струје утичу на промену амплитуде и генералног изгледа временског облика магнетске индукције дуж попречног пресека. Дакле, следећи логику да облик квазистатичких хистерезисних петљи не зависи од облика магнетске индукције већ само од њене амплитуде, закључено је да пораст фреквенције и јачање утицаја вртложних струја може значајно утицати на облик и амплитуду квазистатичке компоненте. Такав закључак је поткрепљен новијим истраживањима из области, која границу независности постављају на око 200 Hz. Трећи разлог су изрази који се обично примењују за прорачун компоненте вртложних струја и додатних губитака. То је делимично последица утицаја неравномерне расподеле магнетске индукције, која се не разматра приликом извођења класичних израза. Са друге стране, израз за прорачун компоненте магнетског поља која ствара додатне губитке у језгру изведен је под претпоставком идеалног облика зидова домена и равномерном расподелом утицаја његове промене на све активне регионе домена. Новија истраживања постављају границу такве идеализације на око 100 Hz, односно 200 Hz, зависно од извора. Дакле, може се закључити да изрази употребљени за опис динамике процеса магнетске индукције, применом класичног STL модела, нису најадекватнији за све разматране фреквенције у оквиру ове докторске дисертације.

У оквиру Главе 10 предложен је и поступак за отклањање наведених ограничења, који се састојао у решавању дифузне једначине за торусну геометрију и слојевиту структуру језгра. За тачније резултате препоручено је разматрање додатних утицаја, попут скин ефекта и анизотропне структуре материјала. Ипак, поставља се питање оправданости таквог поступка, ако се за резултате мерења користе подаци добијени применом израза изведених уз претпоставку равномерне расподеле магнетске индукције.

Када је реч о истраживањима компоненти магнетског поља и параметара RL заменске шеме, од значаја је анализа њихових зависности од магнетске индукције и њеног првог извода. Утврђено је да постоји веза између синусне компоненте магнетског поља и првог извода магнетске индукције. Запажена зависност није јединствена, а постоји и значајна нелинеарност за више амплитуде магнетске индукције. Тиме се потврђује закључак из Главе 9 о неадекватности линеарне апроксимације поменуте зависности за све амплитуде магнетске индукције, а која се предлаже класичним приступом моделовању отпорника у RL заменској шеми. Са друге стране, истраживањем зависности косинусне компоненте поља од магнетске индукције, закључено је да ни она није једнообразна, тј. да постоји различита нелинеарна зависност за сваку разматрану магнетску индукцију, са особиним повећања степена нелинеарности са повећањем амплитуде магнетске индукције. Поменуте криве зависности се у многоме

разликују од криве магнећења која се користи у класичном приступу параметризације индуктивности, што је главни разлог повећаног одступања резултата добијених применом класичног  $RL$  модела за прорачуне у временском домену. Ипак, уочава се да примена временски променљивих параметара није нарочито практична. Стога, извршена је анализа њихове зависности у односу на први извод магнетске индукције по времену, нормализован у односу на разматране фреквенције. Утврђено је да тако извршена параметризација има далеко већи практичан значај, а нарочито ако се разматра њихова употреба применом фитованих кривих.

На крају докторске дисертације дат је списак литературе који садржи укупно 118 најзначајнијих извора из области математике, физике, електротехнике и магнетизма. Оне су послужиле као главни извор информација о достигнућима из области истраживања обухваћених овом дисертацијом. Литературом су обухваћени научни радови публиковани у престижним међународним часописима или изложени на конференцијама, научне књиге, докторати, стандарди и интернет стране.

На основу свега изложеног могу се сумирати главни доприноси ове докторске дисертације:

- Дефинисана је методологија (НМ) којом се може одредити јачина магнетског поља за амплитуду магнетске индукције од интереса, а у проширеном облику и за произвољну фреквенцију и облик магнетске индукције. Методологија поседује релативно једноставан математички апарат, једноставна је за имплементацију и даје врло добре резултате у поређењу са мерењима.
- Детаљно је описан итеративни поступак за решавање динамичког (наизменичног) електричног кола са нелинеарним хистерезисним калемом.
- Предложен је поступак за разлагање тренутне снаге магнећења на њену апсорбовану и осцилујућу компоненту.
- Предложен је поступак одређивања временски променљивих параметара паралелне  $RL$  заменске шеме у циљу побољшања тачности резултата прорачуна у временском домену.

Такође, од изузетног практичног значаја је доказ да је, применом мерног поступка, уз употребу персоналног рачунара и аквизиције података, могуће испитати карактеристике феромагнетског језгра, тј. измерити временске облике јачине магнетског поља и индукције, хистерезисне петље, криве магнећења и друго.

Простор за даља истраживања могао би бити у оквиру поменуте проблематике ограничења  $STL$  модела. Циљ таквих истраживања би био потпунија генерализација и усавршавање методологије, а пре свега поступка за решавање наизменичног (динамичког) електричног кола са нелинеарним хистерезисним калемом или неким другим елементом са магнетским језгром. Као почетна фаза тог истраживања могла би се разматрати замена података мерења за торусни узорак подацима добијеним за један комад лима, као што је то предложено у докторској дисертацији. Додатни правац истраживања може бити и проширење предложених поступака, у циљу описа прелазних (транзијентних) процеса, јер они могу бити од изузетног значаја за боље разумевање сложених процеса магнећења магнетских језгара.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] A. Rezaei-Zare, R. Iravani, „On the Transformer Core Dynamic Behavior During Electromagnetic Transients”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 25, No. 3, pp. 1606–1619, July 2010, DOI: 10.1109/TPWRD.2010.2046678.
- [2] Y. Hane, „Hysteresis Modeling for Power Magnetic Devices Based on Magnetic Circuit Method”, Journal of the Magnetics Society of Japan, Vol. 46, No. 2, pp. 22–36. March 2022, DOI: 10.3379/msjmag.2203RV001.
- [3] I. Suehiro, T. Mifune, T. Matsuo, J. Kitao, T. Komatsu, M. Nakano, „Ladder Circuit Modeling of Dynamic Hysteretic Property Representing Excess Eddy-Current Loss”, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 54, No. 3, p. 7300704, March 2018, DOI: 10.1109/TMAG.2017.2759790.
- [4] N. Minowa, Y. Takahashi, K. Fujiwara, „Iron Loss Analysis of Interior Permanent Magnet Synchronous Motors Using Dynamic Hysteresis Model Represented by Cauer Circuit”, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 55, No. 6, p. 7401404, June 2019, DOI: 10.1109/TMAG.2019.2902428.
- [5] G. Bramerdorfer, M. Kitzberger, D. Wöckinger, B. Koprivica, S. Zurek, „State-of-the-art and Future Trends in Soft Magnetic Materials Characterization with Focus on Electric Machine Design - Part 2”, TM – Technisches Messen, Vol. 86, No. 10, pp. 553–565, Aug. 2019, DOI: 10.1515/teme-2019-0066.
- [6] F. Corti, A. Reatti, G. M. Lozito, E. Cardelli, A. Laudani, „Influence of Non-Linearity in Losses Estimation of Magnetic Components for DC-DC Converters”, Energies, vol. 14, No. 20, p. 6498, Oct. 2021, DOI: 10.3390/en14206498.
- [7] K. R. Chwastek, „The Effects of Sheet Thickness and Excitation Frequency on Hysteresis Loops of Non-Oriented Electrical Steel”, Sensors, Vol. 22, No. 20, p. 7873, Oct. 2022, DOI: 10.3390/s22207873.
- [8] X. Zhao, L. Yang, H. Xu, K. Huang, L. Liu, Z. Du, „Dynamic Hysteresis and Loss Modeling of Grain-Oriented Silicon Steel Under High-Frequency Sinusoidal Excitation”, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 58, No. 9, p. 7300805, Dec. 2022, DOI: 10.1109/TMAG.2022.3179912.
- [9] G. Mörée, M. Leijon, „Review of Hysteresis Models for Magnetic Materials”, Energies, Vol. 16, No. 9, p. 3908, May 2023, DOI: 10.3390/en16093908.
- [10] B. Koprivica, I. Dumitru, A. Milovanovic, O. Caltun, „Harmonic Analysis and Modelling of Magnetisation Process in Soft Ferromagnetic Material”, FACTA UNIVERSITATIS Series: Electronics and Energetics, Vol. 30, No. 1, pp. 121-136, March 2017, DOI: 10.2298/FUEE1701121K.
- [11] G. Bertotti, *Hysteresis in Magnetism for Physicists, Material Scientists and Engineers*, Academic Press, New York, USA, 1998.
- [12] V. K. Chari, S. J. Salon, *Numerical Methods in Electromagnetism*, Academic Press, New York, USA, 2000.
- [13] J. Lu, X. Zhao, S. Yamada, *Harmonic Balance Finite Element Method: Applications in Nonlinear Electromagnetics and Power Systems*, John Wiley & Sons, Singapore, 2016.
- [14] S. P. Ang, „Ferroresonance Simulation Studies of Transmission Systems”, PhD Thesis, University of Manchester, School of Electrical and Electronic Engineering, 2010.

- [15] A. Erbay, „Parameter Study of Ferro-Resonance with Harmonic Balance Method”, Master Thesis : XR-EE-ES 2012:010, KTH, School of Electrical Engineering (EES), Electric Power Systems, 2012 (English).
- [16] K. S. Kundert, A. Sangiovanni-Vincentelli, „Simulation of Nonlinear Circuits in the Frequency Domain, IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, Vol. 5, No. 4, pp. 521-535, Oct. 1986, DOI: 10.1109/TCAD.1986.1270223.
- [17] X. Fu, S. Yan, Z. Chen, X. Xu, Z. Ren, „A Practical Hybrid Hysteresis Model for Calculating Iron Core Losses in Soft Magnetic Materials”, *Energies*, Vol. 17, No. 10, p. 2326, May 2024, DOI: 10.3390/en17102326.
- [18] A. Oliveri, M. Lodi, M. Storage, „Nonlinear Models of Power Inductors: A Survey”, *International Journal of Circuit Theory and Applications*, Vol. 50, No. 1, pp. 2-34, Oct. 2019, DOI: 10.1002/cta.3147.
- [19] K. L. Kaiser, *Electromagnetic Compatibility Handbook*, CRC Press, New York, USA, 2004.
- [20] L. O. Chua, C. A. Desoer, E. S. Kuh, *Linear and Nonlinear Circuits*, McGraw-Hill Book Company, New York, USA, 1987.
- [21] E. Cazacu, L. Petrescu, V. Ioniță, „Ferroresonance Analysis of Particular Iron Core Transformers”, 12<sup>th</sup> International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering (ATEE 2021), 25-27. March 2021, pp. 1-6, Bucharest, Romania, DOI: 10.1109/ATEE52255.2021.9425337.
- [22] П. Дудуковић, М. Ђекић, *Електрична мрежа*, Технички факултет у Чачку, Чачак, 1997.
- [23] П. Матић, *Електричне машине 1*, Академска мисао, Бања Лука, 2016.
- [24] M. K. Kazimierczuk, *High-Frequency Magnetic Component*, A John Wiley and Sons, USA, 2009.
- [25] Y. Li, C. Jin, M. Yang, S. Mu, C. Zhang, „Magnetic property measurement and analysis of high-frequency soft magnetic materials under non-sinusoidal excitation considering temperature effect”, *AIP Advances*, Vol. 13, No. 3, p. 035031, March 2023, DOI: 10.1063/9.0000469.
- [26] S. Dobák, C. Beatrice, V. Tsakaloudi, F. Fiorillo, „Magnetic Losses in Soft Ferrites”, *Magnetochemistry*, Vol. 8, No. 6, p. 60, June 2022, DOI: 10.3390/magnetochemistry8060060.
- [27] M. Yang, Y. Li, Q. Yang, Z. Lin, S. Yue, H. Wang, C. Liu, „Magnetic Properties Measurement and Analysis of High Frequency Core Materials Considering Temperature Effect”, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, Vol. 30, No. 4, p. 5900905, June 2020, DOI: 10.1109/TASC.2020.2976929.
- [28] D. Rodriguez-Sotelo, M. A. Rodriguez-Licea, I. Araujo-Vargas, J. Prado-Olivarez, A. Barranco-Gutiérrez, F. J. Perez-Pinal, „Power Losses Models for Magnetic Cores: A Review”, *Micromachines*, Vol. 13, No. 3, p. 418, March 2022, DOI: 10.3390/mi13030418.
- [29] M. Nowicki, „Anhysteretic Magnetization Measurement Methods for Soft Magnetic Materials”, *Materials*, Vol. 11, No. 10, p. 2021, Oct. 2018, DOI: 10.3390/ma11102021.
- [30] G. Stumberger, B. Stumberger, D. Dolinar, „Identification of linear synchronous reluctance motor parameters,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 40, No. 5, pp. 1317-1324, Oct. 2004, DOI: 10.1109/TIA.2004.834118.



- [31] S Tumanski, *Handbook of magnetic measurements*, CRC Press, New York, USA, 2011.
- [32] B. A. T. Al Zahawi, Z. Emin, Y. K. Tong, „Chaos in ferroresonant wound voltage transformers: effect of core losses and universal circuit behaviour”, *IEE Proceedings - Science, Measurement and Technology*, Vol. 145, No. 1, pp. 39-43 Jan. 1998, DOI: 10.1049/ip-smt:19981616.
- [33] J. A. Corea-Araujo, Javier, J. A. Martinez-Velasco, F. Gonzalez-Molina, J. A. Barrado, L. Guasch-Pesquer, F. Castro-Aranda, „Validation of single-phase transformer model for ferroresonance analysis”, *Electrical Engineering*, Vol. 100, pp. 1339-1349, Sept. 2018, DOI: 10.1007/s00202-017-0594-3.
- [34] G. Štumberger, Z. Plantić, B. Štumberger, T. Marčič, „Impact of Static and Dynamic Inductance on Calculated Time Responses”, *Przegład Elektrotechniczny*, Vol 87, No. 3, pp. 190-193, Jan. 2011.
- [35] H. Radmanesh, G. B. Gharehpetian, H. Fathi, „Resistive Ferroresonance Limiter for Potential Transformers”, *Advances in Power Electronics*, p. 529178, Nov. 2012. DOI: 10.1155/2012/529178.
- [36] A. Yahiou, A. Bayadi, B. Babes, „Modified Method for Transformer Magnetizing Characteristic Computation and Point-on-wave Control Switching for Inrush Current Mitigation”, *International Journal of Circuit Theory and Applications*, Vol. 47, No. 10, pp. 1664-1679, Oct. 2019, DOI: 10.1002/cta.2682.
- [37] F. de Leon, L. Qaseer, J. Cohen, „AC Power Theory From Poynting Theorem: Identification of the Power Components of Magnetic Saturating and Hysteretic Circuits”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 27, No. 3, pp. 1548-1556 July 2012, DOI: 10.1109/TPWRD.2012.2188652.
- [38] F. G. Montoya, F. De Leon, F. Arrabal-Campos, A. Alcayde, „Determination of Instantaneous Powers from a Novel Time-Domain Parameter Identification Method of Non-Linear Single-Phase Circuits”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 37, No. 5, pp. 3608-3619, Oct. 2022, doi: 10.1109/TPWRD.2021.3133069.
- [39] R.W. Buntentbach, B.D.H. Tellegen, „The Gyrator, a New Electric Network Element”, *Philips Research Reports*, Vol. 3, pp. 81-101, April 1948.
- [40] M. Lambert, J. Mahseredjian, M. Martínez-Duró, F. Sirois, „Magnetic Circuits Within Electric Circuits: Critical Review of Existing Methods and New Mutator Implementations”, *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 30, No. 6, pp. 2427–2434, Dec. 2015, DOI: 10.1109/TPWRD.2015.2391231.
- [41] Y. Lee, M. H. L. Chow, „Modelling and Teaching of Magnetic Circuits”, *Asian Power Electronics Journal*, Vol. 1, No. 1, pp. 15-20, August 2007.
- [42] Q. Chen, L. Xu, X. Ruan, S. C. Wong, C. K. Tse, „Gyrator-Capacitor Simulation Model of Nonlinear Magnetic Core”, *24<sup>th</sup> Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition*, 15-19 Feb. 2009, pp. 1740-1746, Washington, DC, USA, DOI: 10.1109/APEC.2009.4802905.
- [43] H. Zhang, M. Tian, H. Li, L. Dong, L. Sun; „Improved Gyrator–Capacitor Model Considering Eddy Current and Excess Losses Based on Loss Separation Method. *AIP Advances*, Vol. 10, No. 3, p. 035309, March 2020, DOI: 10.1063/1.5143172.
- [44] Y. Shindo, T. Miyazaki, T. Matsuo, „Cauer Circuit Representation of the Homogenized Eddy-Current Field Based on the Legendre Expansion for a Magnetic Sheet”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 52, No. 3, p. 6300504, March 2016, DOI: 10.1109/TMAG.2015.2478139.

- [45] Y. Hane, K. Nakamura, „Dynamic Hysteresis Modeling for Magnetic Circuit Analysis by Incorporating Play Model and Cauer’s Equivalent Circuit Theory”, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 56, No. 8, p. 6703306, Aug. 2020, DOI: 10.1109/TMAG.2020.3004355.
- [46] I. Suehiro, T. Mifune, T. Matsuo, J. Kitao, T. Komatsu, M. Nakano, „Ladder Circuit Modeling of Dynamic Hysteretic Property Representing Excess Eddy-Current Loss”, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 54, No. 3, p. 7300704, March 2018, DOI: 10.1109/TMAG.2017.2759790.
- [47] S. Divac, B. Koprivica, „Solving dynamic electric circuit with nonlinear hysteretic inductor using harmonics interpolation method”, International Journal of Circuit theory and Applications (Wiley Online Library), July 2024, DOI: 10.1002/cta.4111.
- [48] E. D. Torre, *Magnetic Hysteresis*, IEEE Press, New York, USA, 1999.
- [49] I. D. Mayergoyz, *Mathematical Models of Hysteresis and Their Applications*, Elsevier Science, New York, USA, 2003.
- [50] G. Mörée, M. Leijon, „Review of Play and Preisach Models for Hysteresis in Magnetic Materials”, Materials, Vol. 16, No. 6, p. 2422, March 2023, DOI: 10.3390/ma16062422.
- [51] A. R. P. J. Vijn, O. Baas, E. Leepelaars, „Parameter Estimation for the Jiles–Atherton Model in Weak Fields”, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 56, No. 4, p. 7300510, April 2020, DOI: 10.1109/TMAG.2020.2971435.
- [52] Y. Li, R. Chen, Z. Cheng, C. Zhang, L. Liu, „Dynamic Hysteresis Lops Modeling of Electrical Steel with Harmonic Components”, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 56, No. 5, pp. 4804-4811, Oct. 2020, DOI: 10.1109/TIA.2020.3003239.
- [53] L. Chua, S. Bass, „A Generalized Hysteresis Model”, IEEE Transactions on Circuit Theory, Vol. 19, No. 1, pp. 36-48, Jan. 1972, DOI: 10.1109/TCT.1972.1083416.
- [54] Y. Saito, S. Hayano, Y. Sakaki, „A parameter representing eddy current loss of soft magnetic materials and its constitutive equation”, Journal of Applied Physics, Vol. 64, No. 10, pp. 5684–5686, Nov. 1988, DOI: 10.1063/1.342274.
- [55] J. Takacs, *Mathematics of Hysteretic Phenomena*, Wiley-VCH, Germany, 2003.
- [56] A. Milovanović, B. Koprivica, „Mathematical Model of Major Hysteresis Loop and Transient Magnetizations”, Electromagnetics, Vol. 35, No. 3, pp. 155-166, March 2015, DOI: 10.1080/02726343.2015.1005202.
- [57] D. Makaveev, L. Dupre, M. De Wulf, J. Melkebeek, „Modelling of Rate-Independent Hysteresis with Feed-Forward Neural Networks”, Conference Proceedings on Neural Networks and Applications, pp. 3451-3456, Interlaken, Switzerland, Feb. 2002.
- [58] A. S. Q. Antonio, F. R. Fulginer, A. Laudani, A. Faba, E. Cardelli, „An Effective Neural Network Approach to Reproduce Magnetic Hysteresis in Electrical Steel Under Arbitrary Excitation Waveforms”, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Vol. 528, p. 167735, June 2021, DOI: 10.1016/j.jmmm.2021.167735.
- [59] H. Li, D. Serrano, S. Wang and M. Chen, „MagNet-AI: Neural Network as Datasheet for Magnetics Modeling and Material Recommendation”, TechRxiv, Preprint, May 2023, DOI: 10.36227/techrxiv.22726115.v1.
- [60] D. Serrano, H. Li, S. Wang, T. Guillod, M. Luo, V. Bansal, N. K. Jha, Y. Chen, C. R. Sullivan and M. Chen, „Why MagNet: Quantifying the Complexity of Modeling

- Power Magnetic Material Characteristics”, IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 28, No. 1, pp. 4292 - 14316, Oct. 2023, DOI: 10.1109/TPEL.2023.3291084.
- [61] P. Jablonski, M. Najgebauer, M. Bereznicki, „An Improved Approach to Calculate Eddy Current Loss in Soft Magnetic Materials Based on Measured Hysteresis Loops”, *Energies*, Vol. 15, No. 8, p. 2869, April 2022, DOI: 10.3390/en15082869.
- [62] C. Grech, M. Buzio, M. Pentella, M. Sammut, „Dynamic Ferromagnetic Hysteresis Modelling Using a Preisach-Recurrent Neural Network Model”, *Materials*, Vol. 13, No. 11, p.2561, June 2020, DOI: 10.3390/ma13112561.
- [63] J. G. Zhu, S. Y. R. Hui, V. S. Ramsden, „A generalized dynamic circuit model of magnetic cores for low- and high-frequency applications. I. Theoretical calculation of the equivalent core loss resistance”, IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 11, No. 2, pp. 246-250, March 1996, DOI: 10.1109/63.486172.
- [64] S. Y. R. Hui, J. G. Zhu, V. S. Ramsden, „A generalized dynamic circuit model of magnetic cores for low- and high-frequency applications. II. Circuit model formulation and implementation”, IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 11, No. 2, pp. 251-259, March 1996, DOI: 10.1109/63.486173.
- [65] Y. Hane, K. Nakamura, „Dynamic Hysteresis Modeling Taking Skin Effect into Account for Magnetic Circuit Analysis and Validation for Various Core Materials”, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 58, No. 4, p. 7300412, April 2022, DOI: 10.1109/TMAG.2022.3145101.
- [66] L. Chua, K. Stromsmoe, „Lumped-Circuit Models for Nonlinear Inductors Exhibiting Hysteresis Loops”, IEEE Transactions on Circuit Theory, Vol. 17, No. 4, pp. 564-574, Nov. 1970, DOI: 10.1109/TCT.1970.1083192.
- [67] Y. Saito, H. Saotome, T. Yamamura, „A Lumped Circuit Model for a Nonlinear Inductor Exhibiting Dynamic Hysteresis Loops and its Application to the Electric Circuits”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 38, No. 2, pp. 185-202, June 1983, DOI: 10.1016/0045-7825(83)90065-8.
- [68] Y. Saito, M. Namiki, S. Hayano, N. Isuya, „Experimental verification of Chua type magnetization model”, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 25, No. 4, pp. 2968-2970, July 1989, DOI: 10.1109/20.34340.
- [69] Y. Saito, S. Hayano, H. Nakamura, Y. Kishino, N. Tsuya, „A Representation of Magnetic Hysteresis by Fourier Series”, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 54-57, No. 3, pp. 1613-1614, Feb. 1986, DOI: 10.1016/0304-8853(86)90947-9.
- [70] H. Endo, I. Marinova, S. Hayano, Y. Saito, „Analysis of a ferroresonant circuit with chaotic behavior by means of a Chua-type magnetization model”, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 39, No. 5, pp. 2546-2548, Sept. 2003, DOI: 10.1109/TMAG.2003.816472.
- [71] H. Nemori, Y. Saito, I. Marinova, „Harmonic balance for magnetization characteristics exhibiting hysteretic property”, 18th International Symposium on Electrical Apparatus and Technologies (SIELA), 29-31 May 2014, Bourgas, Bulgaria, DOI: 10.1109/SIELA.2014.6871877.
- [72] J. H. B. Deane, „Modelling the Dynamics of Nonlinear Inductor Circuits”, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 30, No. 5, pp. 2795-2801, Sept. 1994, DOI: 10.1109/20.312521.

- [73] J. Paul, C. Christopoulos, D. W. P. Thomas, „Time-Domain Simulation of Nonlinear Inductors Displaying Hysteresis”, 14th Compumag Conference on the Computation of Electromagnetic Fields, pp. 82-83, July 2003.
- [74] D. W. P. Thomas, J. Paul, O. Ozgonenel, C. Christopoulos, „Time-Domain Simulation of Nonlinear Transformers Displaying Hysteresis”, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 42, No. 7, pp. 1820-1827, July 2006, DOI 10.1109/TMAG.2006.874183.
- [75] L. Mandache, D. Topan, I. G. Sirbu, „Accurate Time-Domain Simulation of Nonlinear Inductors Including Hysteresis and Eddy-Current Effects”, Proc. of the World Congress on Engineering, Vol. 2, July 06-08 2011, London, UK.
- [76] M. Petrun, S. Steentjes, „Iron-Loss and Magnetization Dynamics in Non-Oriented Electrical Steel: 1-D Excitations Up to High Frequencies”, IEEE Access, Vol. 8, pp. 4568-4593, Jan. 2020, DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2963482.
- [77] H. P. Rimal, G. Stornelli, A. Faba, E. Cardelli, „Macromagnetic Approach to the Modeling in Time Domain of Magnetic Losses of Ring Cores of Soft Ferrites in Power Electronics”, IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 38, No. 3, pp. 3559-3568, March 2023, DOI: 10.1109/TPEL.2022.3223184.
- [78] G. Endahl, *Handbook of Electrical Steel*, World Scientific, Singapore, 2021.
- [79] Magnetic materials - Part 2: Methods of measurement of magnetic properties of electrical steel strip and sheet by means of an Epstein frame, IEC 60404-2, 2018.
- [80] Magnetic materials - Part 3: Methods of measurement of the magnetic properties of electrical steel strip and sheet by means of a single sheet tester, IEC 60404-3, 2022.
- [81] Magnetic materials - Part 6: Methods of measurement of the magnetic properties of magnetically soft metallic and powder materials at frequencies in the range 20 Hz to 100 kHz by the use of ring specimens, IEC 60404-6, 2018.
- [82] D. M. Veličković, F. H. Uhlmann, K. Brandisky, R. D. Stantcheva, H. Brauer, *Fundamentals of Modern Electromagnetics for Engeneering, Texbook for Graduate Students, Part I: Static and Stationary Electrical and Magnetic Field*, Technische Universität Ilmenau, Ilmenau, Germany, 2005.
- [83] B. Koprivica, A. Milovanović, M. Đekić, „Effects of Wound Toroidal Core Dimensional and Geometrical Parameters on Measured Magnetic Properties of Electrical Steel”, Serbian Journal of Electrical Engineering, Vol. 10, No. 3, pp. 459-471, Oct. 2013, DOI: 10.2298/SJEE130928016K.
- [84] Eckel, Magnetic test Equipment. Доступно на: [www.eckelgbr.com/en/products/umms/](http://www.eckelgbr.com/en/products/umms/)
- [85] B. Koprivica, K. Chwastek, M. Rosić, M. Najgebauer, S. Divac, „Influence of Shunt Resistor Value on Control Quality During Magnetic Hysteresis Measurement”, 14<sup>th</sup> Symposium of Magnetic Measurements & Modelling, 16-18 Oct. 2023, pp. 35-36, Zakopane, Poland.
- [86] S. Zurek, P. Marketos, T. Meydan, A. J. Moses, „Use of novel adaptive digital feedback for magnetic measurements under controlled magnetizing conditions”, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 41, No. 11, pp. 4242-4249, Nov. 2005, DOI: 10.1109/TMAG.2005.854438.
- [87] С. Дивац, Б. Копривица, „Симулација хистерезисних петљи интерполацијом хармонијских компоненти магнетског поља”, 65-а ETRAN конференција, Зборник радова, pp. 174-179. , 8-10. Септ. 2021, Етно село Станишићи, Бијелина, Република Српска, Босна и Херцеговина.

- [88] A. Pinkus, S. Zafrany, *Fourier Series and Integral Transforms*, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 1997.
- [89] S. Deng, Z. Liu, L. Huang, „A Signal Reconstruction Method Based on Quadratic Spline Interpolation Applied in Power Quality Analysis for SCM-TTU”, *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 1626, p. 012055, Nov. 2020, DOI: 10.1088/1742-6596/1626/1/012055.
- [90] C. D. Schunn and D. Wallach, „Evaluating Goodness-of-Fit in Comparison of Models to Data”, pp. 115-135, Jan. 2005. In W. Tack (Ed.), *Psychologie der Kognition: Reden and Vorträge anlässlich der Emeritierung von Werner Tack*, Saarbrücken, Germany, University of Saarland Press.
- [91] M. De Wulf, L. Dupre, J. Melkebeek, „Quasistatic Measurements for Hysteresis Modeling”, *Journal of Applied Physics*, Vol. 87, No. 9, pp. 5239-5241, May 2000, DOI: 10.1063/1.373307.
- [92] H. Zhao, H. H. Eldeeb, Y. Zhang, Y. Zhan, G. Xu, O. A. Mohammed, „An Improved Core Loss Model of Ferromagnetic Materials Considering High-Frequency and Non-Sinusoidal Supply”, *IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, 10-16. Oct. 2020, Detroit, MI, USA, DOI: 10.1109/IAS44978.2020.9334779.
- [93] K. Chwastek, M. Najgebauer, P. Jabłoński, T. Szczepielniak, D. Kusiak, B. Koprivica, M. Rosić, S. Divac, „Modeling Dynamic Hysteresis Curves in Amorphous Magnetic Ribbons”, *Applied Sciences*, Vol. 13, no. 16, p. 9134, Aug. 2023, DOI: 10.3390/app13169134.
- [94] G. Bertotti, „General properties of power losses in soft ferromagnetic materials”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 24, No. 1, pp. 621-630, January 1988, DOI: 10.1109/20.43994.
- [95] W. A. Roshen, „A Practical, Accurate and Very General Core Loss Model for Nonsinusoidal Waveforms”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol. 22, No. 1, pp. 30-40, Jan. 2007, DOI: 10.1109/TPEL.2006.886608.
- [96] P. Rasilo, W. Martinez, K. Fujisaki, J. Kyrrä, A. Ruderman, „Simulink Model for PWM-Supplied Laminated Magnetic Cores Including Hysteresis, Eddy-Current, and Excess Losses”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol. 34, No. 2, pp. 1683-1695, Feb. 2019, DOI: 10.1109/TPEL.2018.2835661.
- [97] S. Q. Antonio, A. Faba, H. P. Rimal, E. Cardelli, „On the Analysis of the Dynamic Energy Losses in NGO Electrical Steels Under Non-Sinusoidal Polarization Waveforms”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 56, No. 4, p. 6300115, April 2020, DOI: 10.1109/TMAG.2019.2959213.
- [98] B. Koprivica, M. Rosić, K. Chwastek, „Time Domain Analysis of Excess Loss in Electrical Steel”, *Serbian Journal of Electrical Engineering*, Vol. 16, No. 3, pp. 439-454, Oct. 2019, DOI: 10.2298/SJEE1903439K.
- [99] D. Kowal, P. Sergeant, L. Dupré, L. Vandenbossche, „Comparison of Iron Loss Models for Electrical Machines With Different Frequency Domain and Time Domain Methods for Excess Loss Prediction”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 51, No. 1, p. 6300110, Jan. 2015, DOI: 10.1109/TMAG.2014.2338836.
- [100] S. Divac, B. Koprivica, „Simulation of Dynamic Hysteresis Loops for Toroidal Sample for Sinusoidal Shape of Magnetic Flux Density”, *21<sup>st</sup> International Symposium INFOTEH-JAHORINA*, 16-18. March 2022, Republic of Srpska, Bosnia and Herzegovina.

- [101] J. Takacs, „Hysteresis Loop Reversing by Applying Langevin Approximation”, The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, Vol. 36, No. 4, pp. 850-858, July 2017, DOI: 10.1108/COMPEL-09-2016-0384.
- [102] S. Divac, B. Koprivica, „Time-domain Simulation of Electric Circuit with Nonlinear Hysteretic Inductor”, 9<sup>th</sup> IcETRAN Conference, Proceedings, pp. 214-219, 6-9. June 2022, Novi Pazar Serbia.
- [103] B. Koprivica, S. Divac, „Analysis and Modeling of Instantaneous Magnetizing Power of Ferromagnetic Core in Time Domain”, IEEE Magnetic Letters, Vol. 12, p. 2103505, Sept. 2021, DOI: 10.1109/LMAG.2021.3111597.
- [104] H. Pfützner, G. Shilyashki, C. Bengtsson, et al, „Practical Aspects of Instantaneous Magnetization Power Functions of Silicon Iron Laminations”, Journal of Electrical Engineering and Technology, Vol. 18, pp. 1273–1282, March 2023, DOI: 10.1007/s42835-022-01265-2.
- [105] С. Дивац, Б. Копривица, А. Миловановић, М. Плазинић, „Губици снаге у торусном језгру од феромагнетског лима за случај магнетске индукције облика сегментисане синусоиде, 64-а ETRAN конференција, Зборник радова, pp. 318-322, 28-30. Септ. 2020, Нови сад, Србија.
- [106] G. Bramerdorfer, D. Andessner, „Accurate and Easy-to-Obtain Iron Loss Model for Electric Machine Design”, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 64, No. 3, pp. 2530-2537, March 2017, DOI: 10.1109/TIE.2016.2583402.
- [107] S. Divac, B. Koprivica, „Representation of instantaneous magnetising power using harmonic components”, The 12<sup>th</sup> International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering (ATEE), p. 125, March 25-27 2021, Bucharest, Romania, , DOI:10.1109/ATEE52255.2021.9425182.
- [108] B. Koprivica, S. Divac, A. Milovanović, M. Plazinić, „Analysis and Simulation of instantaneous magnetising Power of Ferromagnetic Sample Using Harmonic Components”, 15<sup>th</sup> International Conference on Applied Electromagnetics (PES), Proceedings of Full Papers, paper O2\_4, Aug. 30 – Sept. 01, 2021, Niš, Serbia.
- [109] S. Divac, D. Janjić, B. Koprivica, A. Milovanović, „Analysis of Absorbed Component of Instantaneous Magnetising Power for Ferrite Toroidal Core”, 16<sup>th</sup> International Conference on Applied Electromagnetics (PES), Proceedings of Full Papers, pp. 26-29, August 28-30, 2023, Niš, Serbia.
- [110] J. Cohen, F. de Leon, L. M. Hernandez, „Physical time domain representation of powers in linear and nonlinear electrical circuits”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 14, No. 4, pp. 1240-1249, Oct. 1999, DOI: 10.1109/61.796213.
- [111] S. Divac, M. Rosić, S. Zurek, B. Koprivica, K. Chwastek. M. Vesković, „A Methodology for Calculating the R-L Parameters of a Nonlinear Hysteretic Inductor Model in the Time Domain”, Energies, Vol. 16, No. 13, p. 5167, July 2023, DOI: 10.3390/en16135167.
- [112] Д. М. Величковић, *Електромагнетика, прва свеска*, Електронски факултет, Ниш, 1994.
- [113] POSCO. (2022). Grain Oriented Electrical Steel. Доступно на: <http://product.posco.com/homepage/product/eng/jsp/process/s91p2000710e.jsp>.
- [114] H. Saotome, Y. Hamamoto, K. Azuma, „Circuit simulation model for ferrite core inductor taking into account dynamic magnetic loss”, IEEE 12<sup>th</sup> International

- Conference on Power Electronics and Drive Systems (PEDS), pp. 544-549, 12-15. Dec. 2017., Honolulu, HI, USA, DOI: 10.1109/PEDS.2017.8289273.
- [115] MagNet платформа. Доступно на: <https://mag-net.princeton.edu/>.
- [116] A. Magni, A. Sola, O. de la Barrière, E. Ferrara, L. Martino, C. Ragusa, C. Appino, F. Fiorillo, „Domain Structure and Energy Losses up to 10 kHz in Grain-oriented Fe-Si Sheets”, AIP Advances, Vol. 11, No. 1, p. 015220, Jan. 2021, DOI: 10.1063/9.0000184.
- [117] P. Fagan, B. Ducharne, S. Zurek, M. Domenjoud, A. Skarlatos, L. Daniel, C. Reboud, „Iterative Methods for Waveform Control in Magnetic Measurement Systems”, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 71, No. 8, p. 6006113, Sept. 2022, DOI: 10.1109/TIM.2022.3199198.
- [118] O. de la Barrière, E. Ferrara, A. Magni, A. Sola, C. Ragusa, C. Appino, F. Fiorillo, „Wideband Magnetic Losses and their Interpretation in HGO Steel Sheets”, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Vol. 565, p. 170214, Jan. 2023, DOI: 10.1016/j.jmmm.2022.170214.

## БИОГРАФИЈА

Срђан Дивац је рођен 26.03.1994. у Прибоју у Србији где је завршио основну и средњу школу. Године 2013. уписао је основне академске студије на Факултету техничких наука у Чачку, а које је завршио школске 2016/2017. године као најбољи дипломирани студент на смеру Електротехничко и рачунарско инжењерство – модул Електроенергетика. Након тога уписао је мастер студије, смер Електротехничко и рачунарско инжењерство – модул Индустијска електроенергетика, на истом факултету. Мастер студије је завршио 2018. године, а исте године уписује докторске студије на Факултету техничких наука у Чачку.

Од новембра 2021. године запослен је на Факултету техничких наука у Чачку као асистент на Катедри за општу електротехнику и електронику.

У току свог досадашњег истраживачког рада, објавио је више научних радова у међународним часописима, као и на међународним и домаћим конференцијама. Објављени радови се односе на примену нумеричких метода у електромагнетици при прорачуну капацитивности, прорачун мерне несигурности при мерењу ефикасности електричне машине, мерење карактеристика феромагнетских материјала, као и употребу хармонијске анализе за прорачун квазистатичких и динамичких хистерезисних петљи, решавање електричних кола са нелинеарним хистерезисним елементима, анализу тренутне снаге магнећења феромагнетског језгра и прорачун параметара еквивалентне шеме калема са хистерезисом. Ове области представљају и главне смерове његовог даљег усавршавања.



**ИЗЈАВА АУТОРА О ОРИГИНАЛНОСТИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ**

Изјављујем да докторска дисертација под насловом:

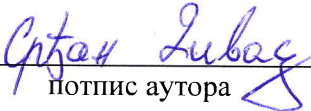
Методологија за анализу и решавање нелинеарних магнетских проблема са хистерезисом  
у временском домену

представља *оригинално ауторско дело* настало као резултат *сопственог истраживачког рада*.

Овом Изјавом такође потврђујем:

- да сам *једини аутор* наведене докторске дисертације,
- да у наведеној докторској дисертацији *нисам извршио/ла повреду* ауторског нити другог права интелектуалне својине других лица,

У Чачку, 14.11.2024. године,

  
\_\_\_\_\_  
потпис аутора

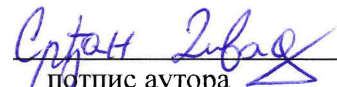
**ИЗЈАВА АУТОРА О ИСТОВЕТНОСТИ ШТАМПАНЕ И ЕЛЕКТРОНСКЕ ВЕРЗИЈЕ  
ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ**

Изјављујем да су штампана и електронска верзија докторске дисертације под насловом:

Методологија за анализу и решавање нелинеарних магнетских проблема са хистерезисом  
у временском домену,

истоветне.

У Чачку, 14.11.2024. године,

  
потпис аутора

**ИЗЈАВА АУТОРА О ИСКОРИШЋАВАЊУ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ**

Ја, Срђан Дивац,

дозвољавам

не дозвољавам

Универзитетској библиотеци у Крагујевцу да начини два трајна умножена примерка у електронској форми докторске дисертације под насловом:

Методологија за анализу и решавање нелинеарних магнетских проблема са хистерезисом у временском домену

и то у целини, као и да по један примерак тако умножене докторске дисертације учини трајно доступним јавности путем дигиталног репозиторијума Универзитета у Крагујевцу и централног репозиторијума надлежног министарства, тако да припадници јавности могу начинити трајне умножене примерке у електронској форми наведене докторске дисертације путем *преузимања*.

Овом Изјавом такође

дозвољавам

не дозвољавам<sup>1</sup>

припадницима јавности да тако доступну докторску дисертацију користе под условима утврђеним једном од следећих *Creative Commons* лиценци:

1) Ауторство

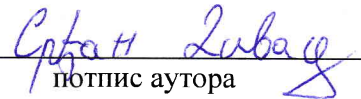
② Ауторство - делити под истим условима

---

<sup>1</sup> Уколико аутор изабере да не дозволи припадницима јавности да тако доступну докторску дисертацију користе под условима утврђеним једном од *Creative Commons* лиценци, то не искључује право припадника јавности да наведену докторску дисертацију користе у складу са одредбама Закона о ауторском и сродним правима.

- 3) Ауторство - без прерада
- 4) Ауторство - некомерцијално
- 5) Ауторство - некомерцијално - делити под истим условима
- 6) Ауторство - некомерцијално - без прерада<sup>2</sup>

У Чачку, 14.11.2024. године,

  
\_\_\_\_\_ потпис аутора

---

<sup>2</sup> Молимо ауторе који су изабрали да дозволе припадницима јавности да тако доступну докторску дисертацију користе под условима утврђеним једном од *Creative Commons* лиценци да заокруже једну од понуђених лиценци. Детаљан садржај наведених лиценци доступан је на: <http://creativecommons.org.rs/>