УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ
ПЕДАГОШКИ ФАКУЛТЕТ У УЖИЦУ

Мр Весна В. Миленковић

ДИФЕРЕНЦИРАЊЕ НАСТАВЕ У СКЛАДУ СА ОБРАЗОВНИМ СТАНДАРДИМА И УТИЦАЈ НА ПОСТИГНУЋА УЧЕНИКА У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

докторска дисертација

Ужице, 2022.

UNIVERSITY OF KRAGUJEVAC
FACULTY OF EDUCATION IN UŽICE

Mr Vesna V. Milenković

DIFFERENTIATION OF TEACHING IN ACCORDANCE WITH EDUCATIONAL STANDARDS AND INFLUENCE ON STUDENTS' ACHIEVEMENTS IN THE INITIAL TEACHING OF MATHEMATICS

Doctoral Dissertation

Užice, 2022.

Аутор
Име и презиме: Весна В. Миленковић
Датум и место рођења: 29. 03. 1980. године, Јагодина
Садашње запослење: ОШ „17. oktobar“, Јагодина
Докторска дисертација
Наслов: Диференцирање наставе у складу са образовним стандардима и утицај на постигнућа ученика у почетној настави математике
Број страница: 288
Број слика: 6, графикона: 22, табела: 103
Број библиографских података: 145
Установа и место где је рад израђен: Педагошки факултет у Ужицу, Универзитет у Крагујевцу
Научна област (УДК): 371.3
Ментор: Проф. др Александра Михајловић, ванредни професор за ужу научну област Методика наставе математике, Факултет педагошких наука у Јагодини, Универзитет у Крагујевцу
Оцена и одбрана
Датум пријаве теме: 14.10.2016. године
Број одлуке и датум прихватања теме докторске дисертације: IV-02-64/13 од 18.01.2017.
Комисија за оцену подобности теме и испуњености услова кандидата: 1. Проф. др Крстивоје Шпијуновић, редовни професор за ужу научну област Педагогија, Дидактика, Методике, Учитељски факултет у Ужицу, Универзитет у Крагујевцу 2. Проф. др Мирко Дејић, редовни професор за ужу научну област Методика наставе математике, Учитељски факултет у Београду, Универзитет у Београду 3. Проф. др Оливера Марковић, доцент за ужу научну област Математика, Методика наставе математике, Учитељски факултет у Ужицу, Универзитет у Крагујевцу
Комисија за оцену и одбрану докторске дисертације:
Датум одбране докторске дисертације:

Author
Name and last name: Vesna V. Milenkovic
Date and place of birth: March 29, 1980, Jagodina
Current employment: Elementary school “17. October”, Jagodina
Doctoral dissertation
Title: Differentiation of teaching in accordance with educational standards and influence on students' achievements in the initial teaching of mathematics
Number of pages: 288
Number of images: 6, graphs: 22, tables: 103
Number of bibliographical data: 145
Institution and place where the paper was done: Faculty of Education in Uzice, University of Kragujevac
Scientific area (UDK): 371.3
Mentor: PhD Aleksandra Mihajlovic, Associate Professor for narrower scientific field Methodology of teaching mathematics, Faculty of Education in Jagodina, University of Kragujevac
Evaluation and defense
Date of topic submission: October 14, 2016
Number of decision and date of accepting the topic of doctoral dissertation: IV-02-64/13 of January 18, 2017
Commission for the evaluation of topic suitability and candidate's fulfillment of requirements: 1. PhD Krstivoje Spijunovic, full professor for narrower scientific field Pedagogy, Didactics, Methodology, Faculty of Education in Uzice, University of Kragujevac 2. PhD Mirko Dejic, full professor for narrower scientific field Methodology of teaching mathematics, Faculty of Education in Belgrade, University of Belgrade 3. PhD Olivera Markovic, Associate professor for narrower scientific field Mathematics, Methodology of teaching mathematics, Faculty of Education in Uzice, University of Kragujevac
Commission for evaluation and defense of doctoral dissertation
Date of defending doctoral dissertation:

Овим путем захваљујем се свакоме ко ми је пружио помоћ и подршку приликом израде докторске дисертације.

Пре свега, захвалила бих се ученицима и учитељима, учесницима истраживања, стручним службама и директорима школа у којима је истраживање реализовано. Захваљујем се: проф. др Сањи Маричић, проф. др Мирку Дејићу, проф. др Крстивоју Шпијуновићу, као и члановима комисије на корисним сугестијама током израде дисертације. Такође, Јелени Поповић, проф. српског језика и књижевности, која је лекторисала рад.

Велико хвала мојој менторки, проф. др Александри Михајловић на стручним саветима и подршци.

Посебно се захваљујем својој породици, родитељима Бранки и Владимиру, супругу Владимиру, ћерки Веколини и сину Виктору на огромној подршци, стрпљењу и разумевању.

Весна Миленковић

У Ужицу, 2022.год.

Мр Весна Миленковић

ДИФЕРЕНЦИРАЊЕ НАСТАВЕ У СКЛАДУ СА ОБРАЗОВНИМ СТАНДАРДИМА И УТИЦАЈ НА ПОСТИГНУЋА УЧЕНИКА У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Резиме

Уважавање различитих карактеристика ученика један је од најважнијих задатака савремене школе, тако да диференцирање наставе и образовни стандарди добијају велику важност. Иако постоји велико интересовање, тростепена повезаност диференциране наставе са образовним стандардима на три нивоа, није довољно ни теоријски, ни практично проучавана у настави.

У раду се разматра утицај диференцирања почетне наставе математике организоване у складу са образовним стандардима на постигнућа ученика, која обухватају: нивое знања (препознавање, репродукцију, разумевање, примену знања, стваралаштво и креативност), трајност знања и мотивацију ученика.

Емпиријски део рада усмерен је на: 1) експериментално испитивање утицаја диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима на постигнуће ученика у геометријским садржајима и садржајима о разломцима; 2) испитивање мишљења ученика експерименталне групе о експерименталном програму; 3) испитивање мишљења учитеља о утицају и улози диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима у почетној настави математике на постигнућа ученика.

Истраживањем је обухваћено 228 ученика четвртог разреда (114 ученика чини експерименталну групу и исто толико ученика контролну групу) и анкетирано је 106 учитеља.

Резултати које смо добили, између осталог, показују да се диференирањем наставе организоване у складу са образовним стандардима може успешно утицати на постигнућа ученика у области геометрије и разломака у почетној настави математике, да експериментални програм утиче на интересовање ученика за учење геометријских садржаја и садржаја о разломцима, као и да се према мишљењу учитеља сви нивои знања могу подстицати диференцираним обликом наставе.

Кључне речи: *почетна настава математике, диференцирана настава, образовни стандарди, постигнућа ученика.*

MA Vesna Milenkovic

DIFFERENTIATION OF TEACHING IN ACCORDANCE WITH EDUCATIONAL STANDARDS AND INFLUENCE ON STUDENTS' ACHIEVEMENTS IN THE INITIAL TEACHING OF MATHEMATICS

Summary

Appreciating different characteristics of students is one of the main tasks of contemporary school, so that differentiation of teaching and educational standards obtain huge importance. Although there is a great interest, connection of the three-level type of differentiated teaching and three level of educational standards, are not both theoretically and practically researched in teaching.

The paper discusses the impact of differentiating the initial teaching of mathematics organized in accordance with educational standards on students' achievements, that encompass: level of knowledge (recognition, reproduction, understanding, applying knowledge, and creativity), durability of knowledge, and motivation of students.

The empirical part of the paper is directed to: 1) experimental examination of the impact of differentiated teaching organized in accordance with educational standards on students' achievements in geometric contents and contents on fractions; 2) examination of the opinions of experimental group of students on experimental program; 3) examination of the opinions and attitudes of teachers on the role of differentiated teaching organized in accordance with educational standards on students' achievements in the initial teaching of mathematics.

The research covered 228 students of the fourth grade (114 students make the experimental group and the same number the control group) and 106 teachers were surveyed.

The results we obtained, among other things, showed that differentiating teaching organized in accordance with educational standards may successfully impact the students' achievements in the initial teaching of mathematics in area of geometry and fractions; that experimental program impacts the interest of students in learning geometric contents and contents on fractions, as well as that according to teachers' opinion all levels of knowledge can be encouraged by differentiated type of teaching.

Key words: initial teaching of mathematics, differentiated teaching, educational standards, students' achievements.

САДРЖАЈ

УВОД

Последњих година наука, техника и технологија оствариле су висок степен развоја, што се неминовно одразило на све сфере друштва и људског живота, укључујући и образовање. Како би се појединци оспособили и стекли неопходна знања и компетенције за учешће и допринос у савременом друштву, јавила се потреба за увођењем промена у свим сегментима образовног процеса и наставе, при чему настава математике не представља изузетак. Знања и вештине стечене данас не припремају у довољној мери ученике за изазове и промене које их очекују у будућности. Од ученика се тражи да стекну функционална знања, да буду оспособљени за самостално учење, да имају развијено критичко мишљење, да буду мотивисани и спремни за даље образовање. Увођење промена у наставу математике требало би да отклони или бар умањи постојеће недостатке у настави математике. Измене у образовању морају бити конципиране тако да допринесу унапређењу наставе математике, како би савремено друштво добило квалитетно образовање.

Диференцирана настава математике тежи томе да се уважавају карактеристике ученика и да се избегну недостаци класичне наставе која подразумева примену истог третмана према свима. Данас се све више инсистира на побољшању нивоа знања ученика и на даљем развоју могућих способности сваког ученика. Један од најбитнијих задатака савременог учитеља јесте планирање и организација наставе математике у којој ће се ученици максимално интелектуално ангажовати и адекватно развијати на основу индивидуалних способности. Зато се јавила идеја за диференцираним педагошким приступом ученицима. Настава математике у којој се уважавају интересовања и могућности ученика назива се диференцирана настава математике. Током диференцијације садржаја на три нивоа, потребно је испоштовати примарни захтев диференцирање наставе, а то је да сви ученици савладају основни ниво знања, потребан за њихов даљи развој. Данас нам организацију ове наставе могу олакшати образовни стандарди постигнућа, јер се у њима наводи која знања би ученици требало да усвоје на сваком нивоу - основном, средњем и напредном. Увођење стандарда у наставу математике има за циљ да унапреди резултате процеса учења и наставе, а самим тим и да побољша постигнућа ученика. Тростепену повезаност диференциране наставе и три нивоа стандарда постигнућа ученика можемо користити за унапређење рада у настави математике. У диференцираној настави математике учитељ примењује образовне стандарде постигнућа и као једно од средстава које му омогућује праћење напретка ученика у учењу.

Иако постоји велико интересовање за бављење диференцираном наставом, нема довољно истраживања која директно указују на могућност функционалне примене образовних стандарда постигнућа ученика у припремању квалитетне диференциране почетне наставе математике. До сада је било мало и недовољно истраживања која би дала разрађен и потврђен начин функционалне примене образовних стандарда постигнућа ученика у припремању квалитетне диференциране почетне наставе математике која би утицала на постигнућа ученика.

Увођењем стандарда у образовни систем Р. Србије, диференцирана настава се повремено користи на часовима утврђивања у почетној настави математике. Данас се све више захтева да настава мисаоно ангажује дете, да оно у процесу учења самостално долази до сазнања, јер су тако стицана знања трајнија и примењивија. Самостално учење у оквиру диференциране наставе обезбеђује сваком ученику да у учењу напредује према личним способностима, што позитивно утиче на памћење и примену знања и тако се повећава квалитет наставе. Таквим начином рада код ученика се развија самосталност, мишљење и афирмише се његова личност.

Дисертација садржи теоријски и емпиријски део. Теоријски део обухвата разматрања различитих аутора у следећим областима:

- Појам диференциране наставе математике (схватања различитих аутора о диференцираној настави, индивидуалне разлике ученика, облици диференциране наставе математике, наставне методе и облици у диференцираној настави математике, улога учитеља у диференцираној настави математике)
- Образовни стандарди постигнућа ученика (стандарди постигнућа за крај првог циклуса наставе математике са посебним освртом на садржаје из области Геометрија и Разломци)
- Диференцирана настава математике и образовни стандарди постигнућа ученика (повезаност диференциране наставе математике и образовних стандарда постигнућа ученика)
- Постигнућа ученика у почетној настави математике (постигнућа ученика у области геометрије и разломака, нивои и трајност знања ученика и мотивација за учење у почетној настави математике)
- Досадашња истраживања (теоријска и емпиријска истраживања).

На основу теоријског разматрања, конструисали смо модел експерименталног програма заснованог на диференцирању почетне наставе математике у складу са образовним стандардима. У поглављу *Методички оквири диференцирања геометријских садржаја и садржаја о разломцима у складу са образовним стандардима* описана је структура часова експерименталног програма и приказани су неки примери моделованих наставних јединица. Експериментални програм обухвата асове обраде и утврђивања у наставним темама: Геометрија и Разломци за четврти разред основне школе. За часове обраде припремили смо наставне листиће за учење на три нивоа сложености. На листићима се налазе исти садржаји који имају различите захтеве. Ученици прате упутства на листићима и индивидуалним темпом усвајају нова сазнања За часове утврђивања припремили смо, према прописаним образовним стандардима постигнућа и различитим нивоима знања, наставне листиће на три нивоа сложености. На тај начин, ученицима је дата могућност да решавају задатке на основу својих могућности, тј. неки ученици решавају сложеније, а неки лакше задатке. Сваки наставни листић који смо осмислили има два дела. Први садржи задатке који су предвиђени за тај ниво, док се у другом делу налазе задаци који одговарају наредном нивоу. Оваквим начином рада омогућава се сваком ученику да напредује, развија се, усвоји знања предвиђена не само тим, већ и наредним нивоом стандарда постигнућа. За други део наставних листића напредног нивоа припремили смо задатке који су тежи и сложенији од задатака предвиђених на овом нивоу, попут задатака које примењујемо у раду ученицима даровитим за математику. У циљу испитивања да ли и у којој мери диференцирана настава у складу са образовним стандардима утиче на постигнућа ученика у почетној настави математике, поред теоријског разматрања и експерименталног програма, конструисали смо и иницијални тест и два финална теста, анкету за ученике и анкету за учитеље.

Истраживање је реализовано током две школске године, (2016/2017. и 2017/2018. године), а узорак је бројао укупно 228 ученика четвртог разреда основне школе. Експерименталну групу чинило је 114 ученика из пет одељења ОШ „17. октобар“ из Јагодине, а контролна група састојала се од 48 ученика из два одељења ОШ „Рада Миљковић“ из Јагодине и 66 ученика из три одељења ОШ „Бошко Ђуричић“ из

Јагодине. Ове две групе нису се значајно статистички разликовале на иницијалном мерењу које је спроведено пре реализације експерименталног програма. Добијени резултати указују да је експериментални програм позитивно деловао на постигнућа ученика у области почетне наставе математике, тачније наставних тема: Геометрија и Разломци, као и на њихову мотивацију за даље учење. У циљу утврђивања мишљења учитеља о диференцираној настави и њеној повезаности са образовним стандардима у почетној настави математике, анкетирано је 106 учитеља из пет основних школа из Јагодине и једне основне школе из Рибара (Општина Јагодина).

Покушаћемо овим радом дати потенцијалне одговоре на нека од бројних питања која у овој области постоје, а везана су за диференцирање наставе у складу са образовним стандардима у почетној настави математике. Такође, верујемо да ће наше истраживање помоћи у даљем раду учитељима, наставницима и свима који се баве унапређивањем почетне наставе математике. Сматрамо да ће овај рад потврдити наше уверење да се диференцирањем садржаја математике према образовним стандардима може утицати на побољшање постигнућа ученика. Очекујемо и да он мотивише и друге истраживаче и ауторе да се поменутим проблемом баве и да га расветле из другог угла, тј. наставе са унапређивањем почетне наставе математике.

I ТЕОРИЈСКИ ПРИСТУП ПРОБЛЕМУ

1. ПОЈАМ ДИФЕРЕНЦИРАНЕ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ

Термин „диференцијација“ води порекло од латинске речи *differentia*, која у основи може означавати „раздвајање, разликовање, настајање разлика, рашчлањавање јединственог на разно и различито, па и раслојавање“ (Педагошка енциклопедија, 1989: 127). Диференцирана настава се дефинише као организациона мера која групише, издваја ученике у повремене или сталне групе које се формирају према интересовањима, способностима за учење или темпу напредовања ученика (Педагошка енциклопедија, 1989; Пинтер, Сотировић, Петровић, Липовац, 1996). Слично се наводи и да диференцирана настава, поред организационих, обухвата и друштвене, школске и наставне мере које школи омогућавају да одговори различитим интересовањима и способностима ученика, као и захтевима друштва, све време поштујући идеју о јединственој школи (Педагошки лексикон, 1996; Ђорђевић, 1997). У *Педагошком лексикону* (1996) дефинисан је појам диференцијације образовања. Диференцијација образовања се објашњава као прилагођавање образовања и наставе могућностима појединца или могућностима група ученика које су формиране према одређеним критеријумима, при чему се могу прилагођавати садржаји, облици, методе, средства, темпо учења. Диференцијација се може вршити и према интересовањима. Ученици могу показивати различита интересовања према појединим предметима, проблемима, садржајима. Ова интересовања су значајна не само за развој личних способности ученика, већ и са друштвеног становишта (Педагошки лексикон, 1996). Према томе, можемо рећи да диференцирање има два основна циља – да служи развијању индивидуалности појединаца и да омогућава опстанак и напредовање друштва (Kulogowska, према Ђорђевић, 1981: 122).

Диференцирану наставу проучавали су многи домаћи и страни аутори током протеклих педесет година. Без обзира на чињеницу да постоје одређене разлике у дефинисању, суштина је иста – то је настава која подразумева да се уважавају интересовања и могућности ученика. Неке од тих дефиниција наведене су хронолошким редом.

Дотран (1962) под диференцираном наставом подразумева избор садржаја и задатака који највише одговарају ученику (Dottrens, 1962, према Пикула, Милинковић, 2015: 86). Према мишљењу Р. Кулиговске (R.Kulogowska), диференцирана настава подразумева одговарајуће методе и организовано учење које ће омогућити да се остваре два циља, а то су: да сви ученици усвоје одређени фонд знања и да се развијају њихове индивидуалне способности и интересовања (Kulogowska, према Ђорђевић, 1981: 122).

Ђорђевић (1997) истиче да су индивидуализација и диференцијација повезане. Приликом диференцирања у настави неопходно је узимати у обзир брзину развоја појединих ученика и помоћу диференцираних захтева стално проверавати напредовање ученика. То значи да је диференцирање наставе правилно само када се прилагођава захтевима индивидуализације.

Диференцирану наставу, Ђурић схвата „као облик рада супротан фронталној, *једнакој за све*, усмереној према просечном ученику или других сличних назива“ (Ђурић, 1998: 16). Аутор истиче да потреба за диференцираним педагошким приступом ученицима произилази из њихових различитих индивидуалних и групних карактеристика. Приликом одређивања појма диференциране наставе треба поћи од различитих критеријума диференцирања рада у образовању, што значи да диференцијација може да се врши према полу, добу, школском постигнућу, врсти школе, општим и специјалним способностима. Диференцијација према полу датира још из давних времена, јер се у прошлости настава организовала посебно за мушку и женску децу. Диференцијација према добу ученика актуелна је у нашим школама, јер подразумева поделу ученика на разреде или на основну, средњу и високу школу. Диференцијација према школском постигнућу издваја три групе ученика: ученике са изузетним, просечним и слабијим успехом. Ова врста диференцијације реализује се путем додатне и допунске наставе, али се данас све више инсистира на диференцираном приступу ученика у оквиру редовне наставе. Диференцијација према врсти школе обухвата учење у општим и стручним школама, док диференцијација према општим и специјалним способностима подразумева учење у редовним школама и школама за таленте. Диференцирање у образовању постоји, али потребно је радити на усавршавању диференцирања у настави и на проналажењу ефикасног модела диференцирања, који би омогућио свим ученицима да напредују (Ђурић, 1998).

Цех (Zech,1999) сматра да диференцијација представља уважавање различитих карактеристика ученика, као што су: узраст, интелигенција, предзнање, темпо учења у настави. Када говоримо о уважавању различитих индивидуалних карактеристика ученика у литератури се наводе и следеће карактеристике као важне: искуство, интересовање, ставови ученика о учењу и њихова спремност за учење. Према наведеним карактеристикама које су заједничке за ученике, формирају се хомогене групе и на тај начин се ученицима пружа могућност да уче темпом који им одговара, као и да напредују (Вилотијевић, 1999; Лазаревић, 2005). Диференцирана настава је усредсређена на ученика и користи се како би га ангажовала на основу његових различитих интересовања, снага и слабости, као и начина на који најбоље учи (Tomlinson, 2001). У диференцираној настави потребно је да учитељ утврди ниво знања ученика и подели их на хомогене групе постигнућа (нижа постигнућа, просечна постигнућа, висока постигнућа). Требало би да ученици имају могућности да ако дође до побољшања у постигнућима, пређу у групу вишег нивоа знања (Tieso, 2003). Џорџ (George, 2003) истиче да је диференцијација процес којим наставници планирају наставне методе и средства, активности учења, начине и методе оцењивања, а све са циљем да се задовоље појединачне потребе сваког ученика. Настава се прилагођава потребама и способностима ученика које се одређују на основу тренутног нивоа постигнућа ученика (Roy, Guay & Valois, 2013; Tobin & Tippett, 2013). Према најновијим схватањима, у диференцираној настави сви ученици на различите начине треба да дођу до истих позиција. Циљ је да сваки ученик достигне максималан развој. То значи да је у диференцираној настави неопходно да учитељ одговорно реагује на потребе ученика (Јоксимовић, 2014) и да ученицима пружи алтернативне опције за учење. Активности и технике учења требало би прилагођавати различитим потребама учења у учионици (Tomlinson, 2015).

Бројни аутори истичу позитивне ефекте диференциране наставе. Диференцирана настава олакшава ученицима савладавање различитих тема у настави математике (Hidayati, 2020), утиче на побољшање математичког постигнућа ученика и на развијање позитивног става ученика (Canquea, Trinidadb & Cortesc, 2021). Диференцијација у почетној настави математике, према речима Г. Рацков има многобројне вредности. У диференцираној почетној настави математике ученик је стално активан, упућен је на сарадњу са учитељем и својим паром из клупе или другом из групе, што омогућава да васпитни ефекат дође до изражаја. У овако организованој настави, ученици имају могућност да изаберу задатке који одговарају њиховом менталном узрасту, повратна информација о исходима рада доступна је одмах, што доприноси знатно већој мотивацији (Рацков, 2011). Оваква настава ученицима је занимљива, јер се монотоност и једноличност класичне наставе замењују живошћу и разноликошћу (Slotta, према Пикула,Милинковић, 2015).

Диференцијација има веома важну улогу у почетној настави математике. Дејић и Егерић под диференцираном наставом подразумевају „организациона и методичка настојања да се уваже разлике међу ученицима и на основу тих разлика изврши груписање ученика по неким сличним особинама (интелектуални ниво, интересовања, претходна знања, темпо учења, ставови према учењу, мотивација за учење и др.) како би се омогућио оптимални развој сваког појединца” (Дејић, Егерић 2007: 352). Диференцијација не подразумева само диференциране захтеве, већ и различит приступ ученицима, различит начин мотивације, усмеравање и стварање пријатних услова за рад (Егерић, 2008: 11). Маричић и Милинковић (2015) истичу да је основни циљ диференциране наставе напредовање ученика према сопственим способностима и могућностима. Исти аутори указују да је потребно повезати градиво које је обавезно за све ученике и градиво које задовољава индивидуалне потребе сваког ученика.

Без обзира на то што постоје одређене разлике у становиштима различитих аутора о појму диференциране наставе (у погледу задатака, облика, метода диференцирања), ипак можемо уочити да сва ова схватања имају и нешто заједничко, а то је да се у диференцираној настави мора обезбедити минималан фонд знања обавезан за све ученике и да се морају уважавати индивидуалне разлике и способности ученика. То се постиже тако што се у настави морају обезбедити услови у којима ће сваки ученик имати могућност да напредује. Потреба за уважавањем индивидуалних карактеристика ученика је одавно позната, сада је потребно пронаћи модел диференцираног учења који ће то омогућити (Дејић, Миленковић, 2016).

1.1.Индивидуалне разлике међу ученицима – основ за диференцирање наставе

У нашим школама одељења чине ученици истог узраста, али различитих менталних способности, интересовања, као и степена напредовања. Индивидуалне разлике међу ученицима су биле предмет интересовања многих аутора о чему сведоче радови о индивидуалним разликама међу ученицима настали у протеклих педесет година.

У истраживању спроведеном 1966. године Марковац је испитивао индивидуалне разлике између ученика основне школе (Марковац, 1996). Подаци које је добио примењујући тест менталне зрелости „Калифорнија“ („California Test of Mental Maturity") показују да постоје велике разлике у развијености појединих менталних фактора код ученика са истим коефицијентом интелигенције (Марковац, 1970). Марковац истиче да резултати указују да „индивидуалне разлике у разумевању прочитаног текста и у математици износе код ученика основне школе у нижим разредима око 4, а у вишим око 7 година. Карактеристично је да су разлике у узрасту ученика највеће у IV и VII разреду – износе 5 година, а најмање у III и VIII разреду – износе 3 године“ (Марковац, 1966: 18). На пример, овим тестом је откривено да просечне разлике у развоју менталних фактора код ученика са истим коефицијентом интелигенције (IQ) износе од четири до шест година. Ови подаци указују да се не можемо ослонити у потпуности на IQ као мерило постојања индивидуалних разлика међу ученицима. Чињеница да и међу ученицима са истим нивоом IQ постоје разлике, имплицира да настава „једнака за све“ не одговара ни ученицима са једнаким IQ.

Разлике међу ученицима К. Кулиговска (K. Kuligowska) сврстава у следеће категорије: разлике у нивоу знања, вештина и искустава; разлике у сазнајним могућностима и процесима; разлике у интересовањима; разлике у раду и мотивацији за учење; разлике које се односе на здравствено стање и особености нервних процеса; разлике везане су за услове средине (Kuligowska , према Ђорђевић, 1981: 117-118). Сматра се да и начин рада у настави има велики утицај на формирање личности ученика. Зато је важно да се приликом организације наставе полази од индивидуалних разлика ученика што подразумева да учитељ добро познаје индивидуалне способности својих ученика (Стевановић, Мурадбеговић, 1990). Исти аутори истичу да је „слабијим ученицима потребно дуже поучавање и перманентна помоћ, док је за боље ученике примењивији метод самоучења, самовредновања и проблемског излагања" (Стевановић, Мурадбеговић, 1990: 236). Пинтер, Сотировић, Петровић, и Липовац (1996) као највећу слабост наших школа истичу тзв. униформност. Објашњавају је тежњом да сви ученици независно од постојећих индивидуалних разлика које постоје међу њима треба да савладају не само исте програмом предвиђене садржаје већ и да при томе усвоје једнак квантитет и квалитет знања, да напредују истим темпом и да раде на задацима исте тежине. Ђурић (1998) истиче да се лични потенцијал сваког ученика због индивидуалних разлика не може адекватно развијати једнаким третманом, већ диференцираним. Индивидуални прилаз у настави подразумева диференцирани рад са ученицима који би учитељи требало да припреме уважавајући индивидуалне карактеристике ученика. Пре двадесет година сматрало се „да је индивидуализација перманентна дидактичка иновација и да се њоме остварују основни циљеви напредовања појединца према његовим могућностима" (Вилотијевић, 1999: 210). Данас се и даље трага за моделом диференцираног учења који ће омогућити свим ученицима да активно усвајају знања и да имају могућност да напредују. Индивидуализација и диференцијација су међусобно повезане. Њихова сличност се огледа у уважавању индивидуалних карактеристика ученика, с тим што се у индивидуализованој настави припремају задаци за сваког ученика према његовим способностима, док се у диференцираној настави припремају задаци за групе ученика који имају сличне способности (Јукић, 1998; Вилотијевић, 1999).

Национални савет наставника математике *(The National Council of Teachers of Mathematics),* професионална организација у САД чија је мисија да промовише, артикулише и подржава најбољу могућу наставу и учење математике, препознаје потребу за диференцијацијом. Прво правило НСНМ принципа и стандарда за школску математику гласи: „Изузетност у математичком образовању изискује једнакост - висока очекивања и снажну подршку за све ученике" (NCTM, 2000: 12). Конкретно, поменута организација препознаје потребу за прилагођавањем разликама међу ученицима, узимајући у обзир њихову спремност и ниво математичког талента и интересовања, како би се осигурало да сваки ученик може научити суштинске математичке садржаје. Поменута једнакост не значи да сваки ученик добије једнака упутства, већ да се створе одговарајући услови за усвајање знања за све ученике (NCTM, 2000).

Томлинсон (Tomlinson, 2001) истиче да се ученици разликују по својим интересовањима, врлинама и манама. Поред тога, начин на који ученик најбоље учи варира од ученика до ученика. У диференцираној настави ученик је ангажован на основу његових интересовања и начина који му највише одговара за учење (Tomlinson, 2001). Као што смо већ раније изнели, разлике које постоје међу ученицима су бројне. Ученици се разликују према: нивоу претходног знања, брзини и темпу учења, нивоу интелигенције, мотивацији, интересовањима, стилу учења, радним навикама, васпитању, понашању на часу, стилу учења, ставовима, самопоуздању, упорности, као и социјално-породичним приликама (Петровић, Мрђа, 2001; Лазаревић, 2005; Ђурић, 1997). Класична настава обезбеђује једнак прилаз свим ученицима, јер се заснива на претпоставци да су сви ученици у одељењу једнаки. Таква настава је за неке ученике претешка, а за неке прелака. Према речима Егерић „виши степен менталне зрелости и интелектуалног развоја тражи виши ниво захтева који треба да буду усклађени са менталним могућностима појединца“ (Егерић, 2004: 23). Смал и Лин (Small & Lin, 2010) сматрају да постоји више критеријума за уочавање разлика међу ученицима истог узраста, али да је реално да се учитељ може оријентисати само ка појединим афинитетима ученика приликом реализовања наставног плана. Неке разлике могу бити когнитивне природе – на пример, ниво вештина и претходно стечених сазнања на које се ученици могу ослонити. Неке разлике могу се тицати стила учења - на пример, да ли неки ученици боље усвајају знања кроз аудитивни, визуелни или кинестетички приступ. Неки ученици лакше уче ако читају, други кад слушају, а трећима највише одговара практична активност (Ђурић, 1997). Ученици су и различито мотивисани за рад. Неки уче садржај заинтересовано, други јер су приморани. Неки ученици боље резултате постижу ако имају слободу у учењу и темпу рада, док други боље уче ако имају строгу контролу. Све ово указује да је за успешну организацију процеса образовања, потребно да учитељ добро познаје карактеристике ученика. Неопходно је да овлада техникама и инструментима који се често користе у испитивању и упознавању личности ученика, као што су систематско и несистематско посматрање, интервјуисање, скалирање, тестирање и анкетирање. На тај начин учитељ ће моћи да упозна своје ученике, што ће му омогућити да адекватно организује диференцирану наставу у којој ће сви ученици имати прилику да напредују (Ђурић, 1997; Small & Lin, 2010). Разлике међу ученицима могу бити повезане и са интересовањима, укључујући и особине као што су истрајност и радозналост, али и са изостанком истих (Small, Lin, 2010). Један од приступа за задовољење потреба сваког ученика је да се обезбеде задаци унутар непосредне *зоне наредног развоја* сваког од ученика и да се осигура да сваки ученик у разреду добије прилику да пружи значајан допринос настави унутар заједнице ученика (Small, Lin, 2010). Зона наредног развоја је израз који се користи за описивање „удаљености између стварног нивоа развоја који је одређен независним решавањем проблема, и нивоа потенцијалног развоја који се одређује кроз решавање проблема под вођством одраслих или у сарадњи са способнијим вршњацима“ *(*Vygotsky, 1978: 86). Смал и Лин (Small & Lin, 2010) истичу како би диференцирана настава требало да омогући ученицима, било да их воде учитељи или раде са другим ученицима, пут до нових идеја које су изнад онога што тренутно знају, али које су им на дохват руке. Они сматрају да учитељи не користе мудро време за наставу ако предају изван зоне наредног развоја ученика или дају инструкције о градиву које ученик већ може самостално савладати. Ако ученик ради ван своје зоне наредног развоја, често нема користи од диференциране наставе. Ученици истог узраста разликују се по мери у којој им је потребна диференцирана настава и подршка током учења (Егерић, 2004; Houtveen & Van de Grift, 2001; Kanevsky, 2011; Landrum & McDuffie, 2010). Стога је за ученике у основном образовању важно да учитељи препознају њихове специфичне потребе и све их узму у обзир у наставном процесу (*Inspectie van het Onderwijs*, 2013). Улога учитеља данас је промењена. Учитељ је и даље преносилац знања, али сада има вишеструку улогу у настави. Учитељ мора да препозна специфичне потребе и могућности сваког ученика, да организује, припреми и реализује наставу која ће свим ученицима одговарати. У таквим условима, ученик ће бити мотивисан да усваја нова знања, и моћи ће да напредује. Наше школе морају бити места где свако може постићи запажен успех унутар друштва које гаји висока очекивања. Обезбеђујући једнакост могућности за учење у нашем образовном систему, можемо помоћи свим ученицима да постигну изузетност (Achieving Excellence, A Renewed Vision for Education in Ontario, 2014).

Диференцирана настава пружа могућност да се у оквиру ње развијају различите способности ученика. Неопходно је кренути од постојећих разлика између ученика, зато што утичу на организацију и реализацију наставе. Оне се односе на „опште способности, брзину напредовања, интересовања, мотивацију, ставове, али такође и на посебне, специјалне способности“ (Јоксимовић, 2014: 160). Образовни психолози, али и наставници практичари, а на то указују многи радови и истраживања, једногласно се слажу да сваки ученик учи на другачији начин, чиме се даје подршка диференцираној настави у којој наставник, како би учинио учење процесом који је користан за ученике, треба да узме у обзир њихове индивидуалне разлике (Rasheed & Wahid, 2018).

У диференцираној настави уважавају се поменуте разлике између ученика и зато је она обавезни пратилац савремене наставе. У тежњи за максималним развојем сваког појединца у почетној настави математике јавила се потреба за различитим облицима диференциране наставе.

1.2.Облици диференциране почетне наставе

Постоје различити критеријуми за класификацију облика диференциране наставе. У дидактичкој литератури, и старијег и новијег датума, најчешће се срећемо са класификацијом на основу организационог и школског критеријума. Користећи овај критеријум, Ђорђевић (1981) разликује: спољашњу, унутрашњу и флексибилну диференцијацију.

1.2.1. Спољашња диференцијација наставе

Спољашња диференцијација наставе подразумева разврставање ученика у хомогене групе или разреде према нивоу способности, интересовања и темпа напредовања. Оваква диференцијација подразумева „различите наставне циљеве, задатке, захтеве, а у одређеној мери и садржине“ (Мрђа, 2013: 37). У оквиру спољашње диференцијације Ј. Ђорђевић истиче да се ученици најчешће деле у групе на основу два критеријума: према способностима и достигнутом успеху и према интересовањима ученика (Ђорђевић, 1981).

1. Груписање ученика према успеху или способностима се углавном организује само у одређеним предметима, као што су математика, језици и природне науке. У оквиру ове диференцијације ученици истог школског узраста се према постигнутим резултатима распоређују у хомогене наставне групе, које могу да обухватају од два до четири нивоа.

2. Груписање ученика према интересовањима полази од тога да ученике интересују различити наставни предмети и наставни садржаји. У оквиру диференцијације према интересовањима, наставни предмети се деле на:

- обавезно подручје, које обезбеђује заједничко основно образовање
- изборно подручје (блок изборне наставе), које задовољава потребе индивидуалних интересовања.

Најчешће се наводе две врсте поступака диференцирања према интересовањима:

- диференцирање према избору наставних предмета (изборни предмети, слободне активности)
- диференцирање према избору наставних тема које се нуде ученицима на почетку школске године и на основу интересовања ученика формирају се тематски оријентисане групе (Ђорђевић, 1981: 124-125).

У школама у Србији спољашња диференцијација није прихватљива са социјалног и психолошког становишта. Међутим, овај облик диференцијације се ипак делимично реализује у нашим условима, и то када су у питању рад са ученицима ометеним у развоју и рад са даровитим ученицима. У тим случајевима спољашња диференцијација представља организовање диференциране наставе за ученике са посебним талентом (музичка школа, балетска школа, математичка гимназија), као и за ученике који имају тешкоће или недостатке у психофизичком развоју (инклузија у основној школи, школа за слепе и слабовиде, школа за глуве и наглуве).

1.2.2. Унутрашња диференцијација наставе

*Унутрашња диференцијација*ција наставе заснива се на поштовању различитих способности и стечених знања у одељењима која нису хомогена, већ која представљају заједницу различитих појединаца. Марковић наводи да „унутрашња диференцијација подразумева структурисање садржаја, циљева и захтева засновано на поштовању разлика у свим својствима ученика интегрисаних у заједничке групе и структуре" (Марковић, 2005: 62). Основна карактеристика овог облика диференцијације јесте да сваки ученик треба да достигне сопствени максимум (Лазаревић, 2005:51). Унутрашња диференцијација не утиче директно на школску организацију, јер се примењује у оквиру редовне наставе већ формираних разреда. Омогућава равноправност у васпитно-образовном процесу сваког ученика и подразумева да ученици у свом учењу пролазе одговарајуће стадијуме, али различитим темпом. Ако се унутрашња диференцијација заснива на диференцирању садржаја, постоје два начина за њено реализовање (Мрђа, 2013). Први начин односи се на садржаје који нису обавезни за све ученике. Како истиче иста ауторка, ови садржаји се могу диференцирати на више нивоа при чему ученици за сваки ниво имају диференцирану помоћ. Други начин подразумева да садржаји који су обавезни за све ученике не могу да се диференцирају по нивоима, али је могуће диференцирати помоћ за ученике различитих способности .

Према Ђорђевићу (1981), постоје четири облика унутрашње диференцијације: социјално, методско, медијално и тематско.

- *Социјално диференцирање* подразумева да су групе ученика различите по врсти и обиму, како би се на тај начин омогућило успостављање социјалних компетенција различитих квалитета. „Циљ овог облика диференцирања је подстицање ученика у постизању социјалне зрелости и способности кооперације са вршњацима и осталима" (Ђорђевић, 1981: 126).
- *Методско диференцирање* подразумева да наставници бирају адекватне методе и поступке које ће највише одговарати потребама и могућностима појединаца и групама ученика.
- *Медијално диференцирање* подразумева одабир адекватних медија (наставних средстава) који ће највише одговарати потребама појединаца и групама ученика.
- *Тематско диференцирање* подразумева прилагођавање захтева и наставних садржаја могућностима различитих ученика и група ученика (Ђорђевић, 1981).

Поред редовне наставе, диференцирани прилаз ученицима остварује се и путем допунске, продужене, додатне и факултативне наставе.

Допунска настава намењена је ученицима који нису савладали одређено градиво у оквиру редовне наставе. Разлози за неуспех ученика су различити: болест, промена школе, промена наставника, лењост. Учитељ настоји да утврди разлоге неуспеха ученика и труди се да их отклони. А. Бабанскиј у својој студији „Оптимализација процеса учења“ наводи принципе диференцирања који су успешно примењивани у настави са ученицима који су имали тешкоће у учењу. Поменути принципи подразумевају да учитељ диференцира обим наставних обавеза и задатака, као и сложеност наставних задатака, да сви ученици добијају задатке истог обима и сложености, али да је диференциран степен помоћи ученицима, да је помоћ при учењу диференцирана али да се не износе разлози неуспеха; да се диференцирају обим, сложеност наставних садржаја и пружање помоћи у учењу, при чему се учитељи труде да уклоне разлоге неуспеха ученика. (Бабанскиј, према Ђорђевић, 1981: 129).

Продужена настава се организује после редовне наставе. Намењена је ученицима који нису савладали програмом предвиђене садржаје и који полажу поправне испите. Циљ је да ученици усвоје садржаје који су обавезни за све ученике, али да имају диференцирану помоћ која одговара њиховим способностима.

Додатна настава се организује за даровите ученике. „Додатну наставу треба диференцирати и индивидуализовати с обзиром на различите могућности, потребе и интересовања даровитих ученика“ (Бабанскиј, према Ђорђевић, 1981: 131). У оквиру додатне наставе учитељ мора да изабере адекватне садржаје, методе, средства и да подстиче ученике на усавршавање.

Факултативна настава је најфлексибилнији облик диференциране наставе, јер се организује на основу интересовања ученика, тако да има разноврсне садржаје. (Бабанскиј, према Ђорђевић, 1981: 132).

На основу наведеног уочавамо да унутрашње диференцирање има примену, како у оквиру редовне, тако и у различитим облицима и врстама наставе које постоје поред ње.

1.2.3. Флексибилна диференцијација наставе

Под појмом *флексибилне диференцијације* подразумевају се сви модели диференцијације који се налазе између унутрашње и спољашње диференцијације (Липовац, 2001). Овај облик диференцијације подразумева да постоји „преплитање хетерогених и хомогених, већих или мањих наставних група и базичне и степеноване наставе“ (Липовац, 2011: 46). Осим сукцесивног комбиновања базичне и степеноване наставе, како исти аутор наводи, флексибилна диференцијација обухвата и програмирану наставу, индивидуално планирану наставу, пројектну наставу, наставу путем рачунара итд. Највећи део наставе се реализује у хетерогеним групама у којима учествују сви ученици из истог разреда, а затим се ученици према својим способностима групишу у хомогене групе и настављају са радом. „Ако се у некој области може успоставити хијерархијска структура, тада је најбоље ставити у групу оне ученике који се у хијерархији међусобно разликују за један, највише два наставна корака“ (Bennett & Cass, 1988: 27). Најбоље је да ученици добровољно улазе у групе, јер на тај начин могу без проблема да сарађују у групи. Један од основних предуслова да настава буде оријентисана ка ученику је да, постоји кооперативна атмосфера међу ученицима (Roders, 2003: 40). Липовац наводи да се „делотворност флексибилне наставне диференцијације утврђује на основу постигнутог квантитета знања, тј. с обзиром на количину стечених чињеница и генерализација те, исто тако, са гледишта оствареног квалитета знања“ (Липовац, 2001: 47). У наставној пракси се показало да је флексибилна диференцијација најефикаснија када се остварује применом диференцираних инструкција ученицима. То је адекватан начин да се код сваког ученика развијају и подстичу мисаоне способности и интересовања. Диференцирана помоћ се ученицима може пружати и у фронталном облику рада, тако што је добијају само ученици којима је потребна, а остали раде самостално (Петровић, Мрђа, Лазић, 2010; Мрђа, 2013). Флексибилна диференцијација се може примењивати и у почетној настави математике. При томе, најпогодније је користити рад у малим групама, јер то доприноси стварању пријатне атмосфере за рад (Петровић, Мрђа, Лазић, 2010). Потребно је водити рачуна и о просторној организацији, односно о томе да групе буду просторно близу, како би се обезбедила што већа социјализација ученика.

У основним школама у Србији овај облик диференцијације није прихватљив у потпуности, али можемо рећи да се делимично примењује. Код нас овај облик диференцијације подразумева организацију и реализацију наставе изборних предмета и различитих слободних активности (ритмика, хор, оркестар).

1.3. Наставне методе у диференцираној почетној настави математике

Ученици се разликују у начину и могућностима учења. Постоје ученици којима одговара и који најлакше уче слушајући, док другим ученицима одговара да уче гледајући, читајући или манипулишући или можда комбинујући различите начине учења (Росић, 1986). Важно је да се сваком ученику омогући начин усвајања знања који му највише одговара. Усвајању знања могу помоћи и различити медији (средства за учење), као и њихова диференцијација према потребама ученика. То значи да једни ученици могу да уче гледајући визуелно-аудитивне снимке, други посматрањем у природи, трећи читањем изворне литературе. Диференцирањем медија ученицима се омогућује да искористе свој целокупни потенцијал за долажење до циља (Росић, 1986; Стевановић, Мурадбеговић, 1990).

Употребом најадекватнијих дидактичких метода и облика рада, ученици се осамостаљују у раду, привикавају се како треба да уче, а знања су им трајнија. Процес долажења до знања је важнији од саме количине усвојеног знања, јер обезбеђује ученицима да развијају истраживачке особине које ће им омогућити да стичу нова и користе већ усвојена знања (Вилотијевић, Вилотијевић, 2014).

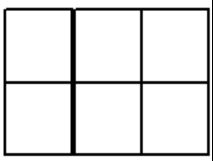
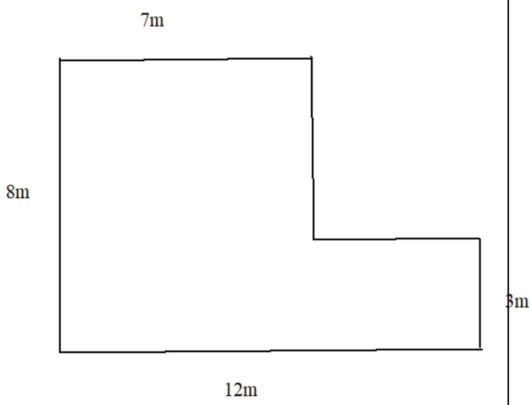
На основу проучене дидактичке литературе у вези са израдом докторске дисертације, анализирали смо наставне методе и облике и размотрили смо њихову примену у диференцираној настави.

Најчешћу класификацију наставних метода која се може пронаћи у литератури, преузели смо из књиге „Дидактика“, (Јукић, 1998) по којој се класификују на: вербално-текстуалну, илустративно-демонстративну и лабораторијско-експерименталну. Наведене методе углавном могу да допринесу ефикасности диференциране наставе, само је неопходно да се прилагоде типу часа, наставним облицима и средствима, као и карактеристикама ученика (Јукић, 1998).

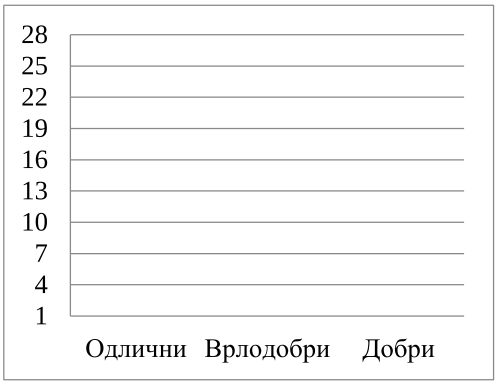
Вербално текстуална метода користи се за усмено излагање и објашњавање учитеља, усмено одговарање ученика, давање упутстава ученицима и за рад ученика на тексту. Усмено излагање и разговор у оквиру вербално-текстуалне методе могу се у диференцираној настави користити као допуна упутстава и објашњења приликом рада на три нивоа. Причање и предавање не пружају могућности за диференцирану наставу математике, па их треба избегавати. Рад на тексту у оквиру ове методе подразумева да ученици читају, попуњавају оно што се од њих тражи и тако развијају мишљење и самосталност. Вербално - текстуална метода је применљива у диференцираној настави не само приликом обраде новог градива и усвајања нових садржаја, већ и приликом утврђивања и понављања наученог. На часовима обраде, ученици могу добити листиће за самостално учење са инструкцијама за рад. На часовима утврђивања, ученици могу добити листиће са задацима по нивоима. Упутства за рад и за часове обраде и утврђивања могу бити дата у усменој или писаној форми. У току самосталног рада ученика на садржајима наставних листића, наставник може да ученицима, којима је то потребно, пружи диференцирану помоћ (Јукић, 1998). Основни значај примене вербално-текстуалне методе може се сагледати у чињеници да је у диференцираној настави самосталан рад ученика неопходно допунити разговором, додатним објашњењима и усмеравањима, како би се постигли најоптималнији резултати. Ученик усваја припремљене садржаје одговарајућим темпом, обезбеђена му је потребна помоћ учитеља, има могућност да напредује, оспособљава се за самообразовање током живота.

Наводимо пример коришћења вербално – текстуалне методе у диференцираној настави према образовним стандардима постигнућа за садржаје из геометрије и разломака. Ученицима се најпре на почетку усмено објасни начин рад, дају се опште инструкције, а затим добијају писани материјал, односно наставне листове са задацима по нивоима (Пример 1, Пример 2).

Пример 1. *Примена вербално - текстуалне методе у диференцираној настави математике (Површина правоугаоника)*

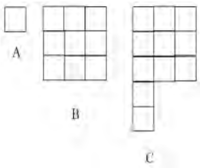
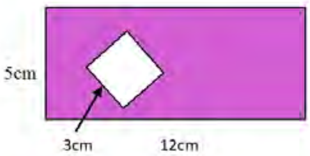
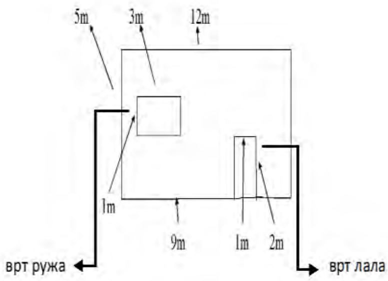
Први ниво	Други ниво	Трећи ниво
Израчунај површину датог правоугаоника издељеног на квадрате, ако је површина једног квадрата $4cm^2$.  P = _______ cm^2	Колика је површина правоугаоника чије су димензије 8cm и 6cm?	Израчунај површину и дужину обима дворишта представљеног сликом. 

Пример 2. *Примена вербално – текстуалне метода у диференцираној настави математике (Разломци)*

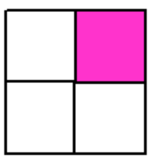
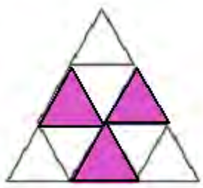
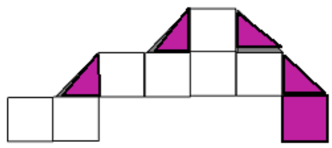
Први ниво	Други ниво	Трећи ниво
Израчунај: а) половину броја 30 б) четвртину броја 80 в) десетину броја 50	Шта је веће петина броја 320 или осмина броја 320?	У одељењу има 28 ученика. Од њих $\frac{4}{7}$ има одличан успех, $\frac{1}{4}$ има врло добар успех, а остали ученици добар успех. Колико ученика из тог одељења је са одличним, врло добрим, а колико са добрим успехом? Израчунај и решење прикажи на графикону. 

Ученицима којима је потребно више времена за присећање правила и поступка решавања задатка, неопходно је омогућити да се служе илустративним и демонстративним приказима (Егерић, 2008). У оквиру демонстративне методе ученици посматрају разне предмете, моделе, макете, цртеже и тако стичу знања. Приликом учења геометријских садржаја ученицима се могу показивати различити модели правоугаоника, квадрата, коцке, квадра, итд, како би уочили њихове особине и дошли до одговарајућих закључака. Приликом обраде садржаја о разломцима, како би ученици лакше схватили и усвојили појам разломка можемо користити моделе којима се разломци материјализују (нпр. модел торте, пице, бурека, осносиметричних фигура, итд). У оквиру илустративне методе ученицима се визуелно представљају најбитнији детаљи одређеног садржаја, као на пример представљање помоћу цртежа одређених разломака (помоћу дужи, правоугаоника, итд.) или геометријских тела. Најефикасније је користити поменуте методе у комбинацији. *Илустративно-демонстративна метода*, тј. коришћење слика, цртежа, модела који подразумевају рад са наставним листићима и писменим радовима може се диференцијално припремати и примењивати. Ово нарочито долази до изражаја код ученика којима слике олакшавају примену научених правила. Наводимо пример примене ове методе садржаја из геометрије и разломака (Пример 3, Пример 4).

Пример 3. *Примена илустративно–демонстративна метода у диференцираној настави математике (Површина квадрата и правоугаоника)*

Први ниво	Други ниво	Трећи ниво
Ако је јединица мере квадрат A одреди мерне бројеве површине датих фигура, а затим их упореди.  B = ___ · A C = ____ · A	Из правоугаоника је изрезан квадрат (види слику). Израчунај површину осенчене фигуре.  	Дата фигура облика правоугаоника представља двориште. Један правоугаоник представља врт ружа, други врт лала, а остали део дворишта је под травњаком (види слику). Израчунај површину која је под травњаком. 

Пример 4. *Илустративно–демонстративна метода за разломке у диференцираној настави математике*

Први ниво	Други ниво	Трећи ниво
Обојени део фигуре представи разломком: 	Обојени део дате фигуре представи разломком: 	Обојени део фигуре приказане на слици представи разломком: 

Лабораторијско-експериментална метода се ретко користи у настави математике без обзира на то што пружа велике могућности за развој мишљења и формирање научног погледа на свет. Подразумева да ученици самостално, у групи или у пару изводе одређене експерименте, поступке и операције и у свом непосредном окружењу посматрају објекте, појаве и процесе (Голубовић-Илић, 2010). Кроз практичну активност и употребу дидактичког материјала, наставних средстава и помагала ученици могу да тестирају неке своје претпоставке о својствима појединих математичких појмова. Вилотијевић (1999) истиче да су знања стечена практичном активношћу дубља и трајнија, а уз развој когинитивних способности ученици развијају и психомоторне. На пример, да би дошли до закључка да не постоји троугао страница дужине 2 dm, 3 dm и 5 dm ученици ће покушати да од штапића наведених дужина саставе троугао. Мада се наведени садржај не обрађује у млађим разредима, учитељ може овакве примере примењивати не само у раду са даровитим и способнијим ученицима, већ и са просечним и слабијим ученицима. Од ученика који се налазе на основном нивоу учитељ може тражити да помоћу штапића провере од којих дужи се могу нацртати дати троуглови. Ученицима који су на средњем нивоу може задати задатак да истраже од којих штапића је могуће саставити троуглове, а од којих није и да то забележе у својим свескама. Ученицима који се налазе на напредном нивоу учитељ може задати додатни задатак да осим испитивања од којих се тројки штапића може, а од којих не може конструисати троугао, покушају да изведу закључак како то можемо да проверимо без употребе штапића или цртања.

Мрђа наводи да и коришћење „рачунара и образовног софтвера у настави математике може имати карактер експеримента“ (Мрђа, 2003: 26). Ученици имају могућност да на рачунару самостално раде задатке на три нивоа и да одмах добијају повратну информацију.

Избор наставних метода у диференцираној настави представља тзв. методско диференцирање. Оно учитељима и наставницима намеће потребу да приликом одабира наставних метода изаберу оне које ће најбоље одговарати потребама и могућностима појединаца и групама ученика. Поред избора адекватних наставних метода, учитељ има задатак да изабере адекватне облике рада у диференцираној настави математике.

1.4. Облици рада у диференцираној почетној настави математике

У диференцираној настави могуће је углавном користити све наставне облике, при чему је неопходно прилагодити их типу часа, методама, наставним средствима и другим факторима (Јукић, 1998; Вилотијевић, 1999). Најчешћа подела наставних облика које можемо пронаћи у дидактичкој литератури је иста као што је наведена у „Дидактици“:

- „Фронтални облик
- Групни облик
- Рад у паровима
- Индивидуални облик“ (Јукић, 1998: 221).

Фронтални облик рада често се користи у настави због економичности и једноставнијег планирања. Иако се сматра да овај облик није погодан за диференцирану наставу математике, Н. Петровић сматра да постоје могућности диференцијације и индивидуализације уз диференциране програмске садржаје и захтеве. „У нашим условима правилно диференцирање појединих програмских садржина и захтева у почетној настави математике је веома тешко, али изводљиво. Реално је очекивати да ће се појавом првих валоризованих модела тај посао учинити знатно лакшим и ефикаснијим“ (Петровић, 1999: 98). У диференцираној настави у уводном делу часа може се фронталним обликом рада ученицима објаснити начин рада на часу. Такође, у завршном делу часа фронталним обликом рада може се ученицима дати повратна информација о раду на часу, као и шта је потребно понети за следећи наставни час.

Мрђа (2013) истиче да је могуће превазићи недостатке фронталног облика рада у савременој настави математике следећим активностима:

- Учитељ може да предвиди додатну помоћ за исподпросечне ученике, као и додатне задатке за надтросечне које ученицима може дати пре почетка часа.
- Учитељ може, при одређивању темпа рада, предвидети „празан простор“ у коме ће комуницирати са исподпросечним и натпросечним ученицима, то је фронтални облик усмерен ка одређеној групи.
- Потребно је да доминирају писмене активности ученика, јер се могу контролисати у завршној фази.

Према наведеном, у диференцираној настави потребно је фронтални облик рада комбиновати са другим облицима, како би се постигли бољи резултати у настави.

Групни облик подразумева поделу ученика једног одељења на групе. Свака група добија задатак. Потребно је да сви чланови групе буду активни у раду. Учитељ им даје упутства за рад и усмерава их. На крају, групе извештавају о свом раду. Повезују се извештаји група у целину. Потребно је да ученицима учитељ да повратну информацију о раду. У групном раду могуће је остварити диференцијацију на више начина. Један од начина је диференцирати задатке по групама, тако да свака група добије различит задатак, а сваки члан исте групе исти задатак. У овом случају групе ученика су хомогене тако да свака решава задатке према својим способностима и могућностима (Стевановић, Мурадбеговић, 1990). Виши степен индивидуализације могуће је остварити ако се задаци диференцирају по групама тако да чланови групе добију различите задатке према способностима.

Како се из групног рада издваја *рад у паровима*, могу се организовати хетерогени парови ученика да седе заједно у клупи и да напреднији ученици помажу слабијима (ученици који су на напредном нивоу помажу ученицима који су на основном и средњем нивоу; ученици који су на средњем нивоу помажу ученицима који су на основном нивоу). Како наводе Пикула и Милинковић овај облик рада у диференцираној почетној настави математике може се примењивати „када је из педагошких, психолошких и социолошких разлога неопходно да се формирају хетерогене групе, тј. парови“ (Пикула, Милинковић, 2015: 89). Када у клупи седе ученици који су на истом нивоу, могу да раде исте задатке. Након решавања задатака, могу заменити радове и проверавати рад друга из клупе. Такође, парови могу да раде различите задатке који су на истом нивоу, а затим да један другом провере како су урадили.

Индивидуални облик рада представља начин рада прилагођен сваком ученику, при чему се уважавају индивидуалне карактеристике ученика које обухватају: ниво знања, претходно знање, интересовања, брзину и начин учења. На тај начин се реализује настава која је корисна за ученике (Вилотијевић, 1999; Петровић, Мрђа, 2001; Rasheed, Wahid, 2018). Важно је да учитељ упозна личност сваког ученика, како би могао да припреми наставу у којој би сваки ученик имао могућност да напредује (Ђурић, 1997). Индивидуални рад у диференцираној настави може се примењивати приликом коришћења наставних листића на три нивоа сложености. Може се организовати тако да сви ученици добију задатке за основни ниво и када успешно реше све, прелазе на средњи, а затим на напредни ниво. Друга могућност је да сваки ученик ради задатке који су предвиђени за ниво на коме се налазе, али да имају могућност и да раде неколико задатка за наредни ниво. На тај начин имаће прилику да раде њима одговарајућим темпом, али и да напредују у складу са индивидуалним способностима и могућностима. Све више су актуелне и контролне вежбе припремљене по нивоима сложености. Предности примене индивидуалног облика рада у диференцираној настави су велике. Ученик усваја садржаје према индивидуалном темпу рада, што подстиче његову самосталност, као и упорност (Ђорђевић, Поткоњак, 1985).

Сви поменути облици рада имају примену у диференцираној настави математике. Обично се у току једног наставног часа комбинују различити облици рада, најчешће фронтални и индивидуални или фронтални и групни. У диференцираној настави неопходно је да учитељ припреми наставне садржаје на три нивоа сложености, као и да изабере одговарајуће облике, методе, средства, инструкције рада којим би се уважавале потребе и могућности ученика (Стевановић, Мурадбеговић, 1990; Дејић, Егерић, 2007).

1.5. Улога учитеља у диференцираној почетној настави математике

Ако узмемо у обзир да учитељ представља један од три кључна фактора наставе онда је недвосмислено да је улога учитеља у диференцираној настави од суштинског значаја. У традиционалној настави учитељ презентује ученицима готове наставне садржаје, говори им шта да запамте, наглашава шта је важно и на шта да усмере пажњу (Станковић-Јанковић, 2021). У таквој настави учитељ/наставник има доминанту улогу предавача, испитивача и оцењивача. Савремена настава са друге стране од учитеља очекује не да ученицима саопштава готове информације већ да их води ка знању које се стиче истраживањем, решавањем проблема, откривањем (Стевановић, 1997). У диференцираној настави учитељ „организује, подстиче, примењује различите стилове учења“ (Ђорђевић, Домановић, 2018:261). Да би ово постигао, како истичу исти аутори, неопходно је да учитељ мора добро да познаје личност својих ученика, њихове особине, могућности и жеље. На њему је да подстакне ученике да буду активни, да верују у сопствене способности и да код њих развија одговорност за учење. Улога учитеља у диференцираној настави огледа се у планирању, програмирању, организацији, реализацији и евалуацији наставе. Учитељ „планира и програмира, тј. бира, анализира, распоређује, наставне садржаје“ (Ђорђевић, Домановић, 2018: 261). Диференцирана настава захтева од учитеља да узму у обзир велики број различитих карактеристика ученика приликом припремања наставе (Goddard, Neumerski, Goddard, Salloum, & Berebitsky, 2010). Организација и реализација диференциране наставе обухвата прилагођавање обима и квалитета садржаја способностима ученика, одабир најадекватнијих метода, облика и средстава за рад. Учитељ има задатак да усмерава активност ученика. У диференцираној настави рад ученика може се вредновати на основу остварености дефинисаних образовних стандарда, јер „представљају основу за деловање и дидактичко-методичко поступање“ (Маричић, 2012: 543). Образовни стандарди имају велику важност у диференцираној настави јер „треба да подстакну учитеље да стварају услове, креирају окружење које је прилагођено учениковим могућностима и усмерено на његов развој, одаберу садржаје, поступке, методе, облике рада и друго, како би ученици на крају одређеног образовног нивоа поседовали знања одређеног нивоа квалитета“ (Маричић, 2012: 542).

Томлинсон (Tomlinson, 2001a) истиче да учитељ мора имати способност да процени и одабере најадекватнији начин учења, мора познавати интересовања својих ученика, приближити им различите изворе знања, омогућити им даље усавршавање. „Неопходно је да користи технике које ће подстицати радозналост, самопоштовање и самопоуздање ученика. Наставник мора да препозна када је потребно охрабрити ученика и када је његово самопоуздање угрожено. Мора да успоставља равнотежу између структурираног учења и прилика за самостално учење и ангажовање“ (Михајловић, 2012: 46).

Једна од улога учитеља је и да буде спреман и отворен за промене. Учитељ није више само преносилац знања, већ он мора добро да познаје своје ученике, као и да припрема, организује, усмерава, мотивише, даје повратну информацију ученицима, оспособљава их за самообразовање, и да се стално стручно усавршава.

У диференцираној настави успешни учитељи обезбеђују ученицима пријатну атмосферу за учење у којој се ученици осећају безбедно и слободно (Burket, 1994). Ученике посматрају као појединце које треба поштовати (Tomlinson, 1999; Chapman & King, 2005). Такође, брину и о физичким условима: температури, осветљености, распореду намештаја, нивоу звука (Tomlinson, 1999; Burke & Burke-Samide, 2004; Chapman & King, 2005). У диференцираној настави учитељи усклађују потребе ученика са наставним планом и програмом (Tomlinson & Edison, 2003; Tomlinson & McTighe, 2006). Процењују ученике пре, за време и после учења и на основу тога прилагођавају задатке који су сви подједнако важни (Томлинсон & Едисон, 2003; Tomlinson & McTighe, 2006).

Канон (Cannon, 2017) истиче да учитељи не смеју дозволити да њихови ученици седе беспослено у учионици са наставним листовима испред себе, већ им се мора обезбедити такво окружење да сви буду потпуно укључени у процес учења. Улога учитеља се не сме свести само на преношење знања, већ подразумева и обезбеђење услова за социјални, психолошки и емотивни развој ученика. Учитељ је организатор, ментор, саветник, помагач (Стевановић, Мурадбеговић, 1990; Степановић, Обрадовић, 2010). Учитељ има дужност да помогне ученицима да открију свој стил учења, да добију образовање које максимално подстиче њихове интелектуалне могућности, као и да створе услове за сталну самоевалуацију (Стевановић, Мурадбеговић, 1990; Егерић, Ђурић, 2012; Јоксимовић, 2014). Егерић истиче да је „обавеза нас наставника, који уводимо децу у „храм“ математике, да им на улазу у тај „храм“ понудимо бакљу светлости која ће им обасјавати пут и водити ка врху тог посебног здања, које се зове математика, а нигде му нема краја“ (Егерић, 2004: 185). Канон (Cannon, 2017) истиче да образовање мора бити разнолико и да се мора заснивати на предностима и манама наших ученика, јер ће само тако ученицима бити пружене различите могућности да буду активни у процесу учења. Ландрум и МекДафи (Landrum & McDuffie, 2010) наводе да би учитељи требало да максимално искористе процес учења код сваког ученика, а то се може постићи само када примењују диференцирану наставу. У диференцираној настави учитељ има задатак да омогући свим ученицима да буду активни у настави.

Егерић (2004) сматра да наставни процес учитељ треба започети диференцијацијом наставних циљева и садржаја. Приликом диференцирања програмских садржаја треба, најпре, кренути од прописаног програма, циља и задатака наставе математике. Да би се испоштовао принцип диференцијације и индивидуализације у настави математике, у обзир се морају узети и могућности допунске, додатне наставе и домаћих задатака. На тај начин је могуће да се формира интервал између минималних и максималних програмских садржаја и захтева (Петровић, 1997). Учитељ има важну улогу у диференцијацији почетне наставе математике, а „добро познавање струке услов је без кога нема добре наставе“ (Илић, Гајић, Маљковић, 2008: 29). У диференцираној настави неопходно је да се испоштује неопходна заједничка основа за све ученике. Обавеза учитеља је да усклади захтев фронталне наставе (исти садржај за све ученике) и групног облика рада (садржаји су диференцирани према нивоу и обиму сложености) (Ђорђевић, 1981; Дејић, Милинковић, 2012: 97). Веома је важно на који начин учитељ презентује ученицима наставни садржај, зато што „тај први пријем информација представља базу, основу даљег разумевања и надградње знања“ (Егерић, 2008: 9). Степановић и Обрадовић

(2014) сматрају да учитељ мора да „обезбеди услове и климу у којима сваки ученик може развити своје квалитете. Последњих година учитељ у диференцираној настави може да користи „стандарде образовних постигнућа за одређени разред као једно од средстава за бележење дететовог напретка у учењу и пажљиво прати дететов лични развој“ (Степановић, Обрадовић, 2014: 162). Да би се успешно припремио и реализовао диференцирану наставу, неопходно је да учитељ „имајући у виду наставну јединицу и задатке које треба реализовати на наставном часу, анализира ученике у одељењу са аспекта њихових индивидуалних могућности, способности и предзнања“ (Јукић, 1998: 18). Веома је важно да учитељ поред уџбеника који користе ученици користи и другу литературу за припремање часова, као што су: други уџбеници и збирке за тај разред, математички часописи, методичка литература, интернет. Квалитетна настава у којој се постижу најуспешнији резултати остварује се „када учитељ бира и саставља задатке према индивидуалним способностима својих ученика, када поставља задатке на више различитих начина, са различитим захтевима код истог типа задатка, када истом задатку прилази из различитих углова и примењује различите методе решавања, непосредне или посредне“ (Егерић, 2008: 13). Веома је важно оспособити ученике да самостално истражују, проучавају у настави математике. У процесу стицања знања то не значи да ученике препустимо саме себи, већ је неопходно да их учитељ усмерава. У овако организованој настави улога учитеља је промењена, али он и даље руководи наставним процесом (Баковљев, 1984). Учитељ мора научити ученике како се учи и да је од изузетне важности разумети научено. Егерић наводи да је „интензивно учење и осамостаљивање у раду кључ будуће школе и будућег развоја појединца“ (Егерић, 2008: 11). Учитељи који ефикасно диференцирају су они који доследно и на више начина могу да процене напредак ученика и да критички сагледају сопствени рад (Parsons, Dodman & Burrowbridge, 2014: 41). Значи, веома је важно да ученици активно усвајају знања, разумеју шта уче и стално напредују. За такве резултате у настави неопходно је да учитељи на одговарајући начин усмеравају ученике.

Јоксимовић (2014) истиче да за реализовање успешне диференциране наставе не постоји један усвојени начин, већ је потребно имати више стратегија. Како би био у могућности да то оствари, учитељ мора поседовати дидактичко-методичко, психолошко-педагошко знање, тј. да познаје особине и могућности својих ученика и да је стручњак у свом послу. Уз веће ангажовање, избор квалитетних и разноврсних задатака, учитељ може обезбедити ученицима пријатне услове за учење. На тај начин, учитељ може да оствари боље резултате са својим ученицима (Ђорђевић, 1997, Егерић, 2008). Осим што мора добро да познаје своје ученике, разуме њихове различитости, учитељ мора да се стално усавршава на стручном плану. Јанковић (1998) наводи да се диференцирана настава недовољно примењује, а да су разлози за то: низак ниво опремљености школа модерном образовном технологијом, недовољна стручна оспособљеност учитеља за припремање и примењивање диференцијације у настави, недостатак одређених особина учитеља важних за успешан рад у диференцираној настави. Неопходно је да учитељ добро познаје наставни садржај и подручја која су са њим повезана, као и да буде добро упућен у обим, структуру, дубину и природу наставног садржаја. Потребно је „комбиновање различитих метода, облика и средстава у један целовит дидактички вишеструко функционалан мултимедијални систем, који ће осавременити наставу и подизати њене ефекте до степена који време тражи“ (Мандић, Пејић, 1984: 170). Све ово указује да припрема диференциране наставе захтева од учитеља више времена и ангажовања од припремања класичне наставе.

Амадио (Amadio, 2014) је у свом истраживању дошао до резултата да наставници средњих школа у Минесоти нерадо прихватају иновације. Анкетирани наставници су се изјаснили да је за ефикасну примену диференциране наставе математике у средњој школи потребан концизнији наставни план и програм као и више слободног времена за припрему таквих часова.

Улога учитеља је значајна за све фазе диференциране почетне наставе математике. Учитељ би требало да познаје и уважава индивидуалне способности и интересовања својих ученика и да на основу њих пажљиво планира како ће реализовати одређени наставни садржај. Такође, важно је да припреми одговарајући наставни материјал који му је потребан, а за то је потребно знање, креативност, стрпљење, доста времена, као и материјална средства за шпампање, копирање, прављење математичких модела, радних листова, паноа и сл. Постојање модела диференциране наставе по разредима и по наставним темама би доста помогло учитељима да реализују диференцирану наставу и на тај начин би се више уважавале индивидуалне карактеристике ученика. Као што смо већ истакли, приликом организације диференциране наставе, учитељ има тежак задатак, јер треба да истовремено испоштује захтев наставе која је заједничка за све ученике из одељења, и да уважи индивидалне способности сваког ученика. Односно, учитељ мора да усклади захтеве фронталне наставе и групног облика рада, тј. садржај који је исти за све ученике и садржај диференциран према обиму и степену сложености (Дејић, Егерић, 2007). Приликом реализације диференциране почетне наставе математике, неопходно је да учитељ обезбеди услове који ће омогућити свим ученицима да се пријатно осећају на часу, као и да им пружи повратну информацију о њиховом учењу.

2.ОБРАЗОВНИ СТАНДАРДИ ПОСТИГНУЋА

Крајем прошлог века образовање засновано на стандардима било је актуелно у више земаља: САД, Велика Британија, Немачка, Финска. Примена стандарда постигнућа у Немачкој и Аустрији има већу важност него у САД, пошто се стандарди примењују како за проверавању остварености исхода учења, тако и као помоћ приликом процеса вредновања и подстрек за промену начина учења (Маричић, 2012: 539). У Финској не постоје екстерне провере на националном нивоу, већ је наставник главни носилац евалуације остварености стандарда (Ђелић, 2014). Стандарди постигнућа у Републици Србији најсличнији су онима који су дефинисани у Немачкој. У Немачкој стандарди постигнућа дефинишу циљеве образовања у форми исказа, који су изражени у облику компетенција које би ученици требало да имају (Ђелић, 2014). Слично томе, у Србији се стандардима дефинише која знања, такође и вештине ученик мора да поседује на одређеном нивоу.

„Стандарди постигнућа ученика, односно образовни стандарди за крај првог циклуса обавезног образовања за предмете Српски језик, Математика и Природа и друштво се обавезно примењују у Србији од 2011. до 2012. школске године“ (Дејић, Миленковић, 2016: 17). Прецизирани су на три нивоа и указују која знања, умења и вештине би ученици требало да имају по завршетку одговарајућег циклуса у образовању. Основни ниво знања, пожељно је да оствари више од 80% ученика. На средњем нивоу пожељно је да захтеве оствари око 50% ученика. Захтеве који су дефинисани на напредном нивоу, ваљало би да оствари око 25% ученика (Левков, Картал, 2010; Образовни стандарди за крај обавезног образовања, 2010). Јасно је уочљива разлика између садржаја које сви ученици треба да усвоје и оних које треба да оствари само одређени број ученика (Станојевић и сар. 2010; Левков, Картал, 2010; Дејић, Миленковић, 2016). „Школа треба да обезбеди услове који ће омогућити ученицима да усвоје знања и вештине које су неопходне за успешно достизање дефинисаних стандарда“ (Дејић, Миленковић, 2016: 17). Миловановић (2008) указује да су образовни стандарди законом утврђени нормативи који се односе и на квантитет и на квалитет наставних садржаја, а усклађени су са психофизичким способностима и карактеристикама ученика. Представљају исказе који описују која би темељна знања, умења и вештине ученици требало да усвоје и развију до одређеног образовног нивоа како би се успешно укључили у нормалне животне и образовне токове (Миловановић, 2008; Станојевић и сар. 2010). Стандарди би требало да буду флексибилни, да представљају широк спектар концепата и вештина, а наставници са друге стране да прилагоде наставни план и програм како би задовољили индивидуалне потребе ученика (Cannon, 2017). Стојановић и Малиновић–Јовановић стандарде виде као „узор, образац и основно мерило“ приликом поређења и процене остварености задатака у наставном процесу (Стојановић, Малиновић – Јовановић, 2014: 156).

„Данас су стандарди и стандардизација иновација која је узела маха и чији је значај потврђен у низу земаља, како развијеног Запада, Блиског и Далеког истока, тако и чланица Европске уније и оних који преферирају да буду део те Европе, па и земаља из нашег окружења и дојучерашњим федералним јединицама бивше СФРЈ” (Миловановић, 2008: 282). Анализирајући садржаје и циљеве образовања, увођење образовних стандарда је „померило фокус на исходе образовања, тј. знања, вештине, ставове и вредности које ученик треба да научи и развије кроз учешће у образовном процесу“ (Бауцал, 2013: 8).

Циљ увођења стандарда у образовни систем Р. Србије јесте повећање ефикасности наставе и учења. Левков и Катрал (2010) указују да нам образовни стандарди омогућавају да се образовни циљеви и задаци преведу у конкретнију форму, односно да се конкретнијим језиком опишу постигнућа, стечена знања, вештине и умења ученика. Ово значи да су стандардни дефинисани у форми мерљивог, односно проверљивог понашања ученика. Исти аутори истичу да је израда стандарда дуготрајан процес којим се мењају кључни елементи образовне културе. Стандарди се временом могу дорађивати, проширивати, прилагођавати и на тај начин се унапређују и усавршавају (Левков, Картал, 2010). Чине важну основу за оцењивање постигнућа ученика (Палекчић, 2007, Стојановић, Малиновић – Јовановић, 2014). Стандарди представљају темељ „на основу ког учитељ одређује и бира оптималну методологију рада, која ће уважавајући потребе, интересовања и могућности ученика омогућити остваривање одговарајућих стандарда постигнућа“ (Маричић, Шпијуновић, 2014: 23).

Стандарди постигнућа су конципирани тако да имају следеће карактеристике: обухватају сва битна знања током једног циклуса школовања која су проверљива, омогућавају диференцијацију, односно прављење разлика између различитих нивоа постигнућа, дефинисани су тако да буду разумљиви свим учесницима у образовању, могу да се остваре уз одговарајућу активност, примењиви су и обавезни за све ученике (Образовни стандарди за крај обавезног образовања, 2010).

„Стандарди се означавају на следећи начин: скраћеница за назив предмета (нпр. МА. – математика); први број је ознака за ниво (1. – основни ниво, 2. – средњи ниво, 3. – напредни ниво); други број је ознака за област (1, 2, 3, 4. итд); трећи број је редни број стандарда у одређеној области на одређеном нивоу“ (Образовни стандарди за крај обавезног образовања, 2010: 6).

У овом поглављу нарочиту пажњу усмерићемо на могући значај стандарда постигнућа у диференцираној почетној настави математике, као једном савременом приступу у настави.

2.1. Стандарди постигнућа наставног предмета Математика на крају првог циклуса образовања

Израда стандарда постигнућа за предмет Математика одвијала се у више корака. Најпре је анализиран наставни план и програм, а затим је садржај предмета подељен на следеће области: Бројеви и операције са њима, Алгебра и функције, Геометрија, Обрада података и Мерење. У наредном кораку дефинисано је шта треба ученици да савладају на основном, средњем и напредном нивоу за сваку наведену област. Након тога, радна група која се бавила процесом дефинисања стандарда, саставила је око 300 задатака за тестирање знања вештина за сва три нивоа. Организовано је пробно тестирање којим је проверен предвиђени модел дефинисаних исказа, као и квалитет припремљених задатака. После пробног испитивања модификовани су предлози исказа и припремљени су задаци којима могу да се тестирају све предвиђене области. Како би се дошло до објективних резултата, задаци су тестирани на репрезентативном узорку, а учитељи су изнели своје мишљење о тестираним исходима. Ослањајући се на добијене резултате, радна група је закључила да је постигнућа ученика у свакој области могуће дефинисати на три нивоа (Образовни стандарди за крај обавезног образовања, 2010).

Коришћење образовних стандарда у настави математике у млађим разредима је основа за „целокупну организацију почетне наставе математике - планирање, рад учитеља и ученика у настави и вредновање остварених резултата“ (Маричић, Шпијуновић, 2013: 446). Дејић и Милинковић (2012) сматрају да образовне стандарде у почетној настави математике можемо посматрати као систематски покушај да се промени приступ настави математике. По њима, стандардима се указује да је неопходно диференцирано гледати на задатке који су програмом дефинисани. Маричић (2012) истиче да би у почетној настави математике образовни стандарди требало да утичу на учитеље да створе и креирају одговарајуће услове за учење који одговарају могућностима ученика и које је усмерено на његов развој. Веома је важно да, како би ученици стекли знања одређеног нивоа квалитета и квантитета на крају одређеног образовног нивоа, учитељи одаберу одговарајуће садржаје, методе и облике рада. То значи да су образовни стандарди основно полазиште не само у процесу планирања и припремања наставе, већ и за процес евалуације нивоа знања ученика. Спроведена истраживања (Стевановић, Мурадбеговић, 1990; Гусев, 2003; Миловановић, 2008; Дејић, Милинковић, 2012; Ђелић, 2014; Дејић, Миленковић, 2016.) показују да диференцирана настава математике која се ослања на образовне стандарде треба да има централно место у процесу који учитељ спроводи. С обзиром да стандарди имају велики значај у унапређењу наставе математике и подизању квалитета знања ученика, требало би потпуно стандардизовати наставу математике (Миловановић, 2008).

Стандарди постигнућа за крај првог циклуса наставног предмета Математика садрже укупно четрдесет осам стандрада. Формулисани су на три нивоа за сваку од следећих области: Природни бројеви и операције са њима, Разломци, Геометрија и Мерење и мере (Образовни стандарди за крај обавезног образовања, 2010; *Службени гласник РС– Просветни гласник*, бр. 5/2011). Основни и напредни ниво садрже по петнаест, док средњи ниво садржи укупно осамнаест стандарда. За област Геометрија формулисано је 15 стандарда (4 за основни, 6 за средњи и 5 за напредни ниво), а за област Разломци 6 стандарда, и то по 2 за сваки ниво. У даљем тексту наводимо по један пример задатка према образовним стандардима за сваки ниво знања (основни, средњи и напредни) за област Геометрија и за област Разломци, које смо креирали и користили у свом истраживању за иницијални и финални тест знања.

2.1.1. Стандарди постигнућа у области геометрије

Геометријски садржаји повезани су са другим садржајима у почетној настави математике. Приликом изградње појма броја, а такође и појмова рачунских операција користе се геометријске фигуре. Слично, бројеве користимо за усвајање неких својстава геометријских фигура. У оквиру геометријских садржаја обухваћени су и геометрија облика и геометрија мерења, тј. мерења површи.

Програмом наставе и учења садржаји о мерењу површине предвиђени су у оквиру наставне теме Мерење и мере („Службени гласник РС“ бр. 88/17, 27/18 – др. закон и 10/19). С друге стране, образовни стандарди сврставају ове садржаје у област геометрије, док садржаје о мерењу времена, запремине течности и масе, као и новац сврставају у област мерења и мера (Антић, Ђокић, 2018). Разлике у сврставању мерења и мера имају смисла, јер мерење представља сусрет броја и геометрије и као такво јесте одлично средство које омогућава разумевање квантитавних односа у нашем окружењу (Parmar et al., 2011 према Антић, Ђокић, 2018). Мерење представља процес придруживања броја физичком својству неког објекта и као основну сврху има упоређивање. Мада, како наводе Клементс и Батиста (Clements & Battista, 1986), мерење није по својој природи геометријско, али представља суштински део геометрије. Неоспорно је да су мерење и геометрија нераскидиво повезани. Наиме, када ученици врше мерења, они мере димензије фигура и тела при чему је то мерење условљено својствима мерених геометријских објеката. Појмови обима и површине истовремено представљају и геометријске појмове и величине које се могу мерити (Herendiné-Kónya, 2015). У ТИМСС истраживању садржаји о мерењу и мерама су, такође су припојени области геометрије, односно груписани су у оквиру исте области. Односно, ТИМСС задаци у области геометрије укључују и садржаје о мерењу и мерама (Džumhur, Ševa, Rožman, 2022).

Узевши у обзир све наведено, а како се наше истраживање базира на примени образовних стандарда као основе за диференцијацију у настави, одлучили смо да усвојимо класификацију геометријских садржаја дату у документу *Општи стандарди постигнућа – образовни стандарди за крај првог циклуса обавезног образовања за предмет Математика* (2011). Уовом документу дефинисани су образовни стандарди за област Геометрија за сва три нивоа (2011: 1-3).

„<u>Основни ниво</u>

1МА.1.2.1. уме да именује геометријске објекте у равни (квадрат, круг, троугао, правоугаоник, тачка, дуж, права, полуправа и угао) и уочава међусобне односе два геометријска објекта у равни (паралелност, нормалност, припадност)

1МА.1.2.2. зна јединице за мерење дужине и њихове односе

1МА.1.2.3. користи поступак мерења дужине објекта, приказаног на слици, при чему је дата мерна јединица

1МА.1.2.4. користи поступак мерења површине објекта, приказаног на слици, при чему је дата мерна јединица” (2011: 1).

„<u>Средњи ниво:</u>

1МА.2.2.1. уочава међусобне односе геометријских објеката у равни

1МА.2.2.2. претвара јединице за мерење дужине

1МА.2.2.3. зна јединице за мерење површине и њихове односе

1МА.2.2.4. уме да израчуна обим троугла, квадрата и правоугаоника када су подаци дати у истим мерним јединицама

1МА.2.2.5. уме да израчуна површину квадрата и правоугаоника када су подаци дати у истим мерним јединицама

1МА.2.2.6. препознаје мрежу коцке и квадра и уме да израчуна њихову површину када су подаци дати у истим мерним јединицама“ (2011: 2).

„<u>Напредни ниво</u>

1МА.3.2.1. претвара јединице за мерење површине из већих у мање

1МА.3.2.2. уме да израчуна обим троугла, квадрата и правоугаоника

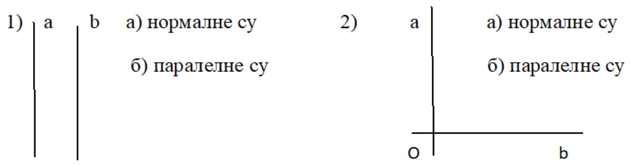
1МА.3.2.3. уме да израчуна површину квадрата и правоугаоника

1МА.3.2.4. уме да израчуна обим и површину сложених фигура у равни када су подаци дати у истим мерним јединицама;

1МА.3.2.5. уме да израчуна запремину коцке и квадра када су подаци дати у истим мерним јединицама“ (2011: 3).

Наводимо примере задатака за сва три нивоа (Пример 5, Пример 6, Пример 7).

Пример 5. Основни ниво – област Геометрија

Стандард	Пример задатка
1МА.1.2.1.	У каквом међусобном положају се налазе нацртане праве? Заокружи слово испред тачног одговора. 

Пример 6. Средњи ниво – област Геометрија

Стандард	Пример задатка
1МА.2.2.2.	Изрази: 1km = _______ m 4dm = __________ cm 560mm = _________ cm 9cm = ___________ mm

Пример 7. Напредни ниво – област Геометрија

Стандард	Пример задатка
1МА.3.2.2.	Башта има облик правоугаоника, а школски парк облик квадрата. Имају исте обиме који износе 48m. Ако је дужина баште је за 8 m краћа од дужине парка, колика је ширина баште? Ширина баште је ____________________

2.1.2. Стандарди постигнућа у области разломака

Садржаји о разломцима обухватају читање, записивање и графичко приказивање разломака, упоређивање разломака и рачунање неког дела целине. Новим планом наставе и учења за четврти разред предвиђени су садржаји из области разломака који нису још увек обухваћени стандардима (Просветни гласник, 2019: 39). Новину представљају следећи садржаји: сабирање и одузимање разломака који имају имениоце, као и увођење појма разломка у децималном запису и рачунске операције сабирања и одузимања са децималним бројевима. С обзиром на то је наше истраживање реализовано пар година пре доношења новог плана наставе и учења, ове садржаје није било могуће накнадно обухватити и укључити у експериментални програм.

Образовни стандарди за област Разломци за основни, средњи и напредни ниво Образовни стандарди за област Разломци за основни, средњи и напредни ниво (Општи стандарди постигнућа – образовни стандарди за крај првог циклуса обавезног образовања за предмет Математика, 2011: 1-3) садрже следеће исказе:

„Основни ниво

1MA.1.3.1. уме да прочита и формално запише разломак (n ≤ 10) и препозна његов графички приказ

1MA.1.3.2. уме да израчуна половину, четвртину и десетину неке целине“ (2011: 1)

„Средњи ниво

1MA.2.3.1. уме да препозна разломак $\frac{a}{b}$ (b ≤ 10, a < b) када је графички приказан на фигури подељеној на b делова

1MA.2.3.2. уме да израчуна n-ти део неке целине и обрнуто, упоређује разломке облика $\frac{1}{n}$ (n ≤ 10)“ (2011: 2).

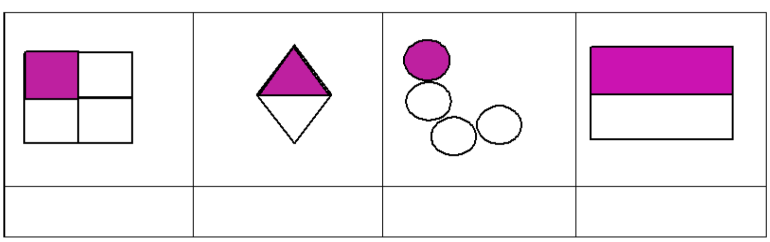
„Напредни ниво

1MA.3.3.1. уме да прочита, формално запише и графички прикаже разломак $\frac{a}{b}$ (b ≤ 10, a < b)

1MA.3.3.2. зна да израчуна део $\frac{a}{b}$ (b ≤ 10, a < b) неке целине и користи то у задацима“ (2011: 3).

Наводимо примере задатака за сва три нивоа (Пример 8, Пример 9, Пример 10).

Пример 8. Основни ниво – област Разломци

Стандард	Пример задатка
1MA.1.3.1.	Обојени део фигуре представи разломком. 

Пример 9. Средњи ниво – област Разломци

Стандард	Пример задатка
1МА.2.3.2.	Шта је веће $\frac{1}{4}$ броја 148 или $\frac{1}{2}$ броја 148? Израчунај, а затим упореди бројеве.

Пример 10. Напредни ниво – област Разломци

Стандард	Пример задатка
1МА.3.3.1.	На Веколинином рођендану деца су појела половину торте, рођаци четвртину, а комшије осмину. Који део торте је преостао? Решење представи цртежом. Преостао је ____________ део торте.

3. ДИФЕРЕНЦИРАНА НАСТАВА МАТЕМАТИКЕ И ОБРАЗОВНИ СТАНДАРДИ ПОСТИГНУЋА УЧЕНИКА

Поштовање афинитета ученика представља имератив савремене школе. „Уважавање различитих карактеристика ученика један је од најважнијих задатака којима тежи савремена школа, тако да диференцирање наставе и образовни стандарди добијају велику важност“ (Миленковић, 2022: 331). Такође, важно је да учитељ „истовремено и подједнако води рачуна и о потребама групе ученика, и о потребама појединца“ (Михајловић, 2012: 46).

Узевши у обзир да су стандарди постигнућа формулисани на три нивоа, намеће се потреба да детаљније размотримо њихову повезаност са диференцираним приступом настави. У савременој настави математике диференцијација садржаја може се остварити применом наставе на више нивоа сложености, а „у последњим декадама XX века специфичност индивидуализоване и диференциране наставе образовних система многих земаља је настава заснована на стандардима и стандардизацији наставног процеса“ (Миловановић, 2008а: 470). У диференцираној настави математике, слично као и код стандарда постигнућа ученика, предуслов за прелаз на наредни ниво је да ученик овлада претходним нивоом (Образовни стандарди за крај обавезног образовања, 2010; Дејић, Милинковић, 2012). „Без обзира што су у диференцираној настави захтеви различити на сваком нивоу, садржаји наставне јединице морају одржавати логичку целину на сваком нивоу. То значи, у оквиру садржаја једне наставне јединице мора бити разрађен минималан, оптималан и максималан део програма на који се односи та наставна јединица“ (Дејић, Милинковић, 2012: 99). На тростепену повезаност диференциране наставе и нивоа стандарда постигнућа ученика указују Дејић и Миленковић (2016).

Табела 1. *Повезаност стандарда постигнућа ученика и ниво диференциране наставе (Дејић, Миленковић, 2016: 18)*

Диференцирана настава	**Нивои стандарда постигнућа ученика**
„**1. ниво** – битни, суштински садржаји који обезбеђује обавезни, минимални фонд знања“ (Дејић, Миленковић, 2016: 18).	„**1. ниво** – битни, базични садржаји који обезбеђују обавезни, минимални фонд знања“ (Исто, 2016: 18).
„**2. ниво –** издвајају се фундаментални, оптимални садржаји предвиђени наставним програмом“ (Исто, 2016: 18).	„**2. ниво** – фундаментални, оптимални садржаји“ (Исто, 2016: 18).
„**3. ниво –** проширују се фундаментални садржаји до неког до-звољеног максимума у оквиру програма“ (Исто, 2016: 18).	„**3. ниво** – максимална постигнућа ученика“ (Исто, 2016: 18).

Уочавамо да основни ниво како диференциране наставе, тако и стандарда постигнућа обухвата знање које је минимално и које би већина ученика требало да савлада усвоји. Следећи ниво представљају оптимални садржаји, док највиши обухвата проширене оптималне садржаје који представљају највиша постигнућа ученика (Дејић, Милинковић, 2012; Дејић, Миленковић, 2016; Миленковић, 2022).

У нашим школама одељења чине ученици различитих нивоа способности. Ђурић (1998) истиче да је најједноставније захтеве у настави диференцирати на три нивоа, јер се ученици по постигнућу најчешће класификују на изнадпросечне, просечне и исподпросечне. Егерић (2004) сматра да се применом унутрашње диференцијације и то пре свега садржајне диференцијације постижу најбољи образовни ефекти јер се сваком ученику омогућава да се развије до свог максимума. „У овом облику диференцијације основни циљеви и задаци наставе математике не подлежу диференцијацији, већ само обим, дубина, степен тежине, сложености и апстрактности наставног садржаја, као и темпо и начин усвајања градива" (Дејић, Милинковић, 2012: 101). Међутим, при диференцијацији садржаја неопходно је уважити основни захтев који претпоставља да сви ученици остваре одређени степен знања који им је потребан за даље напредовање и развој. Сви ученици добијају заједнички фонд знања, а затим се наставља са диференцијацијом. На тај начин се обезбеђује максималан развој личности ученика у границама његових индивидуалних могућности (Стевановић, Мурадбеговић, 1990: 237; Образовни стандарди за крај обавезног образовања, 2010).

Недостаци наставе која одговара просечним ученицима, могу се делимично ублажити учењем на три нивоа тежине. Такав начин рада представља „диференцијацију наставе с обзиром на тежину захтева који се постављају ученицима" (Марковац, према Јукић, 1998: 553). Према речима Марковића „дидактички је оправдано сачинити задатке на више нивоа сложености како би се различитим модалитетима настава више прилагодила могућностима ученика" (Марковић, 2006: 32). У књизи *Психолого-педагогические основы обучения математике,* А. Гусев наводи пример диференцијације задатака из области геометрије за више разреде основне школе на четири нивоа. Дати су примери задатака за паралелограм, правоугаоник, квадрат, ромб, трапез. Наводимо неке од примера за правоугаоник. Први ниво: Докажите да су дијагонале правоугаоника једнаке. Други ниво: Докажите да ако паралелограм има све углове једнаке, онда је то правоугаоник. Трећи ниво: Докажите да ако су дијагонале паралелограма једнаке дужине, тај паралелограм је правоугаоник. Четврти ниво: Докажите да је у правоугаонику велика страница мања од дијагонале, али већа од половине збира две суседне странице (Гусев, 2003). Уочавамо да је задатак сваког наредног нивоа тежи и сложенији од задатка претходног нивоа. Мада су задаци које Гусев наводи намењени ученицима старијих разреда и диференцирани на четири нивоа сложености, можемо уочити да је принцип исти као код ученика млађих разреда и када се врши диференцирање задатака на три нивоа, а то је да је сваки наредни ниво тежи од претходног. Најчешће се настава диференцира на три нивоа тежине који одговарају: бољим, средњим и слабијим ученицима. На тај начин настава се прилагођава групи ученика, а не појединим ученику (Марковац, 1992, према: Јукић, и сар., 1998). Оваквим начином рада не нарушава се јединство разредног колектива (Јукић, и сар., 1998). То је веома важно јер се ученици не одвајају у посебне групе, а раде према својим могућностима

У настави математике важну улогу имају математички задаци и зато је потребно да учитељ оспособи ученике да успешно решавају и самостално постављају математичке задатке. Математички задаци представљају и циљ и средство наставе математике. Циљ наставе математике може се постићи решавањем система математичких задатака (Дејић, Егерић, Михајловић, 2015). Улога математичких задатака је вишеструка и огледа се у томе да повезују наставу математике са свакодневним животом, доприносе развоју математичког мишљења и закључивања, развијају пажњу, вољу, истрајност, упорност (Дејић, Егерић, 2007; Ибро, Гајтановић, 2017). С обзиром на значајну улогу задатака у настави математике, посебну пажњу треба посветити њиховом избору који треба ускладити са циљем и задацима часа и образовним стандардима постигнућа (Ибро, Гајтановић, 2017). Према Миловановићу, важност математичких задатака с обележјем стандарда огледа се у томе што „пружају могућност сваком ученику да у стицању математичких знања напредује у складу са својим интелектуалним способностима и математичким интересовањима" (Миловановић, 2008: 482). Такође, аутор наводи да математички задаци могу имати минималне, средње и високе стандарде. Математички задаци који имају обележја минималних стандарда своде се на решавање једноставних и мање сложених захтева и на примену елементарних знања. Математички задаци са обележјем средњих стандарда подразумевају виши мисаони процес у односу на претходне и пружају квалитетна знања која омогућавају даље развијање математичких способности. Математичким задацима који имају обележје високих стандарда подстиче се самосталност ученика у раду, процес анализирања, закључивања, откривања и истраживања, као и разумевање (Миловановић, 2008).

Како је свако дете индивидуа за себе, оправдано је реализовати диференцијацију у настави. Индивидуалне могућности ученика уважавају се учењем математике на три нивоа сложености. Ученици морају научити како да уче и да разумеју оно што уче (Дејић, Егерић, Михајловић, 2015; Дејић, Миленковић, 2016).

Улога образовних стандарда приликом диференцијације јесте да омогући реализацију наставе на три нивоа у којој ће сви ученици имати могућност да напредују. Повезаност стандарда постигнућа и диференциране наставе може помоћи учитељима у припремању и реализовању часова обраде и утврђивања почетне наставе математике.

Примена диференцијације на часовима обраде углавном се повезује са самосталним радом ученика. Самосталним учењем у диференцираној настави сваком ученику се пружа могућност да напредује темпом који њему одговара у складу са индивидуалним способностима и могућностима. Све ово подиже квалитет наставе у смислу да су тако усвојена знања трајнија, квалитетнија и примењивија, а код ученика се развија и подстиче самосталност, мишљење и формира се личност (Стевановић, Мурадбеговић, 1990; Егерић, 2003; Стишовић-Милановић, 2009). „Успех у настави математике неће изостати ако ученик формира потребу за самосталним учењем и ако чешће доживљава позитивно поткрепљење које добија пратећи континуирано резултате свог рада; а биће у ситуацији да прати своје резултате ако решава задатке примерене својим тренутним могућностима и нешто мало изнад њих, а то омогућава диференцирана настава" (Дејић, Егерић, 2003: 356). Веома је важно да ученици имају адекватну повратну информацију, јер ће им то пружити могућност да се даље развијају и усавршавају.

Егерић (2004) истиче како је битно да ученици стечена знања могу применити у животу. Веома је важно да се свим ученицима не постављају исти захтеви. Ученицима који имају развијеније способности и који уче брже и лакше треба „мање репрезентативних примера и зато им треба понудити задатке у којима ће развити своју ширину, дубину и вештину у размишљању и примени знања" (Егерић, 2008: 11). Ученицима којима је потребно више времена да се сете одређених правила и или поступка решавања неког задатка, неопходно је омогућити им да настава буде очигледнија и конкретнија (Егерић, 2008). Потребно је обезбедити свим ученицима услове за учење и напредовање.

Наставни листићи на три нивоа сложености, када се користе на часовима обраде, потребно је да имају исте садржаје али различите захтеве. Тако ученици усвајају знања према сопственим могућностима и оним темпом учења који им одговара. „Сматра се да је учење путем наставних листића врло активан облик наставног рада. Ученици су, у складу са својим психофизичким могућностима ангажовани током целог часа, задаци су примерени њиховом узрасту (способностима)“ (Стевановић, Мурадбеговић, 1990: 235). „Наставник треба да прати квантитет и квалитет ученичких постигнућа на наставним листићима и да редовно региструје постигнуте индивидуалне и групне резултате“ (Стевановић, Мурадбеговић, 1990: 235). За потребе нашег рада припремили смо наставне листове на три нивоа за самостално учење. При томе, држали смо се принципа да сви ученици усвајају исте садржаје, али да имају различите захтеве и задатке за одређени ниво.

Циљ часова утврђивања јесте да ученици понове и учврсте усвојена знања, као и да примењују знања која су стекли. Према Марковићу „дидактички је оправдано сачинити задатке на више нивоа сложености како би се различитим модалитетима настава више прилагодила могућностима ученика. Уколико ученици у току часа имају могућност бирања различитих задатака по нивоима сложености, утолико ће и економичност и искоришћеност интелектуалног капацитета ученика бити већа” (Марковић, 2006: 32). Овакав начин рада обезбеђује да ученици на часу не буду пасивни, већ мисаоно ангажовани. Приликом припремања и одабира задатака у почетној настави математике веома је важно да учитељ зна како може одређени математички задатак да учини лакшим, односно тежим (Пикула, Милинковић, 2015). Диференцијација се, према речима Стевановићу и Мурадбеговићу, односи најчешће на „сложеност, тежину и обим – количину задатака. У зависности од личних способности ученици ће добијати простије или сложеније задатке, већи или мањи број задатака. На једном листићу могу се налазити лакши и тежи задаци па ће сваки ученик радити оне задатке који му одговарају“ (Стевановић, Мурадбеговић, 1990: 233). Овакав начин рада пружа ученицима могућност да прелазе и на групу тежих и на групу лакших задатака. Приликом припремања адекватних математичких задатака, важан задатак учитеља је и да размисли о „врсти и интензитету помоћи и начину и времену пружања ученику уз истовремено уважавање принципа минималне помоћи и прилагођавање фазама решавања задатака“ (Пикула, Милинковић, 2015: 99).

Цех (Zech, 1999) предлаже пет нивоа помоћи ученицима. Петровић, Мрђа и Лазић (2012) у свом раду описују те врсте помоћи и наводе примере њихове примене у почетној настави математике.

1. Под *мотивационом помоћи* подразумевају помоћ која има за циљ да мотивише, охрабри и усмери ученике на активност.

Примери мотивационе помоћи: Задатак није тежак; Буди упоран; Успећеш (Петровић и сар. 2012); Ти то можеш; Сигурно ћеш успети.

2.Помоћ за повратну информацију пружа ученику обавештење да је на добром путу да реши задатак или не.

Примери помоћи за повратну информацију: Настави тако; На правом си путу; Поступак и тачно решење је... (Петровић и сар. 2012).

3. *Општестратегијска помоћ* односи се на хеуристичка правила о начинима решавања проблемских задатака. Петровић, Мрђа и Лазић истичу да је приликом њиховог формулисања потребно придржавати се Пољине схеме која садржи четири етапе решавања математичких задатака.

Примери за општестратегијску помоћ (Петровић и сар. 2012; Мрђа, 2013):

(а) Разумевање проблема: Ученик се усмерава да пажљиво прочита текст и сагледа проблем у задатку, да уочи кључне делове текста значајне за решавање задатка.

(б) Стварање плана за решавање: Ученик се усмерава да употреби све расположиве податке, означи све потребне податке и одабере адекватну методу за решавање задатка.

(в) Спровођење плана: Ученик се усмерава да размотри све што је до тада учинио , да математички модел проблемског задатка постави, да реши математички модел, а решење да изрази и речима.

(г) Освртање на решење: Ученик се усмерава да провери поступак решавања задатка и на покушај да реши задатак на други начин.

4. *Стратегијска помоћ* која је *усмерена на садржај* даје одговарајуће препоруке и упутства која се односе на започињање решавања.

Примери за стратегијску помоћ: Ученик се усмерава да размисли шта прво треба да уради, да користи одређену методу у решавању задатка (методу једначина, графичку методу, ...)

5. С*адржајна помоћ* подразумева давање упутстава која су везана за одговарајуће појмове и правила. Инструкције у оквиру садржајне помоћи могу бити различите, али важи правило да је директна помоћ већа од индиректне (Петровић и сар. 2012).

Примери за садржајну помоћ (Петровић и сар. 2012):

- Директна садржајна помоћ: Ученик се упућује да нацрта још једну линију.
- Индиректна помоћ: Ученик се обавештава да му је потребна још једна линија.
- Директна садржајна помоћ: Ученик се упућује да одређену величину означи као непознату величину x.
- Индиректна помоћ: Ученика питамо шта би било најадекватније да се означи као непозната x?
- Директна садржајна помоћ: Напиши изразе за остале битне величине преко непознате.

  Индиректна помоћ: Које битне величине би требало изразити преко непознате.
- Директна садржајна помоћ: Ученик се упућује да формира једначину користећи изразе са једнаким вредностима, а затим је реши.
- Индиректна помоћ: Ученика питамо којим изразима се може формирати једначина.

На основу претходно изнетог, можемо закључити да постоји недвосмислена веза између диференцијације на три нивоа сложености и образовних стандарда постигнућа. С обзиром на позитивне ефекте диференцијације на које смо указали у претходним поглављима, сматрамо да би је требало користити и приликом обраде новог градива и приликом утврђивања и понављања, а као полазиште за њену припрему и реализацију могу нам помоћи управо образовни стандарди. У нашем истраживању, и приликом дизајнирања експерименталног програма, али и истраживачких инструмената пошли смо од основних принципа диференциране наставе, као и од стандарда постигнућа и њихове међусобне везе. Како се настава математике реализује кроз израду и решавање математичких задатака који представљају њен незаобилазан сегмент, посебну пажњу приликом дизајнирања експерименталног програма посветили смо управо њиховом креирању. Приликом креаирања експерименталног програма, разматрали смо и врсте и начин пружања помоћи ученику.

4. ПОСТИГНУЋА УЧЕНИКА У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Према одлуци Министарства просвете и спорта 2006. године спроведено је Национално тестирање ученика 4. разреда. Ово тестирање реализовано је као део пројектне компоненте „Развој стандарда и вредновање пројекта Развој школства у Републици Србији“ (Пејић, Тодоровић, 2007). Основни циљ реализације поменутог националног тестирања био је да се на основу добијених резултата оствари увид о нивоу и квалитету постигнућа ученика што би представљало полазни корак у планирању унапређивања система образовања и васпитања. Резултати су показали да су просечна постигнућа ученика 4. разреда на националном испитивању 2007. године у Србији износила 59,5% из математике. Постигнућа из математике по областима су: 47,57% из геометрије, 57,28% из разломака, 61,20% из решавања проблема из свакодневног живота, 66,29% из операције са природним бројвима и 68,34% из природних бројева (Пејић, Тодоровић, 2007).

У Републици Србији поред националног испитивања, изводи се и тестирање у оквиру међународних студија постигнућа ученика, а то су: TIMSS и PISA. Како се TIMSS истраживање ради у основној школи, а PISA истраживањем се испитују постигнућа ученика завршних разреда основних школа, осврнућемо се на резултате TIMSS истраживања, зато што су наше истраживање и експериментални програм усмерени на ученике 4. разреда основне школе.

TIMSS истраживање је до сада споведено у пет циклуса. Наши ученици су на тестирању из математике спроведеном 2019. године постигли у просеку 508 поена, што је за 8 поена изнад оствареног просека. TIMSS постигнућа ученика из математике класификује на четири нивоа. У истраживању TIMSS 2019. године, ученици из Србије остварили су следеће резултате: 7% ученика је достигло напредан ниво постигнућа, висок ниво остварило је 32% ученика, средњи ниво достигло је 68%, док је 89% ученика остварило најнижи ниво (Ђерић и сар.2020). За потребе рада размотрили смо посебно постигнућа ученика у области геометрије и разломака.

4.1. Постигнућа ученика у области геометрије и разломака

„Геометрија је у свом првобитном значењу представљала науку о фигурама, њиховом трансформисању, узајамном положају и размерама њихових делова“ (Дејић, Егерић, Михајловић, 2015:69). Приликом изучавања геометријских садржаја у млађим разредима основне школе крећемо најпре од просторних облика које можемо уочити у непосредном окружењу и свакодневном животу. У наредном кораку издвајамо равне геометријске облике, а потом и линије којима су наведени геометријски облици ограничени и тачке које уочавамо као пресеке линија. Ученици најпре геометријске објекте препознају по облику, затим уочавају њихова својства, откривају нова и изводе одговарајуће закључке (Дејић, Егерић, Михајловић, 2015). Геометрија у прва четири разреда основне школе има задатак да код ученика развија способност посматрања и учења откривањем (Backe-Neuwald, 2000). Осим тога, изучавање геометријских садржаја је битно јер код ученика подстиче развој не само геометријских способности, већ и логичког мишљења (Дејић, Егерић, Михајловић, 2015).

Као што смо већ навели у претходним поглављима, образовни стандарди за област Геометрија обухватају и садржаје везане за геометрију мерења, односно садржаје који се односе на мерење површине (Антић, Ђокић, 2018). Дејић, Егерић, Михајловић (2015) наводе како је потребно да садржај и структура програма омогуће да се мере и мерења обраде у тесној вези са геометријом и аритметичким појмовима. Тешкоће у савладавању ових садржаја огледају се у томе што деца тешко схватају улогу мерења и мера у практичном животу. Приликом обраде мерења величина, потребно је користити очигледна средства, као и мерење предмета из непосредне околине (Дејић, Егерић, Михајловић, 2015). Изучавање мерења и мера је важно, јер омогућава ученицима да повезују наставу са животом и тако развијају практичне навике неопходне за свакодневни живот.

Резултати TIMSS истраживања показују да је само две петине ученика успешно решило задатке из геометрије и геометријског мерења. Задаци за појам запремине су најслабије урађени. Само 24% ученика је решило задатке примене у којима се тражило да израчунају запремину квадра. Такође, мали број ученика, 27% урадило је задатке који су се односили на мерење површине покривањем фигуре изабраном мерном јединицом (Ђерић и сар, 2021). Ученици су постигли слабије резултате у задацима који су захтевали познавање математичке терминологије (Милинковић и сар., 2017). Резултати показују и то да ученици мешају појмове обима и површине, као и међусобно нормалних линија и паралелних линија (Clements & Battista, 2001).

Садржаји о разломцима обухватају записивање, читање, упоређивање, графичко представљање разломака и рачунање неког дела целине. Процес усвајања садржаја о разломцима одвија се поступно. Деца разломак прво схватају као део конкретног предмета, а касније разломке виде као апстрактне бројеве (Corn, 2016). Непходно је ученицима обезбедити очигледност и конкретност. Упознавање и формирање појмова разломака прати и њихово графичко представљање (Шпијуновић, Маричић, 2016). Проширивање знања о разломцима треба да се заснива на примени стеченог знања приликом решавања реалних проблемских ситуација. Како деца још пре поласка у школу наилазе на различите начине поделе целине на делове, појмом разломка би ученици требало да овладају у разредној настави. Ипак, велики број ученика има тешкоће приликом учења садржаја о разломцима (Thurlings, Koopman, Brok & Pepin, 2019). Тешкоће се јављају јер се у првом циклусу образовања учи скуп природних бројева, док скуп рационалних бројева ученици уче у другом циклусу (Миликић, Вуловић, Михајловић, 2020). Неразумевање појма разломака јавља се услед једноличног представљања разломака. Вишеструке визуелне репрезентације разломака чине садржај о разломцима разумљивијим и утичу на формирање функционалног знања (Bulut at all. 2015; Лазић, Маричић, Милинковић 2015).

Резултати TIMSS истраживања имплицирају да су ученици имали слабије резултате и у области разломака. Просечна тачност решених задатака из области разломака по посебним сегментима је: задаци који захтевају повезивање разломака и њиховог графичког приказа (29,5%); задаци у којима се врши поређење разломака (26,45%); задаци у којима је неопходно применити рачунске операције са разломцима (сабирање и одузимање) (10,8%). Чернош и Шева истичу да ови резултати сигнализирају да је неопходно „увести промене у процес учења разломака, како би се ученицима омогућило да их не користе само на нивоу знања, већ и на нивоу примене и закључивања“ (Чернош, Шева, 2021: 48). Како су ученици остварили најслабије резултате у области геометрије и разломака, одлучили смо да наше истраживање буде усмерено управо ка развијању експерименталног програма који би имао за циљ повећање нивоа постигнућа у овим областима.

У даљем тексту рада, како бисмо боље сагледали концепт постигнућа ученика у почетној настави математике анализираћемо нивое знања (Блум, 1981; Малиновић, Малиновић-Јовановић, 2002), као и њихову трајност (Педагошки речник 1967; Рот, Радоњић, 1995). С обзиром на то да мотивација представља важан фактор који се може повезати са постигнућима ученика, посебну пажњу посветили смо и овом питању (Дејић, Егерић, 2003; Лалић-Вучетић, Шевкушић, Мирков, 2021).

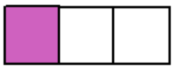
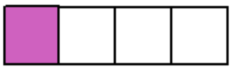
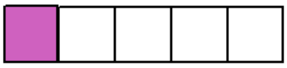
4.2. Нивои знања ученика у почетној настави математике

Знање сачињавају „свесно усвојене чињенице, појмови, закључци и генерализације повезане у јединствену логичку целину, у систем” (Педагошки речник, 1967: 337). На квалитет знања утиче његова примена и трајност која зависи од од начина организације и извођења наставе која обухвата и процес учења новог и обнављања постојећег знања (Педагошки речник, 1967). Постоје две димензије знања: она која се односи на квантитет, односно количину количину информација које поседује ученик и она која се односи на квалитет и која се манифестује различитим нивоима знања. Треба напоменути да су квалитет и квантитет знања повезани. Сваки виши ниво знања подразумева одређени обим знања и овладаност претходним нивоом знања. „За ученике различитог нивоа знања (способности) припремају се задаци различити по тежини, што омогућава диференцирање наставе, односно наставу на више нивоа што је значајно достигнуће савремене дидактике“ (Стевановић, Мурадбеговић, 1990: 233). „Постављајући пред ученике различите нивое задатака према тежини и захтевности, наставник доприноси томе да се ученик осети важним сегментом наставног процеса, а не да буде само његов пасивни посматрач, чиме се већи број актера укључује у рад“ (Станкић, 2016: 30). У погледу квалитета знања у педагошкој литератури према Блумовој таксономији, углавном разликујемо следеће нивое знања: „ниво препознавања, ниво репродукције, ниво разумевања, ниво примене и ниво креативности и стваралачког решавања проблема“ (Блум, 1981). На основу поменуте класификације нивоа знања, можемо осмислити задатке којима бисмо поспешили квалитет процеса учења и наставе (Стојаковић, 1998). Приликом примене математичких задатака различитих нивоа тежине данас најчешће полазимо од три категорије ученика: исподпросечни, просечни и натпросечни, може се рећи да су Блумове категорије сведене на три: „1. знање – као ниво препознавања и репродукције, 2. схватање – као ниво разумевања, 3. примена, анализа, синтеза и евалуација – као ниво примене и критичке, стваралачке трансформације“ (Благданић 2009: 42). Прибићевић (2017) указује на еквивалентност когнитивних домена и образовних стандарда тј. на нивое знања (познавање, разумевање, анализа) и нивое постигнућа (основни, средњи, напредни). За потребе рада разматрали смо следеће нивое знања: „ниво препознавања, ниво репродукције, ниво разумевања, ниво примене и ниво креативности и стваралачког решавања проблема“ (Благданић, 2009: 42). У оквиру експерименталног програма ученици су решавали задатке различитог нивоа, према сопственим могућностима и имали су могућност да напредују.

Ниво препознавања је најнижи ниво знања. На овом нивоу ученик тражени податак може да искаже уз одређену помоћ учитеља или може да га препозна међу понуђеним одговорима, као што су питања са вишеструким избором.

Пример 11. Ниво препознавања

1. Која тврђења су тачна? Заокружи тачне одговоре.
   а) $1m^2 > 1\ dm^2$ б) $1m^2 < 1cm^2$
   в) $1cm^2 = 1dm^2$ г) $1mm^2 < 1cm^2$

2. Који правоугаоник има осенчену $\frac{1}{2}$? Заокружи тачан одговор.
   а)  б) 
   в)  г) 

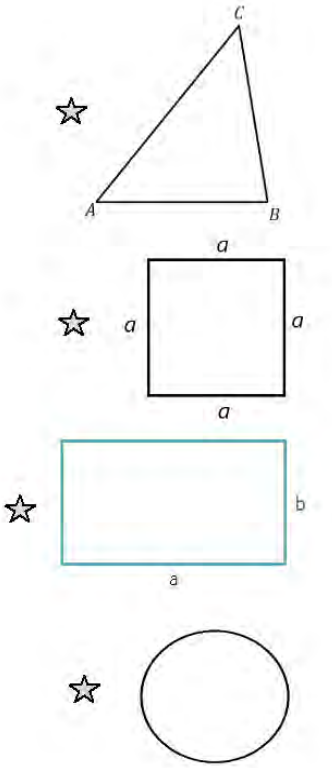
3. Повежи звездице на левој и десној страни тако да добијеш тачне одговоре.

квадрат

правоугаоник

круг

троугао



Ниво репродукције је мало виши ниво знања од претходног, обухвата знање појмова и правила која ученик још не разуме, али може да их репродукује. На овом нивоу ученик може самостално да репродукује одређени садржај, као што су познавање чињеница, термина, правила, класификација.

Пример 12. Ниво репродукције

1. На цртицама напиши одговарајуће бројеве.
   $1m^2 =$ ________ $dm^2 =$ ____________ $cm^2 =$ ________________ mm^2

2. Допиши бројеве који недостају тако да добијеш тачне једнакости.
   $1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{-} = \frac{-}{5} = \frac{6}{-} = \frac{-}{7} = - = -$
3. Наброј јединице мере за дужину:
   ____

4. Како гласи образац за израчунавање површине квадрата странице а?
   ____

5. Повежи различитим бојама звездице на левој и десној страни тако да добијеш тачне одговоре.

   $\frac{1}{2}$ броја 300 *   * 100

   $\frac{1}{4}$ броја 400 *   * 150

   $\frac{1}{10}$ броја 160 *   * 130

   половина броја 260 *   * 16

Ниво разумевања је квалитетније знање у односу на претходна два нивоа. На овом нивоу ученик схвата и разуме научени садржај, може га образложити логички, тј. са разумевањем.

Пример 13. Ниво разумевања

1. Колика је дужина обима квадрата странице 8cm?

2. Димензије правоугаоника дате су у различитим мерним јединицама: 1dm 2cm и 6cm. Колика је његова површина?

3. Изрази у назначеним јединицама мере.

   $1m^2 =$ ___________ dm^2 $60\,000\ cm^2 =$ ___________ m^2
   $2m^2\ 4dm^2 =$ ____________ dm^2 $28\,000\ mm^2 =$ ____________ cm^2

4. Шта је веће $\frac{1}{5}$ броја 350 или $\frac{1}{7}$ броја 350 ?

Ниво примене представља врло квалитетно знање. На овом нивоу ученик може да научене садржаје (правила, обрасце) самостално примењује у решавању текстуалних задатака који су слични онима које је радио

Пример 14. Ниво примене

1. За 36 дана у једној фабрици је направљено 2700 торби, при чему је исти број торби произведен сваког дана. Колико се торби производе у тој фабрици за 57 дана, ако се и даље свакога дана прави исти број торби?

2. Базен облика квадра димензија 35m, 20m, 22dm треба поплочати плочицама облика правоугаоника димензија 8cm и 10cm. Колико најмање плочица је потребно за поплочавање?

3. У једној школи од 780 ученика $\frac{1}{3}$ иде на ритмичку секцију, $\frac{1}{4}$ на ликовну, $\frac{1}{5}$ ученика иде на драмску, а остали ученици на рецитаторску секцију. Ако се зна да сваки ученик иде на тачно једну секцију, колико њих иде на ритмичку, колико на ликовну, колико на драмску, а колико на рецитаторску?

Стваралачко решавање проблема и креативност представљају ниво најквалитетнијег знања. Да би ученици били креативни потребно је подстицати њихову радозналост, охрабрити их да повезују, да дају претпоставке, да сагледају ствари из различитих перспектива, да истражују, критички сагледавају своје и туђе идеје (Михајловић, 2012). На овом нивоу ученик може да решава врсту задатака које није до тада решавао, критички анализира и процењује одређене тврдње (Андрић, Ћировић, 2013). Вилотијевић овај ниво знања објашњава као „највиши ниво који се одликује тиме што појединац знања и принципе из једне области успешно примењује у другим областима (трансфер), што, на основу постојећег, ствара ново знање и нове продукте" (Вилотијевић, 1999: 69). Навешћемо примере неких задатака који припадају овом највишем нивоу знања. Наведени примери не морају одговарати свим ученицима четвртог разреда, јер ниво креативности и стваралачког решавања задатака подразумева да се ученици сусрећу са врстом задатака које раније нису имали прилике да решавају.

Пример 15. Ниво креативности и стваралачког мишљења

1. Три другарице Бранкица, Мима и Веколина су развукле ластиш у школском дворишту. Растојање између Бранкице и Миме је 28dm, између Миме и Веколине је 35dm, а између Бранкице и Веколине је 37dm. Израчунај укупну дужину ластиша.
2. Правоугаоник је помоћу 4 паралелне праве подељен на 5 подударних квадрата. Колико пута је обим правоугаоника већи од обима једног тако добијеног квадрата?
3. На три полице има укупно 860 књига. На првој и другој полици укупно има 680 књига. На другој и трећој полици укупно има 666 књига. Колико књига има на свакој од полица?
4. Састави текст задатка у коме ћеш употребити разломке $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{4}$ и број 84. Затим реши задатак.

4.3. Трајност знања ученика и почетна настава математике

Веома је важно припремити и организовати наставу која ће бити интересантна ученицима, у којој ће ученици бити активни, а њихова знања трајна. „Значајна особина квалитетног знања је његова трајност. Трајност ученичког знања зависи од квалитета организације и извођења наставног рада, и то како процеса усвајања новог, тако и процеса утврђивања и понављања старог знања" (Педагошки речник 1967: 434).

Да би памћење било дугорочно неопходно је да је ученик мотивисан за учење, да размишља о ономе што учи, као и да користи научене садржаје. Бавећи се овим проблемом, Рот и Радоњић истичу да „што је човек активнији и што та активност ангажује сложеније интелектуалне процесе, учење и памћење биће бољи" (Рот, Радоњић, 1995: 51).

Важно је да се научени садржаји употребљавају и на тај начин обнављају, како се не би заборавили. Такође, важно је и да су ученици мотивисани за усвајање наставних садржаја и да активно учествују у свим етапама часа, јер „намера да се нешто научи покреће, активира одређене интелектуалне радње које омогућују успешно учење и памћење" (Рот, Радоњић, 1995:61). Према речима М. Баковљева „трајности стечених знања, умења и навика много доприноси и начин њиховог стицања" (Баковљев, 1984: 60). Ако су ученици мотивисани за учење, ако их учитељ оспособљава да самостално закључују и долазе до знања, онда ће тако стечена знања бити „не само много квалитетнија него и знатно трајнија од знања стицаних код наставника који ученике не мотивише за рад и своди поучавање на саопштавање готових знања" (Баковљев, 1984: 60). Односно, да би знања ученика била квалитетнија и трајнија, неопходно је да наставници створе услове и окружење за учење у коме ће ученици бити мотивисани и које ће им омогућити да активно усвајају знања.

У почетној диференцираној настави математике један од начина активног усвајања нових садржаја је учење путем наставних листова који имају исте садржаје, али различите захтеве. Такође, ученици могу да утврђују научене садржаје решавајући задатке који одговарају њиховом нивоу знања, али да имају могућност да покушају да решавају задатке из наредног нивоа, како би имали могућност да напредују (Баковљев, 1984; Егерић, 2004; Дејић, Милинковић, 2012; Маричић, Шпијуновић, 2013). На тај начин, ученици би били стално активни у почетној настави математике. Према речима М. Баковљева које смо навели у претходном пасусу, ако би ученици усвајали и утврђивали знања путем поменутих наставних листова, можемо претпоставити да ће знања бити трајнија, што смо и испитивали нашим истраживањем.

4.4.Мотивација и интересовање ученика за учење у почетној настави математике

Мотивација за учење је посебна врста мотивације и неопходан предуслов за постизање успеха и остваривање позитивних резултата у настави. „Мотивација се јавља као један веома важан аспект васпитно-образовних постигнућа ученика у наставном процесу која треба да омогуће задовољавање ученичких потреба кроз различите врсте активности" (Иванек, 2016: 133). Петровић, Мрђа и Лазић истичу да се, када је у питању учење математике, мотивација очекивано „заснива на радозналости, активности и афирмацији ученика (Мрђа, Лазић, 2012: 162). Аутори сматрају да на мотивацију битан утицај имају фактори развојно одбрамбених механизама као пто су компензација и надкомпензација, идентификација, маштање и слично. Колико ће у почетној настави математике бити „остварени циљ, задаци и образовни стандарди постигнућа зависи од тога у којој мери су ученици мотивисани за учење“ (Шпијуновић, Маричић, 2016: 411). Према речима К. Шпијуновића и С. Маричић неопходно је од првог сусрета ученика са математиком обезбедити „атмосферу у којој ће ученици бити максимално мотивисани да се њеним садржајима баве, с једне, и очекивати да почетна настава математике резултира развијањем постојећих и стварањем нових још снажнијих мотива за учење математике, с друге стране“ (Шпијуновић, Маричић, 2016: 411). Учењем се стичу навике и моторне вештине, развијају се интересовања и мотиви, усвајају се знања, формирају се социјални ставови. Није довољно да ученик поседује високе способности за учење и да познаје технике успешног учења, потребно је и да је мотивисан за учење како би резултати били успешни. Учитељ има значајну улогу у мотивисању ученика. Од његовог начина рада, личних особина, стручног ауторитета и потенцијала, такође зависи мотивисаност ученика (Петровић, Мрђа, Лазић, 2012). „Учитељ мора добро познавати могућности ученика, математичке садржаје и методичке аспекте организације почетне наставе математике“ (Петровић, Мрђа, Лазић, 2016: 415).

Позитиван утицај мотивације на учење огледа се и у чињеници да мотивација доводи до подизања пажње и појачања активности, улагања већег напора да би се дошло до циља. У таквим ситуацијама будност ученика је повећана, другачије се односе према градиву и боље га систематизују, што доводи до позитивних ефеката (бољег запажања и памћења). Позитивни ефекти мотивације на школско учење су очигледни, стога се све више истиче значај подстицања и развијања унутрашње мотивације код ученика.

Према Рацков, интересовање за почетну наставу математике развија се „правом и одмереном мотивацијом, осмишљеним васпитним утицајем, разноврсним и интересантним садржајима, одговарајућим моделима рада, облицима и методама, употребом савремених наставних и техничких средстава, прилагођавањем наставе могућностима сваког ученика понаособ, као и ставом и квалитетом рада наставника“ (Рацков, 2011: 869).

Један од најзначајнијих унутрашњих мотива који покреће интелектуалну активност је мотив радозналости. Радозналост представља жељу да се овлада одређеним знањем, да се нешто зна, схвата, разуме. Много се лакше уче садржаји који код ученика изазивају радозналост, него садржаји који ученицима нису занимљиви. У унутрашње мотиве за учење спадају и квази-потребе. То су мотиви који подразумевају да сваки интересантан проблем код ученика ствара интелектуалну напетост која га наводи на решавање проблема што доводи до осећаја успеха и пријатног олакшања. У *Речнику појмова* налазимо да је радозналост „тежња ка испитивању новог или преиспитивању познатог; тежња да се добије информација. Позитивно корелира са интелигенцијом и креативношћу личности“ (Брковић, 1995: 50). Све оно што је ново код деце буди радозналост. Дечију радозналост неопходно је континуирано подстицати у школском учењу. Радознало дете обично красе и друге способности, као што су: одговорност, креативност, самосталност.

Мотивација може значајно утицати на квалитет знања (Бојовић, 2017). Потребно је избегавати и шаблоне и монотонију у почетној настави математике, како би се развијала интелектуална радозналост код ученика. „Велика је улога учитеља да код деце упале варницу интересовања за математику и да је стално распламсавају“ (Дејић, Егерић, 2003: 290).

Један вид мотивисања ученика за учење математике у млађим разредима је утврђивање постојећих знања путем наставних листића по нивоима, али и усвајање нових садржаја помоћу наставних листића за самостално учење. (Баковљев, 1984; Егерић, 2004). Самосталан рад ученика је обавезан пратилац савремене школе чији је циљ максималан развој појединца. Применом самосталног рада ученика, успешније се развијају сазнајне способности ученика, јача и афирмише њихова личност, ученици долазе до сазнања да од сопственог рада зависи животни пут човека.

Мотивација може да утиче на учење и зато је треба неговати у почетној настави математике од самог поласка ученика у школу. Примена наставних листова за самостално учење у диференцираној настави може утицати на мотивицију ученика. Наставни листови намењени часовима обраде требало би да садрже садржаје који су исти за све нивое, али имају различите захтеве. Сваки ученик би, на тај начин, усвајао знања према својим сопственим могућностима и тако би се изгубио постојећи страх од неуспеха, а дошла би до изражаја радост ученика због усвајања новог знања. Наставни листови намењени часовима утврђивања требало би да се састоје из два дела. Први део би требало да садржи задатке за одређени ниво, а други део задатке из наредног нивоа. На тај начин, сваки ученик би напредовао према сопственим могућностима и имао би прилику да даље напредује и да пређе на наредни ниво (Егерић, 2004; Рацков, 2011; Иванек, 2016). Овакав начин обраде и утврђивања, путем радних листова, користили смо приликом рада са експерименталном групом нашег истраживања. За потребе рада испитивали смо путем анкете мотивисаност и интересовање ученика за учење математике након реализације експерименталног програма.

5. ДОСАДАШЊА ИСТРАЖИВАЊА

На основу прегледа релевантне литературе дошли смо до сазнања да постоје истраживања у вези са диференцираном наставом и образовним стандардима постигнућа, реализована у земљи (Ђурић, 1999; Пинтер, 1999; Петровић, 1999; Егерић, 2004; Милановић, 2008; Дејић, Милинковић, 2012; Мрђа, 2013; Ђелић, 2014; Маричић, Шпијуновић, 2015) и у иностранству (Гусев, 2003; Bender, 2008; Small & Lin, 2010; Amadio, 2014; Cannon, 2017). Сва ова истраживања могу се разврстати на она која се баве диференцираном наставом и/или образовним стандардима са теоријског и емпиријског аспекта.

Теоријска истраживања су се бавила темама као што су: модели диференциране наставе (Ђурић, 1998), теоријске основе диференциране и индивидуализоване наставе (Гусев, 2003), циљеви диференцијације у настави математике (Bender, 2008), разлози и начини дифенцијације у настави математике (Small & Lin, 2010), повезаност стандарда постигнућа и диференциране наставе математике (Дејић, Милинковић, 2012).

Када су у питању емпиријска истраживања, можемо издвојити она која су експерименталним путем утврђивала образовне ефекте одређених наставних модела: утицај диференциране наставе на образовне ефекте (Егерић, 2003), примена и ефикасност диференциране наставе у области разломака (Stager, 2007), описи задатака са обележјем стандарда за сваки ниво знања (Милановић, 2008), коришћење методе активног учења на диференцираним садржајима из области геометрије (Вуловић, 2011), модели обраде наставне јединице флексибилном диференцијацијом у интерактивној настави (Мрђа, 2013), ефекти примене диференциране наставе на успех ученика петог разреда у области разломака и процената (Gretchen, 2013), утицај диференциране наставе математике на способност решавања математичких проблема (Cannon, 2017). Истраживања су рађена у основној школи (трећи, четврти, осми разред), као и средњој школи.

Са друге стране, одређен број истраживања се бавио испитивањем мишљења и ставова учитеља и наставника о неким аспектима примене диференциране наставе (Маричић, Милинковић, 2015; Mulder, 2014; Amadio, 2014; Prast et al, 2015) и образовних стандарда (Ђелић, 2014; Маричић, Шпијуновић, 2015).

У даљем тексту приказаћемо најзначајније резултате наведених студија и истраживања.

5.1. Преглед теоријских истраживања

У оквиру заједничког општег пројекта учитељских факултета у Србији „Чиниоци и индикатори ефикасности и методе унапређивања основног васпитања и образовања“, сарадници Учитељског факултета у Сомбору учествовали су у истраживању и своје радове објавили у три монографије под називом „Особине ученика и модели диференциране наставе – чиниоци ефикасности основног образовања“. Поменуте монографије су објављење 1997, 1998. и 1999. године. Научно-истраживачки пројекат Учитељског факултета у Сомбору односио се на чиниоце квалитета и ефикасности образовања и при том се ограничавао на два фактора, а то су: личност ученика и образовно-васпитна активност. У првој монографији су приказане теоријске основе планираног истраживања (Ђурић, 1997). Друга монографија садржи радове истраживача којима се теоријске основе даље разрађују и приказују модели диференциране наставе различитих наставних предмета (Ђурић, 1998). Трећа монографија садржи завршне извештаје о истраживању (Ђурић, 1999). Ђурић је разматрао индивидуалне разлике међу ученицима које су основа за диференцирану наставу и моделе диференциране наставе. Теоријски и практично приказао је модел истраживања утицаја особина, могућности и мотивације ученика, као и проблемске, програмиране и наставе на више нивоа на постигнућа ученика. Управљањем диференцираном наставом математике бавио се Пинтер (1999), чији се рад заснива на методама теоријске анализе, дескриптивној методи и методи моделовања. Полазећи од теоријских модела и кибернетичког приступа, Пинтер је разрадио практичне моделе управљања вежбањем и утврђивањем садржаја математике на различитим нивоима на примеру теме о троугловима. Петровић (1999) се бавио математичким моделовањем и проблемском наставом у диференцираној обради програмских садржаја почетне наставе математике. Аутор је дошао до закључка да је правилно диференцирање појединих садржаја и захтева у почетној настави математике веома тешко, али да је изводљиво. Такође, сматра да ће се појавом одговарајућих модела тај посао знатно олакшати учитељима. Треба напоменути да је емпиријска провера припремљених модела делимично изведена због престанка рада школа током напада НАТО-а на нашу земљу.

Гусев (2003) се, у књизи *Психолошко-педагошке основе учења математике* бави теоријским основама диференциране и индивидуализоване наставе. Аутор истиче како учитељ треба да са задовољством решава математичке (школске) проблеме, да савлада различите методе њиховог решавања, као и да покуша да иде дубље од проблема основне математике. Аутор даје предлог задатака из геометрије на четири нивоа сложености. Први ниво представљају задаци који чине основу теоријског материјала проученог на часовима и који су неопходни за проучавање (репродукцију) образовног материјала. Други ниво се састоји од задатака, чији се резултати често и стално користе у даљем проучавању образовног материјала, али не спадају у материјал додељен обавезном проучавању. Трећи ниво представљају задаци чији се резултати често користе када се разматрају различите чињенице и њихове примене. Степен примењивости треба посебно одредити, имајући у виду систем задатака који се традиционално решавају у школи. Огромна већина ових задатака не може се решити у основној школи у оквиру редовне наставе, јер једноставно нема довољно времена за обуку у њиховом решавању. Четврти ниво обухвата задатке који садрже занимљиве важне чињенице, а то су достигнућа математичке мисли прошлости. Ови задаци намењени су дубинском проучавању математике. Проблеми трећег и четвртог типа представљају систем проблема везаних за дубинско проучавање математике. Учитељ треба да има велику листу таквих задатака како би се осигурао развој индивидуалних карактеристика и способности ученика (Гусев, 2003). Наведени задаци за паралелограм, правоугаоник, квадрат, ромб, трапез су за ученике виших разреда., али је суштина иста као и када се раде задаци на три нивоа сложености, а то је да је сваки наредни ниво тежи од претходног.

Бендер (Bender, 2008) сматра да је суштински циљ диференцијације у подучавању математике, излажење у сусрет потребама свих ученика у учионици у току сваке појединачне фазе решавања математичког проблема. Ово, по њему, постаје изводљивије у много већој мери уколико је учитељ у стању да формулише појединачни задатак у оквиру целине, који омогућава не само да му различити ученици приступају користећи различите процесе и стратегије, већ и да ученици који су на различитим ступњевима математичког развоја од решавања тог проблема профитирају и развијају се у математичком смислу. На тај начин, како Бендер истиче, сваки од ученика постаје важан и продуктиван члан образовне заједнице у учионици.

У књизи *Још добрих питања: Прави начини за диференцирање математичких инструкција,* аутори Смал и Лин (Small & Lin, 2010) баве се разлозима и начинима диференцирања наставе математике. Они наводе који су принципи и приступи диференцирања наставе, као и основне стратегије неопходне за ефикасно диференцирање наставе како би одговарала свим ученицима. Посебну пажњу аутори су посветили отвореним питањима као једној од најефикаснијих стратегија за диференцирање наставе. Описане су стратегије и пречице за креирање отворених питања, шта треба избегавати у отвореним питањима, као и које су вишеструке погодности њиховог коришћења. У креирању експерименталног програма за отворена питања користили смо неке од стратегија које наводе Смол и Лин (Small & Lin, 2010).

Дејић и Милинковић (2012) се, у прегледном раду, баве повезаношћу диференциране наставе математике са стандардима постигнућа ученика описујући их као основу за вршење диференцирања у настави математике. Посебан значај рада поменутих аутора огледа се у разматрању могућности функционалне примене стандарда приликом планирања, припремања и организације диференциране наставе математике. Аутори посебно наглашавају тзв. тростепену повезаност нивоа диференциране наставе и стандарда постигнућа и потребу да се сагледа утицај примене стандарда на успех ученика (Дејић, Милинковић, 2012).

У чланку „Природна диференцијација у настави математике деце која полазе у школу“ аутор Петра Шерер (Scherer, 2013) представила је низ пажљиво одабраних наставних активности. Ауторка истиче да, како се учитељи суочавају са разликама међу ученицима од самог поласка у школу, окружење за учење би требало да испуни неколико захтева. С једне стране, окружење мора да подржава основне математичке принципе, а са друге стране, мора да буде прикладно за све ученике. Задаци различитих нивоа тежине, које одреди учитељ, представљају ризик да неки ученици буду преоптерећени, погрешно процењени или задржани на одговарајућем или неодговарајућем нивоу. Природна диференцијација може смањити тај ризик (Wittmann,2001; Scherer, Krauthausen, 2010). Под појмом природне диференцијације Шерер (Scherer, 2013) подразумева да ученици могу сами бирати свој ниво рада и да он није унапред одређен. Ово олакшава учитељу организацију наставе, јер сви ученици раде на истом задатку и нема потребе да им учитељ даје различите наставне листове различитих нивоа.

5.2. Преглед емпиријских истраживања са ученицима

За потребе рада разматрали смо истраживања која се односе на ученике, учитеље и наставнике. Најпре дајемо преглед истраживања који се односе на ученике.

Милана Егерић истраживала је примену садржајне диференцијације у настави математике. У монографији *Садржајна диференцијација у настави математике* посебно се истиче важност диференцијације упутстава за рад која позитивно утиче на осамостаљивање ученика у раду. У монографији су приказани резултати експерименталног истраживања утицаја диференциране наставе на образовне ефекте. Експеримент је реализован техником паралелних група у ОШ „Бошко Ђуричић“ и ОШ „Горан Остојић“ у Јагодини на узорку од 133 ученика осмог разреда. Из обе школе по једно одељење чинило је експерименталну групу, а по једно одељење контролну групу. Експериментална настава примењена је у обради теме „Системи линеарних једначина“. Експериментална група користила је наставне листиће за самостално учење, допунске листиће и листиће за вежбање на три нивоа тежине задатака. Након завршеног експерименталног програма, анализом финалног теста експерименталне и контролне групе потврђена је хипотеза да је самостално усвајање знања применом савремених наставних система са наглашеном диференцијацијом програмских садржаја утицало на побољшање образовних ефеката (Егерић, 2004).

Применом и ефикасношћу диференциране наставе у области разломака бавила се и Стагер (Stager, 2007) у свом докторском истраживању. Стагер се бавила пре свега применом тзв. „степенастих активности“. Под степенастим активностима се подразумева да се садржаји и активности деле по нивоима сложености како би се уважиле индивидуалне потребе свих ученика и да би се свим ученицима омогућило активно учешће. „Степенасте активности“ заправо одговарају диференцирању по различитим нивоима сложеностима (основни, средњи и напредни). Истраживање које је спровела Стагер, реализовано је са ученицима петог разреда који су подељени у хомогене групе на основу способности. Ученици у оквиру сваке од група су радили задатке и активности који су одговарали њиховом нивоу. Студија је указала да су ученици остварили значајно побољшање у својим резултатима.

Миловановић (2008) у раду „Математички задаци с обележјем стандарда као модели индивидуализоване и диференциране наставе математике“ приказује резултате истраживања утицаја математичких задатака са обележјем стандарда у настави математике. Аутор је користио образовне стандарде БиХ и Републике Српске (назива их априорним експертским стандардима). На основу резултата двају тестирања, ослањајући се на поменуте стандарде и постигнућа ученика, дао је описе задатака са обележјем стандарда за сваки ниво. Испитаници су били ученици 4. разреда неколико основних школа у Шапцу. Математички задаци које имају обележје минималних стандарда имају једноставне захтеве, садржајно су нижег квалитета, али су важни, јер су неопходни у стицању математичке писмености и културе ученика одређеног узраста. Задаци који имају обележје средњег стандарда садржајно нуде квалитетнија знања која омогућавају даље развијање математичких способности ученика. Задацима који имају обележје високог стандарда афирмише се самосталност у раду, разумевање, истраживање, закључивање (Миловановић, 2008а).

Вуловић (2011) у раду „Диференцијација геометријских садржаја и активно учење у почетној настави математике“ приказује резултате експерименталног истраживања које се бавило испитивањем ефеката примене методе активног учења диференцираних садржаја у области геометрије. Истраживање је реализовано у трећем разреду основне школе. Аутор је дошао до закључка да усвајање знања методом активног учења диференцираних садржаја позитивно утиче на ниво, обим, трајност и квалитет знања ученика.

У Докторској дисертацији под називом „Интерактивна настава математике у млађим разредима основне школе“ објављеној 2013. године, Мирела Мрђа је приказала резултате истраживања које је спроведено школске 2009/2010. године. Експерименталну групу и контролну групу истраживања чинило је по 60 ученика основних школа у Сомбору. Резултати истраживања показују да у интерактивној настави модели обраде наставне јединице флексибилном диференцијацијом, дају значајно боље резултате у знањима ученика, у односу на традиционалну обраду садржаја (Мрђа, 2013).

Гречен (Gretchen, 2013) је у склопу своје докторске дисертације проучавала утицај диференциране наставе на успех ученика петог разреда у области разломака и процената. Примењен је квазиекспериментални дизајн, а узорак је обухватио 83 ученика. Учесници експерименталне групе били су значајно успешнији у обе области. Експериментални програм се заснивао на томе да се наставник током сваке активности ослањао на претходна искуства ученика приликом учења. Док су радили у малим групама, ученици су имали различите улоге и дата им је слобода да свако од њих демонстрира научено користећи оне активности које су њима одговарале и са којима су се осећали пријатно (на пример, кроз цртеж, писање, итд). Истраживање је показало да је веома битно да наставник користи разноврсне наставне методе и да омогући ученицима да користе различите стилове учења како би се уважиле њихове индивидуалне потребе.

Кенон (Cannon, 2017) у својој докторској дисертацији приказује резултате акционог истраживања којим је испитивала да ли диференцирана настава математике утиче на способност решавања математичких проблема. Ауторка истиче да се школски план и програм наставе базира на стандардима што значи да постоји очекивање да сви ученици постигну исте високе стандарде упркос њиховим различитим способностима. Учитељи зато имају тежак задатак пред собом – да задовоље потребе различитих ученика. Могући начин да се то реализује јесте да се план и програм наставе модификује према способностима ученика. Кенон је истраживање реализовала у трећем разреду основне школе. Ученици прве групе (једног одељења) су током пет недеља имали диференцирану наставу, а ученици друге групе (другог одељења) радили су на традиционални начин. Ауторка је утврдила да нема значајне разлике између група. Ипак, без обзира на то, она истиче да не треба занемарити значај диференцираног приступа настави као стратегије да се уваже разлике између ученика. Предлаже да се у наредним истраживањима испитају ефекти диференциране наставе математике након дужег временског периода (годину дана), коришћење других (квалитативних) метода у процени истих, треба испитати ставове учитеља о коришћењу диференциране наставе, као и ефекте диференциране наставе у другим предметним областима и разредима (Cannon, 2017).

Онунугва, Игбо, Апех и Ндукву (Ojonugwa, Igbo, Apeh & Ndukwu, 2020) испитивали су ефекат диференциране наставе на интересовање ученика слабијег успеха за учење математике с обзиром на пол. Узорак истраживања чинило је 66 дечака и 80 девојчица. Студија је пружила емпиријске доказе да је диференцирана настава деловала као драгоцено средство за повећање интересовања и постигнућа у математици како дечака, тако и девојчица који су имали слабији успех из математике.

Канкуе, Тринидад и Кортез (Canque, Trinidad & Cortes, 2021) реализовали су истраживање коришћењем квази-експерименталне методе за мерење ефикасности примене диференциране наставе у области геометрије. Формиране су две групе, а за испитанике изабрано је седамдесет и шест (76) ученика основних школа. Тридесет осам (38) је припадало контролној групи, а преосталих тридесет осам (38) експерименталној. Ученици су у експерименталној фази били изложени различитим стратегијама у оквиру диференциране наставе, кроз низове активности у којима се степен сложености или апстрактности разликује. С друге стране, ученици контролне групе били су изложени традиционалној настави. Аутори су утврдили да иако су на посттесту боље резултате имали учесници експерименталне групе, није пронађена значајна разлика. Такође, пошто је потврђено постојање значајне разлике у скоровима на претесту и посттесту код обе групе, аутори истичу да се оба приступа могу сматрати ефикасним. Односно, традиционална настава се још увек не може одбацити. Диференцирану наставу као приступ треба у већој мери размотрити, јер пружа позитивне резултате који помажу у побољшању математичких постигнућа ученика и у развијању позитивног става ученика у учењу. Учитељи би требало да користе различите приступе подучавању како би одговорили потребама данашњим различитим ученицима. Аутори препоручују и организовање семинара о начину реализовања диференциране наставе.

5.3. Истраживања са учитељима и наставницима

Полазећи од тога да је улога учитеља промењена, да је он поред организатора и реализатора наставе, данас у обавези да ученицима обезбеди услове неопходне за максималан развој (Стевановић, Мурадбеговић, 1990; Степановић, Обрадовић, 2010; Cannon, 2017) јавља се потреба да се испита мишљење учитеља о диференцираној настави која је организована у складу са образовним стандардима.

Вуловић и Егерић (2010) спровели су истраживање којим су разматрали ставове и мишљење учитеља о диференцираној настави, односно утврђивали су степен њихове заинтересованости и мотивисаности за извођење диференциране наставе. Узорак истраживања чинило је 100 учитеља из Крагујевца, Јагодине, Београда и Ниша. Аутори су дошли до закључка да учитељи схватају суштину диференциране наставе, у могућности су да је делимично изводе због материјално-техничке опремљености школе, и желели би додатно усавршавање на ту тему путем семинара.

Маричић и Милинковић (2015) истраживањем су дошли до сазнања да учитељи диференцирану наставу повремено користе у раду, а као проблеме за организацију диференциране наставе наводе преобиман наставни програм и превелик број ученика у одељењу. Током поменутог истраживања учитељи су се изјаснили да би израда приручника и упутстава за примену диференциране наставе, као и смањење броја ученика у одељењима доста помогло у коришћењу диференциране наставе математике.

Амадио (Amadio, 2014) је у свом истраживању проучавала диференцирано учење математике у средњој школи. Ауторка је истраживала перцепције наставника о ефикасности или недовољној ефикасности диференциране наставе математике у средњој школи у градском школском округу у Минесоти. Ова студија је користила анкету и интервјуе са наставницима. Амадио је закључила да би наставници математике у средњим школама, имали користи од више слободног времена, концизнијег наставног плана и програма и професионалног развоја, а све у циљу ефикасне примене диференциране наставе у средњошколској математици.

Праст, Ван де Вајер-Бергсма, Кроесбергена и Ван Лаита (Prast, Van de Weijer-Bergsmaa, Kroesbergena, Van Luita, 2015) сматрају да је разноликост нивоа постигнућа ученика у учионицама од кључног значаја за учитеље приликом прилагођавања предавања различитим образовним потребама својих ученика. Такође, наводе да је појам диференцијације тумачен на различите начине и да се јавила потреба да се прецизира шта заправо ефикасна диференцијација подразумева. Да би диференцијација у настави била ефикасна, неопходно је да постоје практичне смернице за њено спровођење. У две студије аутори су истражили, према мишљењу стручњака, начине на које би учитељи требало да спроводе диференцијацију као и степен до ког учитељи већ примењују препоручене стратегије. Једна студија користила је Делфи методу и дискусије у фокус групама како би се постигао консензус између једанаест математичких стручњака у вези са изводљивим моделом диференцијације у математици за основну школу. Стручњаци су се сложили око процеса диференцијације који се одвија у пет корака: „препознавање образовних потреба, диференцијација циљева, диференцирана настава, диференцирано вежбање, и процена напретка и самог тока процеса“ (Prast et al, 2015: 90). За сваки од наведених корака прецизиране су стратегије које учитељима пружају конкретне смернице за примену диференцијације при подучавању математике у основној школи. У другој студији развијен је Упитник за самопроцену диференцијације *(Differentiation Self-Assessment Questionnaire - DSAQ)* како би се истражио начин на који учитељи сами процењују сопствену употребу стратегија препоручених од стране стручњака. <u>Први циљ</u> био је да се испитају психометријска својства упитника. <u>Други циљ</u> је био да се испита конвергентна и дивергентна валидност Упитника. Трећи и главни циљ био је да се испита процена самих учитеља у вези са употребом стратегија препоручених од стране стручњака. Сходно томе, учитељи су проценили властиту употребу стратегија диференцијације вишом него што су аутори то испрва очекивали. Препознато је неких пет ставки релативно високо оцењених од стране самих учитеља. Аутори наводе да су учитељи (њих 268) били умерено задовољни у погледу сопствене примене стратегија у целини, али такође и да су препознали области релативно ниске примене, укључујући диференцијацију код ученика са високим постигнућем, које захтевају пажљивији приступ у професионалном развоју учитеља.

Ове две студије пружају модел и стратегије за диференцијацију у математици у основној школи на основу консензуса стручњака *(DSAQ)*, који се могу користити у будућим студијама, као и увид у самопроцену примене специфичних аспеката диференцијације од стране учитеља.

Ђелић (2014) се у свом истраживању бави испитивањем ставова учитеља о стандардима постигнућа из математике. Узорак истраживања састојао се од 213 учитеља из осамдесет девет основних школа. Резултати истраживања показују да већина учитеља сматра да примена стадндарда може унапредити квалитет наставе. Међутим, према мишљењу већине учитеља, стандарди нису довољан ослонац за рад са ученицима који су даровити и који имају сметње у развоју. Резултати истраживања показују да позитивнији став имају учитељи који су обучени да примењују стандарде постигнућа од учитеља који нису прошли обуку за примену стандарда постигнућа.

Маричић и Шпијуновић (2015) су маја 2013. године обавили истраживање којим су испитали мишљења учитеља о функцији образовних стандарда у планирању и организовању наставе математике, утицају на избор садржаја и припремање часа и начин који омогућава да се прати њихова оствареност по нивоима постигнућа. Узорак истраживања бројао је 216 учитеља различитих основних школа у Републици Србији. Резултати добијени истраживањем, показују да већина учитеља сматра да је увођење стандарда у процес наставе математике допринело јаснијој оријентацији у планирању и припремању наставе. Када је у питању улога образовних стандарада у избору садржаја за час, резултати истраживања показују да већина учитеља углавном бира садржаје погодне за праћење остварености стандарда на три нивоа, а мањи број њих, тачније, деветина чини то за сваки час. Истраживање показује да се учитељи још увек недовољно руководе образовним стандардима приликом припремања конкретних часова математике у млађим разредима основне школе (Маричић, Шпијуновић, 2015).

На основу свега изнетог, можемо констатовати да постоје теоријска и емпиријска истраживања која указују на значај и позитивне ефекте примене диференциране наставе. Иако поједина истраживања нису забележила значајне разлике у постигнућима ученика који су учили путем диференциране наставе, то ипак не умањује њену улогу и значај, већ указује на потребу да се добијени резултати провере у сличним и измењеним условима. Са друге стране, на основу наших досадашњих сазнања, не постоје истраживања која су се бавила применом диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима. Мада су поједини аутори испитивали мишљење и ставове учитеља о примени образовних стандарда постигнућа, нису разматрани аспекти који се односе на повезаност стандарда и диференцијације.

Све ово, као и чињеница да ученици постижу слабије резултате у области геометрије и разломака, мотивисали су нас да се у овом раду бавимо применом диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима и њеним ефектима на постигнућа ученика у наведеним двема областима наставе математике.

6. МЕТОДИЧКИ ОКВИРИ ДИФЕРЕНЦИРАЊА ГЕОМЕТРИЈСКИХ САДРЖАЈА И САДРЖАЈА О РАЗЛОМЦИМА У СКЛАДУ СА ОБРАЗОВНИМ СТАНДАРДИМА

Највећа препрека за коришћење дифренциране наставе која је у складу са образовним стандардима је недостатак модела таквог начина рада, а припрема модела задатака по нивоима захтева више времена и залагања. Надамо се да ће овај рад олакшати примену диференциране наставе у области геометрије и разломака. У овом поглављу објаснићемо како су изгледали експериментални часови и шта су садржали.

Пре самог спровођења експерименталног програма, извршено је иницијално тесторање ученика Е и К групе. Након тога, Е група радила је према експерименталном програму, а ученици контролне групе на традиционалан начин. Експериментални програм обухватио је 20 експерименталних часова за које су израђени материјали (наставни листови) за реализацију. У оквиру једног школског часа реализован је један наставни лист. Наставни листови су диференцирани на три нивоа. При креирању наставних листова држали смо се већ изнетог принципа диференцијације који указује да би наставни листови за часове обраде требало да садрже исте садржаје за самосталан рад и учење, али имају различите захтеве за различите нивое (Стевановић, Мурадбеговић, 1990: 235).

За часове утврђивања, припремили смо наставне листове држећи се изнетог принципа да буду на три нивоа сложености (Егерић, 2004; Рацков, 2011; Иванек, 2016) и то три задатка за тај ниво и два задатка за наредни ниво. Задатке наредног нивоа смо предвидели како би ученици покушали да решавају задатке из наредног нивоа и тако имали могућност да напредују (Баковљев, 1984; Егерић, 2004; Дејић, Милинковић, 2012; Маричић, Шпијуновић, 2013). За први ниво припремили смо задатке присећања и препознавања, за други ниво задатке разумевања, а за трећи ниво задатке примене, креативности и стваралаштва. У материјалу има неколико задатака који припадају другом нивоу, како би се испоштовали већ дефинисани образовни стандарди по нивоима.

Часови обраде били су тежи за ученике од часова утврђивања, јер су захтевали већи степен самосталности. Ученици се самостално упознају са новим материјалом и спонтано долазе до нових дефиниција и правила. На часовима утврђивања самостално раде на диференцираном материјалу, али им је материја већ позната.

6.1. Структура часова експерименталног програма

Структура наставних часова експерименталног програма условљена је наставним садржајима, способностима ученика, циљем и задацима наставе.

У оквиру експерименталног програма на часовима обраде у уводном делу часа ученици су добијали упутство за рад и имали могућност да питају учитеља ако им нешто није јасно. На часовима утврђивања у уводном делу часа учитељ је прегледао домаћи задатак, док су ученици бирали ниво задатака за рад (Scherer, 2013), добили наставне листове и упутство како да раде (да пажљиво читају и покушају да реше задатке, да прво решавају прва три задатка, а затим последња два која су мало тежа). Даљи поступак рада ученика на часовима утврђивања исти је као и на часовима обраде.

Главни део часа је представљао примену индивидуалног облика рада, односно самосталан рад ученика на наставним листовима. Током главног дела часа када је било потребно, ученици су од учитеља добијали диференцирану помоћ. Приликом пружања помоћи ослањали смо се на већ изнете врсте диференциране помоћи (Петровић и сар. 2010). У случају да ученик успешно пређе садржаје за самостално учење или утврђивање на свом наставном листу, добија и упућује се да ради наставни лист за наредни ниво.

У завршном делу часа ученици су добијали повратну информацију на папиру и домаћи задатак. Ученик који није добро урадио примере на листу за самостално учење или утврђивање, добија додатно објашњење и покушава да тачно реши задатке за домаћи задатак. Ученик који није прешао предвиђени садржај за самостално учење или утврђивање, за домаћи задатак завршава предвиђене задатке. Ученик који је успешно прешао предвиђене садржаје, за домаћи задатак добија наставни лист предвиђен за наредни ниво. Ученик који успешно пређе садржаје за напредни ниво, за домаћи задатак има да самостално састави, напише и уради три задатка.

6.2. Примери моделованих наставних јединица

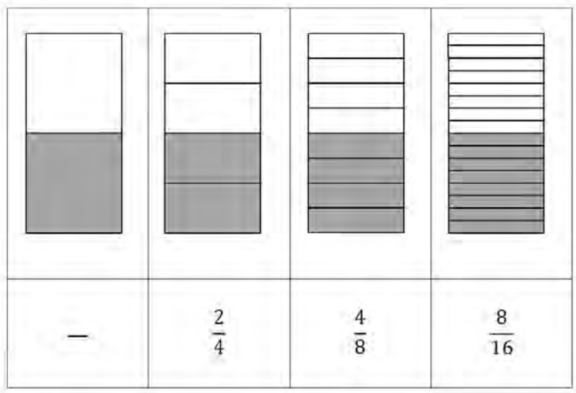
За потребе истраживања, моделовали смо двадесет наставних јединица из области разломака и геометрије. Приказаћемо сегменте наставних листова за основни, средњи и напредни ниво креираних за диференцирану обраду наставне јединице Једнакост разломака (Слика 1, Слика 2 и Слика 3). У поглављу Прилози детаљно су приказани модели свих наставних јединица које је садржао експериментални програм.

Слика 1. *Пример садржаја наставног листа за основни ниво за диференцирану обраду наставне јединице Једнакост разломака*

1MA.1.3.1.

Једнакост разломака – група А

1. Представи разломком осенчени део првог правоугаоника. Погледај како су разломком представљени делови осталих правоугаоника.



а) Да ли су обојени исти делови датих правоугаоника? (Заокружи тачан одговор)

ДА/ НЕ

б) Да ли су обојени делови представљени једнаким или различитим разломцима? (*Заокружи тачан одговор*)

ЈЕДНАКИМ / РАЗЛИЧИТИМ

Можемо закључити:

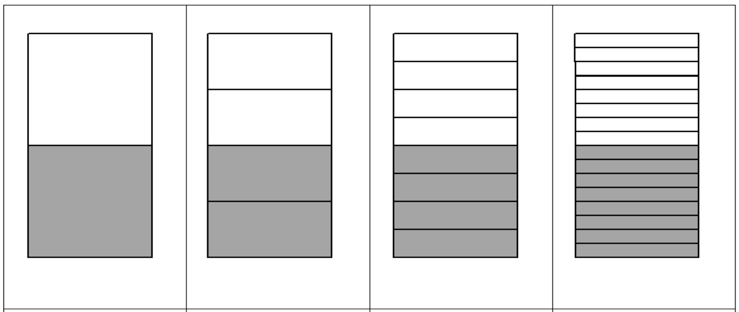
Исти делови целине могу се представити** ***ЈЕДНАКИМ / РАЗЛИЧИТИМ **разломцима. (***Заокружи тачан одговор)*

Слика 2. *Пример садржаја наставног листа за средњи ниво за диференцирану обраду наставне јединице Једнакост разломака*

1МА.2.3.1.

Једнакост разломака група Б

1.Представи разломком осенчене делове фигура као што је започето.



$\frac{1}{2}$	—	—	—

а) Да ли су обојени исти делови датих правоугаоника? __________

б) Да ли су обојени делови представљени истим или разичитим разломцима?

____

Можемо закључити:

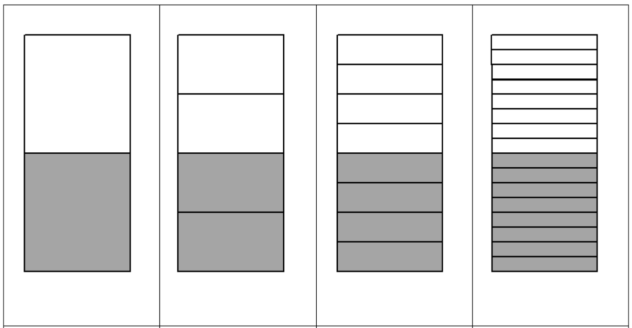
***Исти делови целине могу се представити *ЈЕДНАКОМ / РАЗЛИЧИТИМ* разломцима.** (*Заокружи тачан одговор*)

Слика 3. *Пример садржаја наставног листа за напредни ниво за диференцирану обраду наставне јединице Једнакост разломака*

1МА.3.3.1.

Једнакост разломака- група В

1. Представи разломком осенчене делове фигура.



—	—	—	—

а) Да ли су обојени исти делови датих правоугаоника? __________

б) Да ли су обојени делови представљени истим или разичитим разломцима?

____

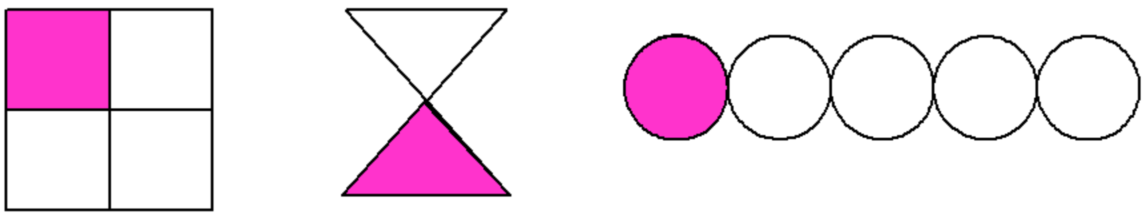
Можемо закључити:

***Исти делови целине могу се представити _________________разломцима.**

Наводимо примере задатака које су садржали наставни листови за основни, средњи и напредни ниво креирани за диференцирано утврђивање следећих наставних јединица: Површина квадрата и правоугаоника, Јединице мере за површину, Читање и писање разломака, Упоређивање разломака (Слика 4, Слика 5 и Слика 6).

Слика 4. *Пример садржаја наставног листа за основни ниво за диференцирано утврђивање наставних јединица: Јединице мере за површину, Читање и писање разломака*

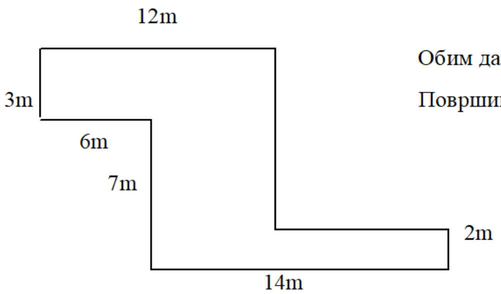
Задаци присећања
Допуни: 1m^2 = ____________ dm^2 = ___________ cm^2 = ____________ mm^2
1MA.2.2.3.
Погледај слику и напиши колико четвртина има једно цело. $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ Једно цело има ______________ четвртине.
1MA.1.3.1.

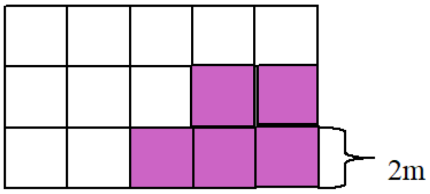
Задаци препознавања
Повежи: 1m^2 *   * 100 cm^2 1 cm^2 *   * 100 dm^2 1 dm^2 *   * 100 mm^2
1MA.2.2.3.
Обојени део фигура представи разломком.  _______   _______   ________
1MA.1.3.1.

Слика 5. *Пример садржаја наставног листа за средњи ниво за диференцирано утврђивање наставних јединица: Јединице мере за површину, Упоређивање разломака*

Задаци разумевања
Изрази: $1m^2$ = ___________ dm^2 $3m^2\ 5dm^2$ = _______________ cm^2 56 000 mm^2 = ____________ cm^2 90 000cm^2 = ________________ m^2
1MA.2.2.3.
Шта је веће $\frac{1}{5}$ броја 280 или $\frac{1}{7}$ броја 280? Израчунај, а затим упореди бројеве.
1MA.2.3.2.

Слика 6. *Пример садржаја наставног листа за напредни ниво за диференцирано утврђивање наставних јединица: Површина квадрата и правоугаоника, Читање и писање разломака, Упоређивање разломака*

Задаци примене
Израчунај обим и површину парка у школском дворишту који има облик дате фигуре. (Слика није у природној величини)  Обим дате фигуре је _______________ Површина дате фигуре је ____________
1MA.3.2.4.
Влада чита књигу која има 270 страна. У првој недељи је прочитао $\frac{2}{9}$ укупног броја страна, а у другој недељи $\frac{1}{7}$ остатка. Колико још страна треба да прочита како би прочитао половину књиге? Потребно је да прочита још __________ страна како би прочитао половину књиге.
1MA.3.3.2.

Задаци креативности и стваралаштва
Према слици осмисли текст задатка, запиши га, а затим реши. 
1MA.3.2.4.
На Веколинином рођендану деца су појела $\frac{3}{8}$ торте, рођаци $\frac{1}{4}$, а комшије $\frac{3}{16}$. Који део торте је преостао? Решење представи цртежом, тако што ћеш нацртати правоугаоник, поделити га на 16 једнаких делова и различитим бојама обојити делове који се траже.
1MA.3.3.2.

II МЕТОДОЛОГИЈА ИСТРАЖИВАЊА

1. ПРОБЛЕМ И ПРЕДМЕТ ИСТРАЖИВАЊА

Проблем истраживања је како организовати диференцирану наставу у складу са образовним стандардима у почетној настави математике.

Постоји више разлога због којих смо се определили за изучавање поменутог проблема. Данас се све више захтева да настава мисаоно ангажује дете, да оно у процесу учења самостално долази до сазнања, јер су тако стицана знања трајнија и применљивија у пракси. Такође, све више се инсистира на развоју потенцијалних способности ученика и побољшању његовог нивоа знања. Отуда и произилазе све чешће расправе о томе шта променити у настави и на који начин, како би се одговорило потребама савременог друштва.

У почетној настави математике индивидуалне карактеристике ученика могу се уважавати применом стандарда. Стандарди дефинисани на три нивоа могу олакшати диференцијацију наставе на три нивоа. Диференцираном наставом бавило се више аутора, док се образовним стандардима бавио мањи број њих, с обзиром на чињеницу да су стандарди обавезни у образовању тек осам школских година. Већина аутора бавила се теоријским разматрањем диференциране наставе, стандарда постигнућа ученика и њиховој повезаности. У почетној настави математике нисмо наишли на рад који се бави испитивањем ефеката примене диференциране наставе која је организована у складу са образовним стандардима на побољшање постигнућа ученика, при чему су обухваћени и часови обраде и утврђивања наставног садржаја из области геометрије и разломака. То је указало на потребу сагледавања ове теме и зато смо се одлучили да формулишемо следећи предмет истраживања.

Предмет истраживања *је испитивање ефеката примене диференциране наставе у складу са образовним стандардима на постигнућа ученика у области геометрије и разломака*

У почетној настави математике потребно је омогућити сваком ученику да напредује, што значи да је неопходно посветити се организовању диференциране наставе у складу са образовним стандардима. Наставни листови за самостално учење и математички задаци по нивоима који се налазе у експерименталном програму могу послужити као модел за побољшање постигнућа ученика у почетној настави математике. Верујемо да са становишта методике наставе математике ово истраживање може дати одговор на значајан број питања о утицају примене диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима на ученичка постигнућа.

Сматрамо да се значај ове дисертације може сагледати кроз научни, педагошки, практични и друштвени аспекат.

Научни значај истраживања може се сагледати у чињеници да до сада није било истраживања која су са овог аспекта проучавала утицај диференциране наставе организоване према образовним стандардима из наставних области Геометрија и Разломци на постигнућа ученика у почетној настави математике. Научни значај има конципирање оригиналног и иновативног модела диференциране наставе, засноване на образовним стандардима. Посебан значај за науку имају резултати који се добијају у оквиру експерименталног истраживања, а који показују да овакав иновативни модел, који је новина у нашој наставној пракси, може утицати на напредовање ученика, што ће представљати оригиналан допринос обогаћивању методичке теорије и праксе у области методике почетне наставе математике. Такође, значај се огледа и у испитивању мотивације и интересовања ученика за такав начин учења, као и у испитивању мишљења учитеља о оваквом начину рада.

Педагошки значај овог истраживања лежи у чињеници да је важан задатак почетне наставе математике омогућити сваком ученику да напредује. Према томе, настава треба бити организована тако да сваки ученик усваја знања према својим могућностима и оспособљава се за самосталан рад и има могућност да напредује. У раду су дати конкретни примери наставних листова за самостално учење и математички задаци за сва три нивоа знања у складу са образовним стандардима за утврђивање научених садржаја. Настава у којој су ученици активни, напредују према својим сопственим способностима и имају могућност да даље напредују, представља још један допринос повећању квалитета наставе и ефикасности рада у школи.

Практични значај јесте у томе да сазнања стечена овим истраживањем, као и развијени и примењени модел диференциране наставе могу помоћи учитељима приликом припремања, организације и дидактичко-методичког обликовања диференциране почетне наставе математике организоване у складу са образовним стандардима. У раду је појам *постигнућа ученика* операционализован повезивањем дефинисаних образовних стандарда и нивоа знања (присећање, препознавање, разумевање, примена знања, стваралаштво и креативност) који су обухваћени почетном наставом математике. На овај начин, појам *постигнуће ученика,* дефинисан је у другачијем контексту, што представља теоријски допринос и помоћ учитељима да даље унапређују почетну наставу математике.

Друштвени значај истраживања се огледа у успостављању новог начина усвајања и утврђивања знања у почетној настави математике у геометријским садржајима и садржајима о разломцима, што би се реализовало иновативним моделом диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима. Такав приступ би омогућио ученицима да схвате оно што уче, да повезују научене садржаје, да користе научено знање у различитим ситуацијама, тј. повећала би се њихова функционална писменост, што је и потреба данашњег друштва. Такође, овако иновативним радом учитељи могу да унапреде почетну наставу математике, као и да квалитет свог рада подигну на виши ниво.

Сматрамо да ће ова докторска дисертација потврдити уверења да се организовањем диференциране наставе у складу са образовним стандардима може утицати на постигнућа ученика у области геометрије и разломака, као и да ћемо утицати на друге истраживаче да се даље баве овом темом и да покушају да је расветле из неког другог угла.

2. ЦИЉ И ЗАДАЦИ ИСТРАЖИВАЊА

Циљ овог истраживања је утврдити *на који начин и у којој мери диференцирана настава, организована у складу са образовним стандардима утиче на постигнућа ученика у области геометрије и разломака у почетној настави математике и да ли утиче на мотивацију ученика за учење садржаја из области геометрије и разломака.*

Истраживањем желимо да:

- моделујемо експериментални програм и утврдимо његов утицај на постигнућа ученика у геометријским садржајима и садржајима о разломцима;
- испитамо мишљење ученика о експерименталном програму;
- испитамо мишљење учитеља о утицају диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима на постигнућа ученика у геометријским садржајима и садржајима о разломцима.

На основу овако формулисаног циља истраживања проистекли су следећи задаци:

1. **Утврдити утицај диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима на постигнућа ученика у геометријским садржајима и садржајима о разломцима.**

   1.1. Утврдити да ли постоји разлика у постигнућима ученика на тесту знања између експерименталне и контролне групе.

   1.2. Испитати да ли се резултати ученика експерименталне групе и контролне групе разликују на задацима различитог нивоа постигнућа (основни, средњи, напредни).

   1.3. Испитати да ли се резултати ученика експерименталне и контролне групе разликују на задацима из области геометрије и из области разломака.

   1.4. Утврдити утицај примене експерименталног програма на трајност усвојених знања геометријских садржаја и садржаја о разломцима.

   1.5. Утврдити да ли постоји разлика у постигнућима на тесту знања у односу на пол ученика под утицајем експерименталног програма.

2. **Испитати мишљење ученика о експерименталном програму (диференцираној настави организованој у складу са образовним стандардима).**

   2.1. Испитати мишљење ученика експерименталне групе о експерименталном програму (диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима).

   2.1. Испитати како примена експерименталног програма утиче на интересовање ученика за учење на часовима математике.

3. **Испитати мишљење учитеља о примени диференциране наставе и диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима**

   3.1. Испитати мишљење учитеља о примени диференциране наставе и диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима.

   3.2. Испитати на којим типовима часова и у којим етапама часа учитељи најчешће примењују диференцирану наставу у почетној настави математике и колико често користе наставне листове на три нивоа сложености за самосталан рад.

Сврха овог истраживања може се сагледати у настојању да се у почетној настави математике у већој мери користи диференцирана обрада и утврђивање наставних садржаја. Такође, ово истраживање треба да укаже и на важност коришћења диференцираних математичких задатака на три нивоа у складу са образовним стандардима, јер је утврђено да могу позитивно да делују на побољшање постигнућа ученика у почетној настави математике. Такав начин рада, диференцирана обрада и утврђивање наставних садржаја, омогућава прелазак ученика на наредни ниво знања, што данас представља значајан задатак наставе математике.

3.ХИПОТЕЗЕ ИСТРАЖИВАЊА

Полазну хипотезу истраживања формулисали смо према постављеном циљу: *Диференцирана настава организована у складу са образовним стандардима има позитиван утицај на постигнућа и мотивацију ученика у почетној настави математике у области геометријских садржаја и садржаја о разломцима.*

На основу постављених истраживачких задатака, формулисане су одговарајуће хипотезе истраживања:

1. **Диференцирана настава организована у складу са образовним стандардима има позитиван утицај на постигнућа ученика у геометријским садржајима и садржајима о разломцима.**

1.1.Постоји статистички значајна разлика у постигнућима ученика на финалном тесту знања између експерименталне и контролне групе у корист експерименталне групе.

1.2. Постоји статистички значајна разлика у постигнућима ученика на задацима различитог нивоа постигнућа (основни, средњи, напредни) између експерименталне и контролне групе у корист експерименталне групе.

1.3. Постоји статистички значајна разлика у постигнућима ученика на задацима из области геометрије и из области разломака експерименталне и контролне групе у корист експерименталне групе.

1.4. Постоји статистички значајна разлика у постигнућима ученика на поновљеном тесту знања између експерименталне и контролне групе у корист експерименталне групе.

1.5.Не постоји стартстички значајна разлика у постигнућима у односу на пол ученика под утицајем експерименталног програма.

2. **Ученици експерименталне групе имају позитивно мишљење о експерименталном програму, тј. о диференцираној настави организованој у складу са образовним стандардима.**

2.1.Ученици експерименталне групе имају позитивно мишљење о експерименталном програму (диференцираној настави организованој у складу са образовним стандардима).

2.2. Примена експерименталног програма утиче на интересовање ученика за учење на часовима математике.

3. **Анкетирани учитељи имају позитивно мишљење о примени диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима**

3.1. Анкетирани учитељи имају позитивно мишљење о примени диференциране наставе уопште и диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима.

3.2. Анкетирани учитељи у примењују диференцирану наставу на свим типовима часовима и у свим етапама часа, али не користе често наставне листове на три нивоа сложености за самосталан рад.

4. ВАРИЈАБЛЕ ИСТРАЖИВАЊА

На основу дефинисаног предмета истраживања за потребе нашег рада, одредили смо зависне и независне варијабле. Зависне варијабле представљају образовно–васпитне ефекте ове наставе:

- успех ученика на тесту изражен кроз резултате на иницијалном, финалном и другом финалном тестирању који се креће од 0 до 75 поена;
- интересовање ученика за учење математике након експерименталног програма;
- мишљење учитеља о ефектима диференциране почетне наставе математике организоване у складу са образовним стандардима на постигнућа ученика;

Назависне варијабле су:

А) експериментални програм (диференцирана настава организована у складу са образовним стандардима).

Б) Независно–контролне варијабле – обележја ученика:

- општи успех ученика остварен на крају школске године у трећем разреду Основне школе: *одличан, врло добар, добар, довољан, недовољан*;
- оцена из математике постигнута на крају школске године трећег разреда основне: *(5), (4), (3), (2), (1)*;
- пол ученика: дечаци, девојчице.

В) Независно–контролне варијабле – обележја учитеља:

- место рада (село – град),
- разред (први, други, трећи, четврти, комбинација и неподељена школа),
- радни стаж (до 10 година, од 11 до 20 година, од 21 до 30 година и од 31 до 40 година).

5. **ДЕФИНИСАЊЕ ОСНОВНИХ ПОЈМОВА У ИСТРАЖИВАЊУ**

Основни појмови у истраживању од којих смо пошли су: диференцирана настава, стандарди постигнућа ученика и почетна настава математике.

Диференцирана настава је настава у којој се уважавају разлике између ученика, тако што се ученици групишу према сличним особинама (претходна знања, темпо учења) и на тај начин се омогућава оптимални развој сваког ученика.

Стандарди постигнућа ученика дефинишу која знања, умења и вештине морају поседовати ученици на крају једног образовног циклуса. Дефинисани су за три нивоа: основни, средњи и напредни. Већина ученика, око 80%, требало би да усвоји најмањи фонд знања који је дефинисан основним нивоом стандарда. Средњим нивоом стандарда дефинисани су оптимални садржаји, који су предвиђени наставним програмом, које би требало да усвоји око 50% ученика. Напредни ниво стандарда односи се на максимална постигнућа ученика у настави, које би требало да оствари око 25% ученика. **Постигнућа ученика** односе се на остварени напредак у усвајању знања, трајности знања и мотивацији ученика за даље учење математике. Појам постигнуће смо операционализовали према нивоима знања ученика − (присећање и препознавање; разумевање; примена знања, стваралаштво и креативност).

Почетна настава математике подразумева наставу математике која се реализује у у прва четири разреда основне школе.

6. МЕТОДЕ ИСТРАЖИВАЊА

На основу постављеног циља и истраживачких задатака, одабране су одговарајуће методе, инструменти и технике истраживања.

Користили смо дескриптивну научно-истраживачку и експерименталну методу са паралелним групама.

Дескриптивну научно-истраживачку методу користили смо у етапи проучавања релевантне научне и стручне литературе, приликом прикупљања података, испитивања мишљења учитеља о примени диференциране наставе образовним стандардима постигнућа, приликом испитивања мишљења ученика о експерименталном програму, као и приликом обраде и интерпретације података и извођењу закључака.

Експерименталну методу са паралелним групама користили смо ради упоређивања ефеката експериманталног програма и класично организоване наставе. Поменуту методу користили смо да бисмо утврдили утицај експерименталног програма (диференцирану наставу организовану у складу са образовним стандардима) на постигнућа ученика у геометријским садржајима и садржајима о разломцима у почетној настави математике. Образовали смо две групе испитаника: Е и К групу и сваку је чинило по 5 одељења. У експерименталну групу смо увели експериментални програм, а са ученицима контролне групе рађено је на традиционални начин.

7. ТЕХНИКЕ И ИНСТРУМЕНТИ ИСТРАЖИВАЊА

У истраживању су примењиванене следеће истраживачке технике: тестирање, анкетирање и рад на педагошкој документацији са циљем прикупљања неопходних података.

Од инструмената смо користили: евиденциони лист, тестове знања (иницијални, финални, други финални), анкету за учитеље и анкету за ученике. Пошто нисмо пронашли прикладне тестове за мерење знања ученика из области геометријских садржаја и садржаја о разломцима у четвртом разреду, конструисали смо адекватне мерне инструменте – тестове знања (иницијални, финални, други финални).

Након извршеног пробног пилот–истраживања на узорку од 24 ученика једног одељења четвртог разреда ОШ „Милан Мијалковић" у Јагодини, испитали смо поузданост, валидност, осетљивост и објективност поменутих тестова.

Поузданост тестова

Након сваког теста проверили смо колики је Кронбахов коефицијент алфа (Cronbach's Alpha) што је наведено у следећим табелама.

Табела 2. *Поузданост иницијалног теста*

Cronbach's Alpha	Cronbach's Alpha Based on Standardized Items	N of Items
0.724	0,729	15

Табела 3. *Поузданост финалног теста*

Cronbach's Alpha	Cronbach's Alpha Based on Standardized Items	N of Items
0,759	0,760	15

Табела 4. *Поузданост другог финалног теста*

Cronbach's Alpha	Cronbach's Alpha Based on Standardized Items	N of Items
0,685	0,701	15

За иницијални тест он износи 0,724, за ретест 0,759; за ретест 2 износи 0,685. Добијене вредности Кронбах алфа коефицијента показују добру поузданост и унутрашњу сагласност иницијалног и финалног теста и прихватљиву поузданост и унутрашњу сагласност другог финалног теста (Ursachi, Horodnic, Zait, 2015).

Валидност тестова

Тестови знања конструисани су посебно за сврху овог истраживања. У свим фазама процеса креирања и одабира задатака за тестове консултовали смо се са два универзитетска професора чија је ужа област Методика наставе математике, као и са учитељима у чијим одељењима је реалзовано истраживање. Инструмент за иницијални тест најпре је садржао питања, али након изведеног пилот теста, настао је иницијални тест од 15 питања. Инструмент за финални тест најпре је садржао 18 питања, али након пилот теста добили смо коначну верзију од 15 питања. Такође, инструмент за други финални тест најпре је садржао 18 питања, али након пилот теста добили смо коначну верзију од 15 питања. Сви задаци су класификовани у три групе: 1. основни ниво (препознавање и репродукција), 2.средњи ниво (разумевање), 3.напредни (примена знања и креативност). Однос задатака основног нивоа према задацима средњег нивоа према задацима напредног нивоа на свим тестовима је износио 5:5:5 (укупно 15 задатака). У оквиру задатака основног нивоа однос препознавања и репродукције је 4:1 (укупно 5 задатака) у свим тестовима. У оквиру задатака напредног нивоа однос примене знања и креативности је 4:1 (укупно 5 задатака) у свим тестовима. Употребљене су садржајна и логичка валидација којима је утврђено слагање тестова са садржајима и критеријумима наставног програма. Вишеструком валидацијом утврдили смо да сви тестови (иницијални, финални и други финални) мере знање из области на коју се односе, тако да можемо сматрати да су ваљани.

Објективност тестова

Објективност тестова које смо користили у истраживању испитивали смо израчунавањем Пирсоновог коефицијента корелације између оцена двају независних оцењивача (учитеља практичара и аутора дисертације). У сва три случаја, односно када су у питању и иницијални, финални и други финални тест (Табела 4, Табела 5 и Табела 6) уочавамо да је добијена корелација оцена различитих оцењивача изузетно висока (корелација између оцена иницијалног теста износи 1,00; корелација између оцена финалног теста износи 1,00; корелација између оцена другог финалног теста износи 1,00).

Табела 5. *Вредност Пирсоновог коефицијента за иницијални тест*

		prvipregledac IT	**drugipregledac IT**
Prvipregledac IT	Pearson Correlation	1	1.000**
	Sig. (2-tailed)		.000
	N	24	24
drugipregledac IT	Pearson Correlation	1.000**	1
	Sig. (2-tailed)	.000	
	N	24	24

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Табела 6. *Вредност Пирсоновог коефицијента за финални тест*

		prvipregledac FT	**drugipregledac FT**
Prvipregledac FT	Pearson Correlation	1	1.000
	Sig. (2-tailed)		.000
	N	24	24
drugipregledac FT	Pearson Correlation	1.000	1
	Sig. (2-tailed)	.000	
	N	24	24

. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Табела 7. *Вредност Пирсоновог коефицијента за други финални тест*

		prvipregledac DFT	**drugipregledac DFT**
Prvipregledac DFT	Pearson Correlation	1	1.000
	Sig. (2-tailed)		.000
	N	24	24
drugipregledac DFT	Pearson Correlation	1.000	1
	Sig. (2-tailed)	.000	
	N	24	24

. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Дискриминативност (осетљивост) тестова

Да бисмо испитали дискриминативност тестова примењених у истраживању користили смо Шапиро-Вилков тест (Shapiro-Wilk Test) којим смо утврђивали одступање дате расподеле скорова од одговарајуће теоријске нормалне расподеле. Добијени резултати приказани су у Табели 8 .

Табела 8. *Tests of Normality*

	Shapiro-Wilk		
	Statistic	**df**	**Sig.**
probniIT	.946	24	.225
probniFT	.969	24	.650
probniDFT	.972	24	.726

*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

Коришћењем Шапиро-Вилк теста добили смо да је $p>0.05$ за сва три теста, тј. потврдили смо да нема статистички значајне разлике и да сва три теста имају нормалну расподелу.

На основу проверене поузданости, валидности, осетљивости и објективности конструисаних тестова, сматрамо да се можемо ослонити на резултате добијене применом истих.

Приликом прикупљања података о ученицима извршена је **анализа одговарајуће педагошке документације**. За потребе рада, од педагошке документације користили смо *дневник образовно-васпитног рада*. Из поменуте документације прикупили смо следеће податке о ученицима: име и презиме, назив школе коју похађају, разред и одељење, пол, општи успех и оцена из математике на крају претходне школске године.

Тестирање је спроведено у три наврата. Након теоријског разматрања проблема диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима, направили смо три еквивалентне форме теста:

1. ТИГР тест за мерење почетног нивоа знања ученика из наставне области Геометрија и Разломци (Прилог 1)

2. ТФГР тест за мерење финалног нивоа знања ученика из наставне области Геометрија и Разломци (Прилог 3)

3. ТТГР тест за испитивање степена трајности знања ученика из наставне области Геометрија и Разломци (Прилог 5).

Сваки тест садржао је по 15 задатака. Избор задатака је извршен тако што је за сваки ниво знања постављено по 5 задатака према дефинисаним образовним стандардима, и то: за основни ниво–задаци *присећања и препознавања и један задатак разумевања*, средњи ниво–задаци *разумевања*, а за напредни ниво–задаци *примене знања, стваралаштва и креативности*. Предвиђено време за решавање теста било је два школска часа. Тестирање смо ми извршили уз присуство учитеља одељења.

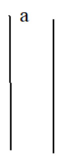
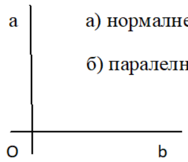
Пилот–тест радили смо на узорку од 24 ученика четвртог разреда ОШ „Милан Мијалковић" у Јагодини. На основу спроведеног пилот–теста одредили смо време потребно за решавање теста. Иницијалним тестом утврдили смо претходни ниво знања ученика из наставне области Геометрија и Разломци, пре почетка примене експерименталног програма. По завршетку иницијалног тестирања у експерименталну групу је уведен експериментални (Прилог 7). После спроведеног експеримента, употребом финалног теста утврдили смо ниво знања ученика из поменутих области. Спровођењем другог финалног теста утврдили смо трајност знања ученика експерименталне групе. Такође, тестовима смо испитали и међусобни однос резултата експерименталне и контролне групе.

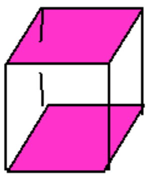
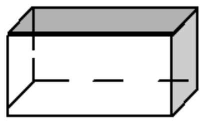
Сваки задатак из теста је бодован са 5 поена. Задаци који имају два дела (а, б) бодовани су тако да се добија 3 поена за један урађен део, а за цео задатак 5 поена. Задаци који имају четири дела (а, б, в, г) бодовани су тако да се за сваки тачан део добија по 1 поен, а за цео тачан задатак 5 поена.

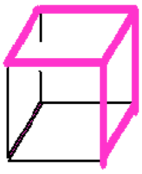
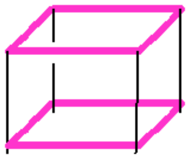
За сваки задатак наводимо потребан ниво знања за решавање и начин бодовања. С обзиром на то да смо користили три еквивалентне форме теста, описујемо најпре први задатак из сва три теста (иницијални, финални, финални 2 тест), затим други задатак и тако редом.

ОСНОВНИ НИВО

ЗАДАТАК 1.

бр.	ИНИЦИЈАЛНИ ТЕСТ
1.	У каквом међусобном положају се налазе нацртане праве? 1)  а) нормалне су б) паралелне су 2)  а) нормалне су б) паралелне су

бр.	ФИНАЛНИ ТЕСТ
1.	У каквом су положају обојене стране коцке и квадра? 1)  а) суседне су б) паралелне су 2)  а) суседне су б) паралелне су

бр.	ДРУГИ ФИНАЛНИ ТЕСТ
1.	У каквом су положају подебљане стране коцке и квадра? 1)  а) суседне су б) паралелне су 2)  а) суседне су б) паралелне су

Задатак 1. је из области геометрије којим проверавамо оствареност стандарда *1MA.1.2.1.* За решавање овог задатка *вишеструког избора* потребан је *основни ниво знања (препознавање).*

Табела 9. *Начин бодовања за задатак 1*

Нетачан резултат	**Тачан резултат само под а)**	**Тачан резултат само под б)**	**Тачан резултат и под а) и под б)**
0	3	3	5

ЗАДАТАК 2.

бр.	**ИНИЦИЈАЛНИ ТЕСТ**
2.	Наброј јединице мере за дужину. ____

бр.	**ФИНАЛНИ ТЕСТ**
2.	Наброј јединице мере за дужину од најмање до највеће. ____

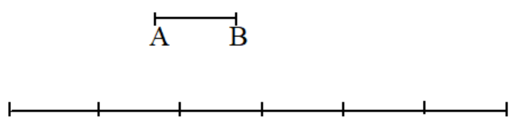
бр.	**ДРУГИ ФИНАЛНИ ТЕСТ**
2.	Наброј јединице за мерење дужине од највеће до најмање. ____

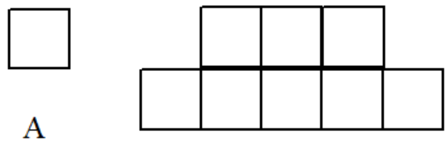
Задатак 2. је из области геометрије којим проверавамо оствареност стандарда *1МА.1.2.2.* За решавање овог задатка *отвореног одговора* потребан је *основни ниво знања (репродукција).*

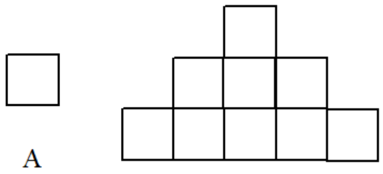
Табела 10. *Начин бодовања за задатак 2*

Нетачан резултат	**Наведено најмање три јединице за мерење дужине**	**Тачан резултат**
0	3	5

ЗАДАТАК 3.

бр.	**ИНИЦИЈАЛНИ ТЕСТ**
3.	Препознај и заокружи тачну дужину дате дужи, ако је мерна јединица дуж AB.  а) 7 · AB б) 6 · AB в) 8 · AB г) 5 · AB

бр.	ФИНАЛНИ ТЕСТ
3.	Ако је јединица мере квадрат А, одреди мерни број дате фигуре. *Заокружи тачан одговор*.  а) 2 б) 5 в) 8 г) 9

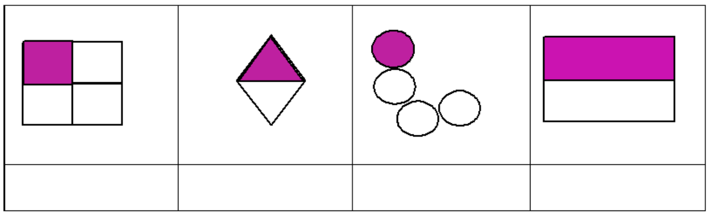
бр.	ДРУГИ ФИНАЛНИ ТЕСТ
3.	Ако је јединица мере квадрат А, одреди мерни број дате фигуре. Заокружи тачан одговор.  а) 3 б) 8 в) 9 г) 10

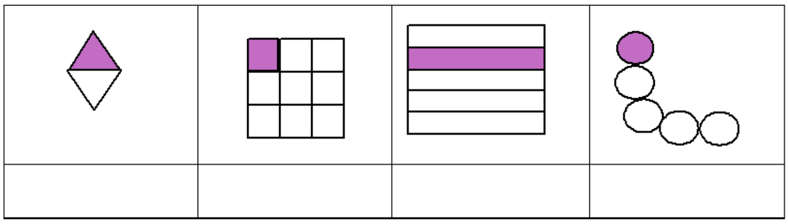
Задатак 3. је из области геометрије и њиме на иницијалном тесту проверавамо оствареност стандарда *1МА.1.2.3.* који подразумева да ученици приликом решавања ученици примењују поступак мерења дужине датих објеката у назначеним мерним јединицама. На финалном и другом финалном тесту проверавали смо оствареност стандарда *1МА.1.2.4.*, односно у задацима се од ученика тражило да користећи поступак мерења површине датог објекта одреде његову површину ако нам је позната јединица мере. За решавање овог задатка *вишеструког избора* потребан је *основни ниво знања (препознавање).*

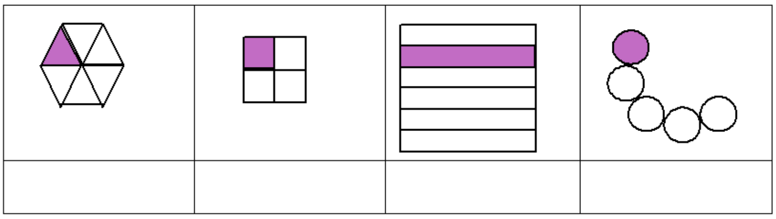
Табела 11. *Начин бодовања за задатак 3.*

Нетачан резултат	Тачан резултат
0	5

ЗАДАТАК 4.

бр.	**ИНИЦИЈАЛНИ ТЕСТ**
4.	Обојени део фигуре представи разломком. 

бр.	**ФИНАЛНИ ТЕСТ**
4.	Обојени део фигуре представи разломком. 

бр.	**ДРУГИ ФИНАЛНИ ТЕСТ**
4.	Обојени део фигуре представи разломком. 

Задатак 4. је из области разломака и њиме проверавамо оствареност стандарда *1МА.1.3.1.* За решавање овог задатка за који се тражи *кратак одговор,* потребан је *основни ниво знања (препознавање).* Од ученика се очекује да прочитају и запишу одговарајуће разломке, односно да препознају њихов графички приказ.

Табела 12. *Начин бодовања за задатак 4.*

Нетачан резултат	**Тачан резултат за једну слику**	**Тачан резултат за све слике**
0	1	5

ЗАДАТАК 5.

бр.	**ИНИЦИЈАЛНИ ТЕСТ**
5.	Повежи различитим бојама звездице на левој и десној страни тако да добијеш тачне одговоре. $\frac{1}{2}$ од броја 500 * * 30 $\frac{1}{4}$ од броја 120 * * 32 десетина броја 320 * * 25 половина броја 50 * * 250

бр.	**ФИНАЛНИ ТЕСТ**
5.	Повежи различитим бојама звездице на левој и десној страни тако да добијеш тачне одговоре. $\frac{1}{2}$ броја 320 * * 60 $\frac{1}{4}$ броја 240 * * 12 $\frac{1}{10}$ броја 120 * * 80 $\frac{1}{2}$ броја 160 * * 16

бр.	**ДРУГИ ФИНАЛНИ ТЕСТ**
5.	Повежи различитим бојама звездице на левој и десној страни тако да добијеш тачне одговоре. $\frac{1}{2}$ броја 260 * * 30 $\frac{1}{4}$ броја 120 * * 15 $\frac{1}{10}$ броја 150 * * 65 $\frac{1}{2}$ броја 130 * * 130

Задатак 5. је из области разломака и њиме проверавамо оствареност основног стандарда *1MA.1.3.2.* Подсетимо се, овај стандард односи се на то да ученик зна да израчуна вредност половине, четвртине и десетине неке дате целине. За проверавање поменутог садржаја потребан је *средњи ниво знања (репродукција*). У тестовима провера остварености овог стандарда реализована је применом задатка *вишеструког избора*.

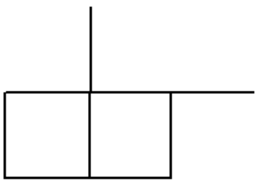
Табела 13. *Начин бодовања за задатак 5.*

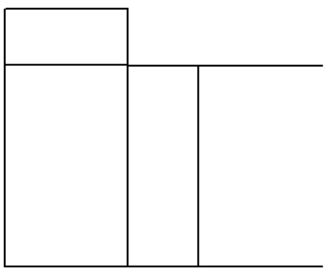
Нетачан резултат	**Тачан резултат за један пар**	**Тачан резултат за све парове**
0	1	5

СРЕДЊИ НИВО

ЗАДАТАК 6.

бр.	**ИНИЦИЈАЛНИ ТЕСТ**
6.	Испод дате тачке А нацртај дуж BC, затим нацртај праву m која пролази кроз тачку А и нормална је на дуж BC и праву n која пролази кроз тачку А и паралелна је са дужи BC. . А

бр.	**ФИНАЛНИ ТЕСТ**
6.	Доврши започето цртање мреже коцке, а затим израчунај површину те коцке. 

бр.	**ДРУГИ ФИНАЛНИ ТЕСТ**
6.	Доврши започето цртање мреже квадра, а затим израчунај површину тог квадра. 

Задатак 6. је из области геометрије, а њиме смо на иницијалном тесту проверавали оствареност *стандарда 1MA.2.2.1.* Наведени стандард се односи на то да се од ученика очекује да може да препозна међусобне односе геометријских објеката који су дати у равни (нпр. паралелност и нормалност правих, дужи). На финалном и другом финалном тесту задатком 6 проверавали смо оствареност стандарда 1MA.2.2.6. Од ученика се тражило да препознају, а затим на одговарајући начин доврше цртање мреже коцке и квадра и израчунају површине геометријских тела чије су мреже приказане. За решавање овог задатка, потребан је *средњи ниво знања (разумевање).*

Табела 14. *Начин бодовања за задатак 6.*

<table>
<tr><th>Нетачан резултат</th><th colspan="3">Тачан резултат дела задатка
Иницијални тест</th><th colspan="2">Тачан резултат дела задатка Финални/Финални поновљени тест</th><th>Тачан резултат задатка</th></tr>
<tr><td rowspan="2">0</td><td>цртање дужи BC</td><td>цртање праве m</td><td>цртање праве n</td><td>цртање мреже коцке/квадра</td><td>Површина коцке/квадра</td><td rowspan="2">5</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr>
</table>

ЗАДАТАК 7.

бр.	ИНИЦИЈАЛНИ ТЕСТ	
7.	Изрази:	
	1km = _______ m	2m 4dm = __________ cm
	560mm = _________ cm	9cm = ___________ mm

бр.	ФИНАЛНИ ТЕСТ	
7.	Изрази:	
	$1m^2$ = ___________ dm^2	$3m^2$ $5dm^2$ = _______________ cm^2
	56 000 mm^2 = ____________ cm^2	90 000cm^2 = ________________ m^2

бр.	ДРУГИ ФИНАЛНИ ТЕСТ	
7.	Изрази:	
	$1m^2$ = ___________ cm^2	$2m^2$ $8dm^2$ = _______________ cm^2
	34 000 mm^2 = ____________ cm^2	80 000cm^2 = ________________ m^2

Задатак 7. је из области геометрије и њиме на иницијалном тесту проверавамо оствареност стандарда *1MA.2.2.2.* Од ученика се очекује да врши претварање мерних јединица за мерење дужине. Са друге стране, задатак 7 на финалном и другом финалном тесту проверавао је испуњеност стандарда 1MA.2.2.3, односно да ли ученик зна мерне јединице за површину и њихове међусобне односе. Ученици су имали задатак да дате величине изразе у другим јединицама мере. За решавање задатка давањем *кратких одговора*, потребан је *средњи ниво знања (разумевање).*

Табела 15. *Начин бодовања за задатак 7.*

Нетачан резултат	Тачан резултат за један пример	Сви резултати тачни
0	1	5

ЗАДАТАК 8.

бр.	ИНИЦИЈАЛНИ ТЕСТ
8.	Колики је обим квадрата чија је дужина 2dm 4cm?

бр.	ФИНАЛНИ ТЕСТ
8.	Колика је површина квадрата чија страница има дужину 15cm?

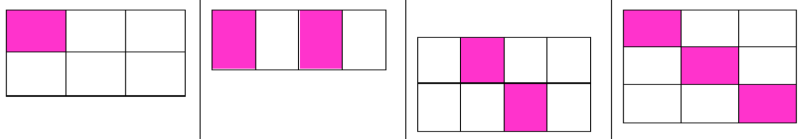
бр.	ДРУГИ ФИНАЛНИ ТЕСТ
8.	Израчунај површину правоугаоника ако је његова дужина 15cm, а ширина 8 cm.

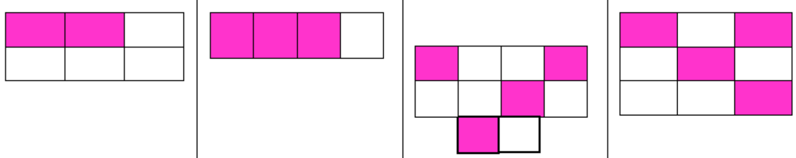
Задатак 8 је из области геометрије. На пиницијалном тесту проверавали смо оствареност стандарда *1MA.2.2.4.*, тј. од ученика је тражено да израчунају обим фигуре чије су димензије дате. Истим задатком на финалном и другом финалном тесту процењивали смо оствареност стандарда *1MA.2.2.5.* Ученици су решавањем овог задатка демонстрирали да ли умеју да израчунају површину правоугаоника и квадрата када су димензије фигура дате у истим јединицама мере. Тражи се отворени одговор за који је потребан *средњи ниво знања (разумевање*).

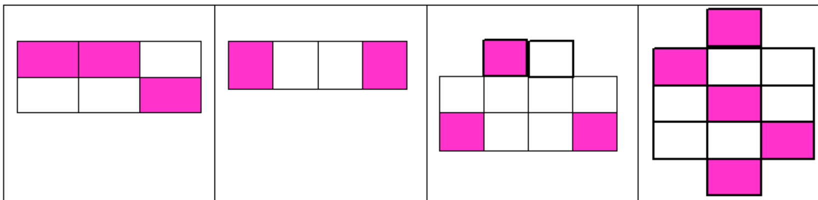
Табела 16. *Начин бодовања за задатак 8.*

Нетачан резултат	Тачан резултат
0	5

ЗАДАТАК 9.

бр.	ИНИЦИЈАЛНИ ТЕСТ
9.	Обојени део фигуре представи разломком. 

бр.	ФИНАЛНИ ТЕСТ
9.	Обојени део фигуре представи разломком. 

бр.	ДРУГИ ФИНАЛНИ ТЕСТ
9.	Обојени део фигуре представи разломком. 

Задатак 9. је из области разломака, а њиме на сва три теста проверавамо оствареност стандарда *1MA.2.3.1.* У задацима се од ученика тражило да препознају и запишу разломке облика $\frac{a}{b}, b \leq 10, a < b$ који су били представљени графички. Траже се *кратки одговори* за које је потребан *средњи ниво знања (разумевање).*

Табела 17. *Начин бодовања за задатак 9.*

Нетачан резултат	Један тачан пример	Тачан резултат
0	1	5

ЗАДАТАК 10.

бр.	ИНИЦИЈАЛНИ ТЕСТ
10.	Шта је веће $\frac{1}{4}$ броја 148 или $\frac{1}{2}$ броја 148? Израчунај, а затим упореди бројеве.

бр.	ФИНАЛНИ ТЕСТ
10.	Шта је веће $\frac{1}{5}$ броја 280 или $\frac{1}{7}$ броја 280? Израчунај, а затим упореди бројеве.

бр.	ДРУГИ ФИНАЛНИ ТЕСТ
10.	Шта је веће $\frac{1}{5}$ броја 320 или $\frac{1}{8}$ броја 320? Израчунај, а затим упореди бројеве.

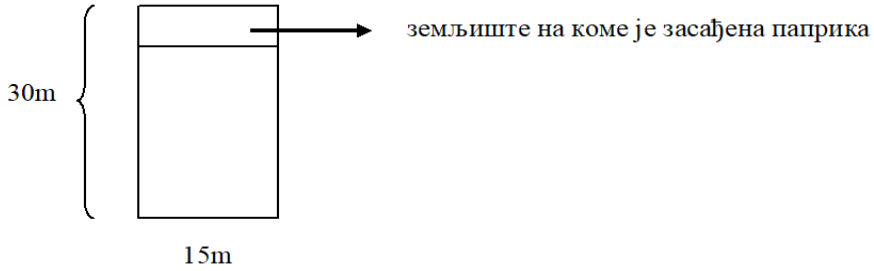
Задатак 10. је из области разломака, а проверавамо оствареност стандарда *1MA.2.3.2.* Ученици су имали задатак да одреде део дате целине и да упореде добијене разломке и резултате. Траже се *отворени одговор* за који је потребан *средњи ниво знања (разумевање).*

Табела 18. *Начин бодовања за задатак 10.*

Нетачан резултат	Поставка једног примера	Поставка и решење једног примера	Упоређивање добијених резултата	Тачан резултат
0	1	2	1	5

НАПРЕДНИ НИВО

ЗАДАТАК 11.

бр.	**ИНИЦИЈАЛНИ ТЕСТ**
11.	На правоугаоној парцели дужине 30 m и ширине 15 m засађени су паприка и парадајз. Обим земљишта на коме је засађена паприка је 40 m, а на остатку парцеле је засађен парадајз. Израчунај обим парцеле на којој је засађен парадајз.  Обим парцеле на којој је засађен парадајз је ____________m.

бр.	**ФИНАЛНИ ТЕСТ**
11.	На парцели површине 18a засађен је кромпир и лук. Кромпир је засађен на 5 пута већој површини него лук. Израчунај колико метара квадратних је засађено кромпиром, а колико луком. Кромпиром је засађено _____________ m^2. Луком је засађено _____________ m^2.

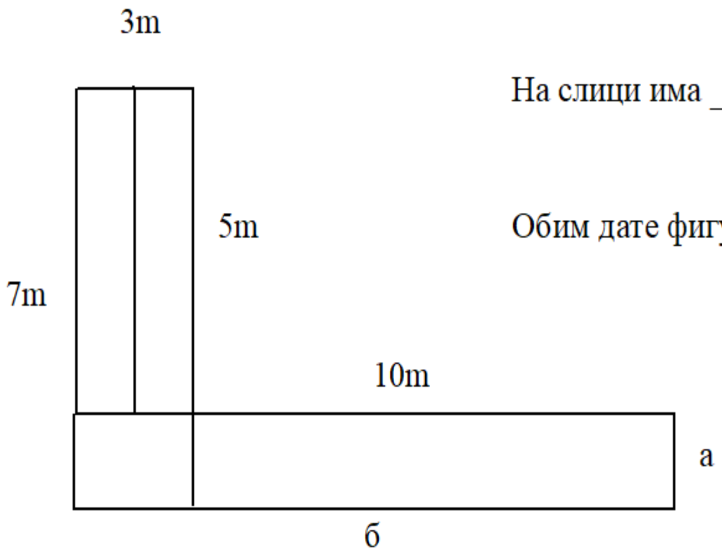
бр.	**ДРУГИ ФИНАЛНИ ТЕСТ**
11.	На парцели површине 21a засађени су пасуљ и грашак. Пасуљ је засађен на 6 пута већој површини него грашак. Израчунај колико метара квадратних је засађено пасуљом, а колико грашком. . Пасуљом је засађено _____________ m^2. Грашком је засађено _____________ m^2

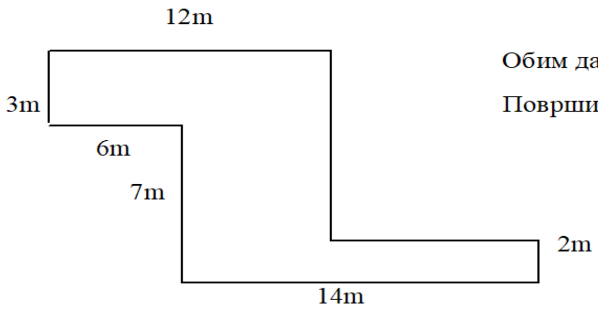
Задатак 11. је из области геометрије. На иницијалном тесту овим задатком проверавамо оствареност стандарда *1МА.3.2.2.* а на финалном и другом финалном тесту проверавамо оствареност стандарда *МА.3.2.1.* Тражи се *отворени одговор* за који је потребан *напредни ниво знања (примена знања).* Када је у питању иницијални тест, овај задатак се налази на напредном нивоу јер се од ученика тражи не само да израчунају обим дате фигуре, већ да уоче и оно што није директно назначено задатку. Исти задатак на финалном и другом тесту осим што од ученика тражи да изврше претварање мерних јединица за површину, такође захтева виши ниво мишљења и способност да се сагледају везе између датих и непознатих података у задатку.

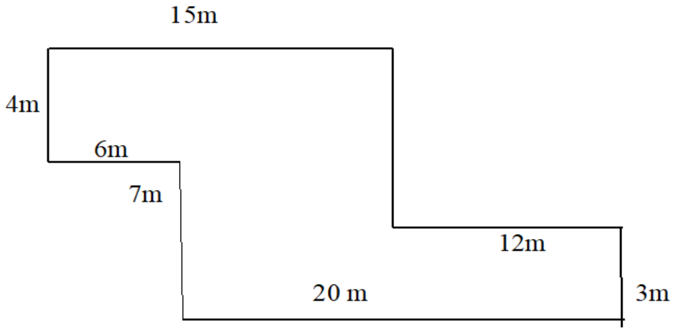
Табела 19. *Начин бодовања за задатак 11.*

Нетачан резултат	**Финални тест једно решење (кромпир или лук)**	**Финални поновљени тест једно решење (пасуљ или грашак)**	**Тачан резултат Иницијални тест Финални тест и Финални поновљени тест (оба одговора)**
0	3	3	5

ЗАДАТАК 12.

бр.	**ИНИЦИЈАЛНИ ТЕСТ**
12.	Преброј колико правоугаоника видиш на слици, а затим израчунај обим дате фигуре. (Слика није у природној величини)  На слици има _________ правоугаоника. Обим дате фигуре је ___________

бр.	ФИНАЛНИ ТЕСТ
12.	Израчунај обим и површину парка који има облика дате фигуре. (Слика није у природној величини)  Обим дате фигуре је ________________ Површина дате фигуре је _____________

бр.	ДРУГИ ФИНАЛНИ ТЕСТ
12..	Израчунај обим и површину парка који има облик дате фигуре. (Слика није у природној величини)  Обим дате фигуре је ____________ Површина дате фигуре је _____________

Задатак 12. је из области геометрије. Њиме проверавамо оствареност стандарда *1MA.3.2.4*. Од ученика се тражи да израчунају обим на иницијалном, односно обим и површину дате сложене фигуре на финалном и другом финалном тесту. Ученици морају да препознају делове, односно појединачне фигуре од којих је састављена дата сложена фигура и да одреде димензије тих појединачних фигура. Тражи се *отворени одговор* за који је потребан *напредни ниво знања (примена знања).*

Табела 20. *Начин бодовања за задатак 12.*

Нетачан резултат	**Иницијални тест (један тачан одговор број правоугаоника или обим)**	**Финални и финални поновљени тест (један тачан одговор обим или површина)**	**Тачан резултат**
0	3	3	5

ЗАДАТАК 13.

бр.	ИНИЦИЈАЛНИ ТЕСТ
13.	На Веколинином рођендану деца су појела половину торте, рођаци четвртину, а комшије осмину. Који део торте је преостао? Решење представи цртежом. Преостао је ____________ део торте.

бр.	ФИНАЛНИ ТЕСТ
13.	На Веколинином рођендану деца су појела $\frac{3}{8}$ торте, рођаци $\frac{1}{4}$, а комшије $\frac{3}{16}$. Који део торте је преостао? Решење представи цртежом. Преостао је ____________ део торте.

бр.	ДРУГИ ФИНАЛНИ ТЕСТ
13.	Тракториста је првог дана поорао $\frac{1}{8}$ њиве, другог дана $\frac{2}{4}$ њиве, а трећег дана $\frac{5}{16}$ њиве. Који део њиве је преостао трактористи за орање? Решење представи цртежом. Преостао је ____________ део њиве.

Задатак 13. којим проверавамо оствареност стандарда 1МА.3.3.1. је из области разломака. Од ученика се осим знања да прочитају, запишу разломке тражи и да их на начин који њима одговара прикажу графички, одговарајућим цртежом. Тражи се *цртање слике* за који је потребан *напредни ниво знања (креативност).*

Табела 21. *Начин бодовања за задатак 13.*

Нетачан резултат	Тачан резултат
0	5

ЗАДАТАК 14.

бр.	ИНИЦИЈАЛНИ ТЕСТ
14.	Обим баште облика правоугаоника и обим школског парка облика квадрата једнаки су и износе 48m. Дужина баште је краћа од дужине парка за 8 m. Израчунати ширину баште. Ширина баште је ___________________

бр.	ФИНАЛНИ ТЕСТ
14.	Површина баште облика правоугаоника једнак је површини парка облика квадрата и износи 1a 44m^2. Дужина баште је за 3 m краћа од дужине парка. Израчунај ширину баште. Ширина баште је ___________________

бр.	ДРУГИ ФИНАЛНИ ТЕСТ
14.	Башта облика правоугаоника и парк облика квадрата имају исте обиме и то по 80 m. Дужина правоугаоника је за 5 m дужа од дужине парка. Израчунај површину баште и површину парка. Ширина баште је ___________________

Задатак 14 је из области геометрије и за његово решавање потребан је *напредни ниво знања (примена знања)*. На тестовима проверавамо оствареност стандарда *1MA.3.2.2.* (иницијални тест) *и 1MA.3.2.3.* (финални и други финални тест). Од ученика се очекује да умеју да израчунају обим, односно површину датих геометријских фигура. Оно што ове задатке сврстава у напредни ниво, јесте то да нису сви подаци непосредно дати у тексту, већ је неопходно да ученици уоче везу између датог и траженог, то прикажу на одговарајући начин како би дошли до решења. Од ученика се тражи *отворени одговор јер је могуће да ће различити ученици на различите начине доћи до решења.*

Табела 22. *Начин бодовања за задатак 14.*

Нетачан резултат	Тачан резултат
0	5

ЗАДАТАК 15.

бр.	ИНИЦИЈАЛНИ ТЕСТ
15.	Влада чита књигу која има 232 стране. У првој недељи је прочитао $\frac{1}{4}$ укупног броја страна, а у другој недељи 37 страна. Колико још страна треба да прочита како би прочитао половину књиге? Потребно је да прочита још __________ страна како би прочитао половину књиге.

бр.	ФИНАЛНИ ТЕСТ
15.	Влада чита књигу која има 270 страна. У првој недељи је прочитао $\frac{2}{9}$ укупног броја страна, а у другој недељи $\frac{1}{7}$ остатка. Колико још страна треба да прочита како би прочитао половину књиге? Потребно је да прочита још __________ страна како би прочитао половину књиге .

бр.	ДРУГИ ФИНАЛНИ ТЕСТ
15.	Ученици су за три дана екскурзије прешли 680 km пута. Првог дана су прешли $\frac{2}{5}$ пута, а другог дана $\frac{3}{8}$ остатка пута. Колико су километара прешли трећег дана? Трећег дана су прешли _________ km.

Задатак 15 је из области разломака, а њиме проверавамо оствареност стандарда *1МА.3.3.2.* на сва три теста и за његово решавање је потребан *напредни ниво знања (примена знања)*. Од ученика се очекује да уме да израчуна део одређене целине и да то примени у решавању задатака. У решавању задатака овог типа ученици морају да на одговарајући начин визуелно представе разломке како би уочили везу између датих и тражених података. При томе различити ученици могу на различите начине графички представити разломке, па је ово један од разлога због чега се одговор даје у отвореној форми.

Табела 23. *Начин бодовања за задатак 15.*

Нетачан резултат	Тачан резултат
0	5

Анкетирање смо користили како бисмо утврдили мишљење ученика о реализованом експерименталном програму, као и мишљење и ставове учитеља о диференцираној настави која је организована у складу са образовним стандардима.

Анкетом за ученике, коју смо сами конструисали за потребе истраживања, испитали смо мишљење ученика о експерименталном програму, као и интересовање ученика за учење математике након експерименталног програма (Прилог 6). Први део анкете садржи питања у вези општих података о ученику (школа, разред, одељење, име и презиме, пол, успех који је ученик имао на крају претходне школске године и оцена из математике коју је ученик имао на крају претходне школске године). Други део анкете чине питања која се односе на мишљење ученика о експерименталном програму, односно питања која испитују интересовање ученика за учење математике након експерименталног програма.

Анкетирање смо користили како бисмо утврдили мишљење и ставове учитеља о диференцираној настави уопште и о диференцираној настави организованој у складу са образовним стандардима и њеном утицају на постигнућа ученика у почетној настави математике. Такође, желели смо да утврдимо на којим типовима часова и у којим етапама часа учитељи најчешће примењују диференцирану наставу у свом раду. Анкетни упитник за учитеље смо сами конструисали за потребе истраживања (Прилог 10). Анкета је састављена из два дела. Први део чине општи подаци (године радног искуства, место рада и разред). Други део чини 6 питања затвореног типа која се односе на мишљење и ставове учитеља о диференцираној настави уопште и о диференцираној настави организованој у складу са образовним стандардима и њеном утицају на постигнућа ученика у почетној настави математике.

8. ПОПУЛАЦИЈА И УЗОРАК ИСТРАЖИВАЊА

Популација истраживања из које је изабран **узорак ученика** обухвата ученике четвртог разреда три основне школе који су наставу похађали школске 2016/2017. године. Из популације ученика четвртог разреда случајним избором изабран је узорак од 228 ученика четвртог разреда основне школе на територији општине Јагодина. Узорак има карактеристике случајног, стратификованог и групног узорка. Случајним одабиром изабрали смо школе чија су одељења четвртог разреда учествовала у истраживању. Пошто се варијабле односе на: пол, општи успех ученика, оцену из математике, тј. групе, узорак је стратификован. Како смо одабрали већ формиране групе ученика, односно већ постојећа одељења, узорак је групни.

На самом почетку истраживања, узевши у обзир то да смо применили експеримент са паралелним групама две групе ученика су формиране, контролна и експериментална група. Узорак је чинило 228 ученика, по 114 ученика у свакој групи. Експерименталну групу сачињавали су ученици пет одељења четвртог разреда из ОШ "17. октобар" из Јагодине. Због броја одељења и броја деце у одељењима нисмо могли да обезбедимо еквивалентан узорак контролне групе од 114 ученика из једне школе, тако да су контролну групу чинили ученици из две основне школе: ученици из два одељења ОШ „Рада Миљковић" и ученици из три одељења ОШ „Бошко Ђуричић" из Јагодине.

У следећим табелама представљена је структура узорка ученика експерименталне и контролне групе по школама, у односу на пол, општи успех и оцену из математике на крају трећег разреда.

Табела 24. *Структура узорка ученика експерименталне и контролне групе по школама*

Група	Основна школа	*f*	%
ЕГ	ОШ „17. октобар"	114	100,0%
Укупно:		114	100,0%
КГ	ОШ „Рада Миљковић"	48	42,1%
	ОШ „Бошко Ђуричић"	66	57,9%
Укупно:		114	100,0%

Од 228 ученика, по 114 ученика припада експерименталној и контролној групи.

Табела 25. *Структура узорка ученика експерименталне и контролне групе у односу на пол, школе и одељења*

Група	**Основна школа**	**Одељење**	**Дечаци** *f*	**%**	**Девојчице** *f*	**%**	**Укупно**
ЕГ	„17. октобар“	IV_1	11	18,0%	10	18,9%	21
	„17. октобар“	IV_2	14	23,0%	9	17,0%	23
	„17. октобар“	IV_3	13	21,3%	7	13,2%	20
	„17. октобар“	IV_4	12	19,7%	14	26,4%	26
	„17. октобар“	IV_5	11	18,0%	13	24,5%	24
Укупно:			61	53,5%	53	46,5%	114
КГ	„Рада Миљковић“	IV_1	12	20,7%	11	19,6%	23
	„Рада Миљковић“	IV_2	12	20,7%	13	23,3 %	25
	„Бошко Ђуричић“	IV_1	13	22,4%	11	19,6%	24
	„Бошко Ђуричић“	IV_2	10	17,2%	11	19,6%	21
	„Бошко Ђуричић“	IV_1	11	19,0%	10	17,9%	21
Укупно:			58	50,9%	56	49,1%	114

Експерименталну групу чини 61 дечак (53,5%) и 53 девојчице (46,5%). Контролну групу чини 58 дечака (50,9%) и 56 девојчица. (49,1%).

Уједначавање експерименталне и контролне групе нисмо вршили премештањем ученика из једног одељења у друго, због услова рада у школи, већ смо га урадили на основу:

- пола ученика;
- општег успеха ученика на крају трећег разреда;
- оцене из математике на крају трећег разреда;
- резултата иницијалног тестирања.

Број девојчица експерименталне и контролне групе био је нешто мањи од броја дечака, што је приказано у следећој табели.

Табела 26. *Структура узорка у односу на пол ученика*

Група	**Дечаци**		**Девојчице**		**Укупно**	
	f	*%*	*f*	*%*	*f*	*%*
ЕГ	61	53,5%	53	46,5%	114	100
КГ	58	50,9%	56	49,1%	114	100
Укупно	119	52,2%	109	47,9%	228	100

$\chi_2 = 0,070$, df = 1, p = 0,791

Како смо тестирањем χ_2 тестом дошли до сигнификативности од 0,791, констатујемо да, у односу на пол, не постоји разлика између група која је статистички значајна.

Структура узорка ученика с обзиром на општи успех који су ученици остварили на крају претходне школске године, тј. на крају трећег разреда приказани су у Табели 27.

Табела 27. *Структура узорка ученика с обзиром на општи успех постигнут на крају трећег разреда*

Група	**Успех**								**Укупно**	
	2		**3**		**4**		**5**		***f***	**%**
	f	**%**	***f***	**%**	***f***	**%**	***f***	**%**		
ЕГ	0	0%	3	2,6%	29	25,4%	82	71,9%	114	100%
КГ	3	2,6%	10	8,8%	27	23,7%	74	64,9%	114	100%
Укупно	3	1,3%	13	5,7%	56	24,6%	156	68,4%	228	100%

У Е-групи највише ученика има одличан успех (71,9%), затим врло добар (25,4%) и добар (2,6%). У контролној групи одличних је (64,9%), врло добрих (23,7%), добрих (8,8%), довољних (1,3%).

Тестирањем нормалности расподеле успеха на крају претходног разреда ученика Е и К групе дошли смо до резултата које смо приказали следећом табелом 28.

Табела 28. *Приказ успеха ученика из математике на крају трећег разреда*

	Група	**Kolmogorov-Smirnov**[a]			**Main Rank**	**Mann-Whitney U**	**Wilcoxon W**	**Z**	**Sig.**
		Statistic	**Sig.**	**df**					
Оцена	**ЕГ**	.443	.000	114	119,84	5780.000	12335.000	5780.000	0,110
	КГ	.388	.000	114	109,16				

Како је сигнификантност добијена Колмогоров-Смирновим тестом у оба случаја p=0,000, експериментална и контролна група немају нормалну расподелу. Резултати Ман-Витнијевог потврђују да постојећа разлика између оцена ученика из математике на крају трећег разреда Е и К групе није статистичка значајна (U=5780,000, p= 0,134).На основу тога, сматрамо да су групе уједначене у погледу успеха на крају трећег разреда.

Табела 29. *Структура узорка ученика с обзиром на оцену из математике на крају трећег разреда*

Група	**Оцена**								**Укупно**	
	2		**3**		**4**		**5**		***f***	**%**
	f	**%**	***f***	**%**	***f***	**%**	***f***	**%**		
Експериментална	4	3,5%	3	2,6%	44	38,6%	63	55,3%	114	100%
Контролна	10	8,8%	13	11,4%	34	29,8%	57	50%	114	100%
Укупно	14	6,1%	16	7,0%	78	34,2%	120	52,6%	228	100%

У експерименталној групи из математике оцену 5 има 55,3% ученика, оцену 4 има 38,6%, оцену 3 има 2,6% и оцену 2 има 3,5% ученика. У контролној групи оцену 5 има половина ученика (50%), оцену 4 има 29,8%, оцену 3 има 11,4%) и оцену 2 има 8,8% ученика.

Тестирали смо нормалност расподеле оцене ученика из математике на крају претходног разреда ученика експерименталне и контролне групе (Табела 30).

Табела 30. Приказ оцена из математике на крају трећег разреда

	Група	**Kolmogorov-Smirnov[a]**			**Main Rank**	**Mann-Whitney U**	**Wilcoxon W**	**Z**	**Sig.**
		Statistic	**Sig.**	**df**					
Оцена	**ЕГ**	.328	.000	114	120,80	5780.000	12335.000	5780.000	0,110
	КГ	.294	.000	114	108,20				

Видимо да експериментална (D(114)=0,328, p=0,000) и контролна група (D(114)=0,294, p=0,000) немају нормалну расподелу, па смо стога применили Ман-Витнијев тест. Дибијени резултати указују да нема статистички значајније разлике између оцена ученика из математике на крају трећег разреда Е и К групе (U=5780, p= 0,110), што значи да су групе у погледу оцена из математике уједначене.

Популацију истраживања из које је одабран **узорак учитеља** чине учитељи који су били у радном односу школске 2016/2017. године у основним школама у Јагодини и селу Рибаре (Општина Јагодина). Из популације учитеља случајним избором изабран је узорак од 106 учитеља из 6 основних школа. Структура узорка учитеља у односу на школу у којој су запослени, средину у којој се школа налази, године радног стажа и разред у коме предају приказана је у табелама које следе.

Табела 31. *Структура узорка учитеља истраживања с обзиром на школу у којој раде*

Школа	**Број учитеља**	**%**
„17. октобар“	20	18,9%
„Рада Миљковић“	24	22,6%
„Бошко Ђуричић“	14	13,2%
„Милан Мијалковић“	14	13,2%
„Горан Остојић“	10	9,5%
„Љубиша Урошевић“	24	22,6%
Укупно	106	100,0%

У Јагодини се налазе следеће основне школе: „17. октобар“, „Рада Миљковић“, „Бошко Ђуричић“, „Милан Мијалковић“ и „Горан Остојић“. Све наведене школе имају и подручна одељења у селима. Основна школа „Љубиша Урошевић“ налази се у селу Рибаре (Општина Јагодина).

Табела 32. *Структура узорка учитеља с обзиром на средину (градска – сеоска)*

Средина	**Број учитеља**	**%**
Градска	71	67,0%
Сеоска	35	33,0%
Укупно	106	100,0%

Уочавамо да је већи број анкетираних учитеља који раде у градским школама, њих 71 (67%), него оних који раде у сеоској школи 35 (33%).

Када се ради о дужини радног стажа испитаних учитеља, за потребе рада, разврстали смо све учитеље у четири категорије, и то: до 10 година, од 11 до 20, од 21 до 30 и од 31 до 40 година.

Табела 33. *Структура узорка учитеља с обзиром на године радног стажа*

Године радног стажа	**Број учитеља**	**%**
до 10	16	15,1%
11 - 20	34	32,1%
21 - 30	33	31,1%
31 - 40	23	21,7%
Укупно	106	100,0%

Као што се из Табеле 33. види, највише анкетираних учитеља 34 (32,1%) имају између 11 и 20 година радног искуства, нешто мањи проценат 33 (31,1%) има између 21 и 30 година. Нешто више од петине свих учитеља има радно искуство од 31 до 40 година, односно 23 (21,7%) анкетираних учитеља. Најмање 16 (15,1%) њих има стаж мањи од 10 година.

Табела 34. *Структура узорка учитеља с обзиром на разред*

Разред	**Број учитеља**	**%**
I	21	19,8%
II	22	20,7%
III	21	19,8%
IV	23	21,7%
Комбинација, неподељена школа	19	18,0%
Укупно	106	100,0%

Као што се из Табеле 34. види узорак учитеља обухваћених анкетом чини њих 106, од тога 21 (19,8%) води први разред, 22 (20,7%) учитеља води други разред, 21 (19,8%) учитеља води трећи разред, четврти разред води 23 (21,7%) учитеља, док 19 (18%) учитеља ради у комбинованим одељењима или неподељеној школи.

9. ОРГАНИЗАЦИЈА И ТОК ИСТРАЖИВАЊА

Истраживање је обављено школске 2016/2017. године.

Током септембра школске 2016/2017. године реализовани су договори са директорима школа, педагошко-психолошком службом, као и са учитељима експерименталне и контролне групе.

У октобру школске 2016/2017. године прикупљени су подаци о ученицима из *дневника образовно-васпитног рада* и урађено је иницијално тестирање ученика обе групе. Тестирање у оквиру једне групе је реализовано истог дана. Сва тестирања је реализовао експериментатор према јединственим упутствима.

Почетком новембра школске 2016/2017. године, након реализације иницијалног тестирања, ученици експерименталне групе су анкетирани, након чега је у експерименталну групу уведен експериментални фактор. Часове експерименталног програма реализовао је експериментатор у склопу часова редовне наставе четвртог разреда основне школе. Експериментални програм је у потпуности пратио актуелни наставни програм математике и реализован је до средине априла школске 2016/2017. године.

Експериментални програм је обухватио 20 експерименталних часова за које су израђени сценарији и материјали (наставни листови) за реализацију. Пошто су Е и К група из различитих школа, најпре је извршена провера да ли су усклађени програми рада ових школа. Потребне информације добили смо од учитеља експерименталне и контролне групе. Када смо установили да ученици обе групе користе уџбенике истог издавача, као и да се распоред тема и наставних јединица геометријског садржаја и садржаја о разломцима поклапају у школама у којима су експериментална и контролна група, приступили смо иницијалном тестирању. Након иницијалног тестирања, на основу добијених резултата ученика експерименталне групе, због рада на експерименталном програму, формирали смо три групе ученика по нивоима претходног постигнућа: основни, средњи и напредни ниво. Према консултацијама са ментором, одредили смо критеријум на основу којег смо одређивали на ком нивоу постигнућа се налази који ученик. Ученици који су решавали задатке из основног нивоа и највише два задатка из средњег нивоа налазили су се на основном нивоу. На средњем нивоу били су ученици који су решавали задатке са основног нивоа, најмање три задатка средњег нивоа, а највише два задатка из напредног нивоа. На напредном нивоу били су ученици који су решили задатке са основног нивоа, средњег нивоа и најмање три задатка из напредног нивоа. Након иницијалног тестирања, реализовали смо експериментални програм у експерименталној групи. Приликом реализације наставних садржаја доминирао је самосталан рад ученика уз стално присутну нашу помоћ и давање инструкција за рад и давања повратне информације. Као што је већ описано у поглављу **6. Креирање експерименталног програма** ученици су имали могућност да напредују и прилику да раде задатке за наредни ниво знања. Ако ученик не може да реши задатке предвиђене за ниво на коме се налази, добијао би лакше задатке са претходног нивоа. На тај начин, ученици су имали шансу да напредују према индивидуалним могућностима.

У Правилнику о програму наставе и учења за четврти разред основног образовања и васпитања („Службени гласник РС“ бр. 88/17, 27/18 – др. закон и 10/19) пише да се садржаји: мерење површине, површина правоугаоника и квадрата, површина коцке и квадра изучавају у оквиру наставне теме Мерење и мере. Као пто смо већ истакли у поглављу *2.2.1. Стандарди постигнућа у области геометрије*, образовни стандарди сврставају ове садржаје у област геометрије (Општи стандарди постигнућа –

образовни стандарди за крај првог циклуса обавезног образовања, 2011; Антић, Ђокић, 2018). Како се наш рад бави диференцијацијом наставе у складу са стандардима постигнућа усвојили смо класификацију геометријских садржаја дату у документу Општи стандарди постигнућа – образовни стандарди за крај првог циклуса обавезног образовања (2011). У (Табели 35) приказани су називи наставних јединица које је обухватио експериментални програм.

Табела 35. *Називи наставних јединица експерименталног програма*

Редни бр. вежбе	Наставна јединица	Тип часа
1.	Јединице мере за површину	обрада
2.	Јединице мере за површину	утврђивање
3.	Јединице мере за површину веће од квадратног метра	обрада
4.	Јединице мере за површину веће од квадратног метра	утврђивање
5.	Површина правоугаоника	обрада
6.	Површина правоугаоника	утврђивање
7.	Површина квадрата	обрада
8.	Површина квадрата	утврђивање
9.	Површина правоугаоника и квадрата	утврђивање
10.	Површина коцке	обрада
11.	Површина коцке	утврђивање
12.	Површина квадра	обрада
13.	Површина квадра	утврђивање
14.	Површина коцке и квадра	утврђивање
15.	Читање и писање разломака	обрада
16.	Читање и писање разломака	утврђивање
17.	Једнакост разломака	обрада
18.	Једнакост разломака	утврђивање
19.	Упоређивање разломака	обрада
20.	Упоређивање разломака	утврђивање

Након реализације експерименталног програма у експерименталној групи, крајем маја школске 2016/2017. године, у обе групе, спроведено је финално тестирање ученика. Након тестирања, ученици експерименталне групе су анкетирани. Октобра школске 2017/2018. године у обе групе, спроведено је друго финално тестирање ученика, ради провере трајности знања ученика. Тестирање у оквиру једне групе је реализовано истог дана. Сва тестирања је реализовао експериментатор према јединственим упутствима.

Анкетирање учитеља реализовано је у другој половини школске 2016/2017. године.

Преглед радова ученика, затим припрема података за обраду, такође и статистичка израчунавања извршена су током 2018. и 2019. године, након чега је обављена интерпретација и дискусија резултата и извођење закључака.

10. СТАТИСТИЧКА ОБРАДА ПОДАТАКА

Податке које смо добили истраживањем статистички смо обрадили употребом стандардних статистичких поступака.

За статистичку обраду података користили смо софтверски пакет IBM SPSS 22.0 и следеће статистичке мере: фреквенције, проценте, графичко и табеларно приказивање, аритметичку средину, Cronbach's Alpha, Kolmogorov-Smirnov и Shapiro-Wilk тест нормалности, Mann-Whitney тест, Friedman тест, Chi-square тест.

Кронбах Алфа коефицијент (Cronbach's Alpha koeficijent) применили смо како бисмо испитали поузданост конструисаних тестова.

Колмогоров-Смирнов тест (Kolmogorov-Smirnov test) примењен је за испитивање нормалности расподеле података.

Шапиро-Вилк тестом (Shapiro-Wilk test) утврђивали смо одступање расподеле добијених скорова од одговарајуће теоријске нормалне расподеле приликом испитивања дискриминативности конструисаних тестова.

Ман-Витнијевим тестом (Mann-Whitney test) тестирали смо значајности разлике посматраних величина када немају нормалну расподелу.

Фридманов тест (Friedman test) користили смо за анализу варијансе по ранговима, а post hoc анализе за испитивање које се групе међусобно значајно разликују на основу разлика у средњем рангу група.

Хи квадрат тест ($\chi 2$ тест) користили смо за уједначавање узорака и за утврђивање разлика у одговорима ученика с обзиром на пол и оцену ученика из математике, као и у одговорима учитеља с обзиром на радни стаж и средину у којој раде.

III АНАЛИЗА И ИНТЕРПРЕТАЦИЈА РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА

1. ДИФЕРЕНЦИРАЊЕ НАСТАВЕ ОРГАНИЗОВАНЕ У СКЛАДУ СА ОБРАЗОВНИМ СТАНДАРДИМА И ПОСТИГНУЋА УЧЕНИКА У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Савремена почетна настава математике има циљ да свим ученицима обезбеди обавезни минимум знања, тј. основни ниво, али и могућност да сваки ученик напредује до напредног нивоа (Tieso, 2003, Маричић, Милинковић, 2015). Настава у којој се уважавају разлике између ученика је диференцирана настава (Ђурић, 1998, Zech,1999, Дејић, Егерић, 2007) док стандарди постигнућа дефинишу шта је потребно савладати на одређеном нивоу (*Службени гласник РС– Просветни гласник*, бр. 5/2011, Дејић, Милинковић, 2012). Увођењем стандарда постигнућа „указује се на потребу диференцираног гледања на програмске задатке и елементе математике који су дефинисани програмом“ (Дејић, Милинковић, 2012: 98). Све ово је разлог због чега је наше истраживање имало за циљ да истражи улогу и утицај диференцирања наставе у складу са образовним стандардима на постигнућа ученика у почетној настави математике.

Најпре смо моделовали експериментални програм и испитали утицај диференциране наставе у складу са образовним стандардима на постигнућа ученика у областима геометрија и разломци у почетној настави математике. Затим смо испитали мишљење ученика о експерименталном програму, као и мишљење и ставове учитеља о улози и утицају диференциране наставе у складу са образовним стандардима на постигнућа ученика у почетној настави математике.

Резултате које смо добили представили смо и анализирали наведеним редоследом.

1.1. Утицај диференцирања наставе организоване у складу са образовним стандардима на постигнућа ученика

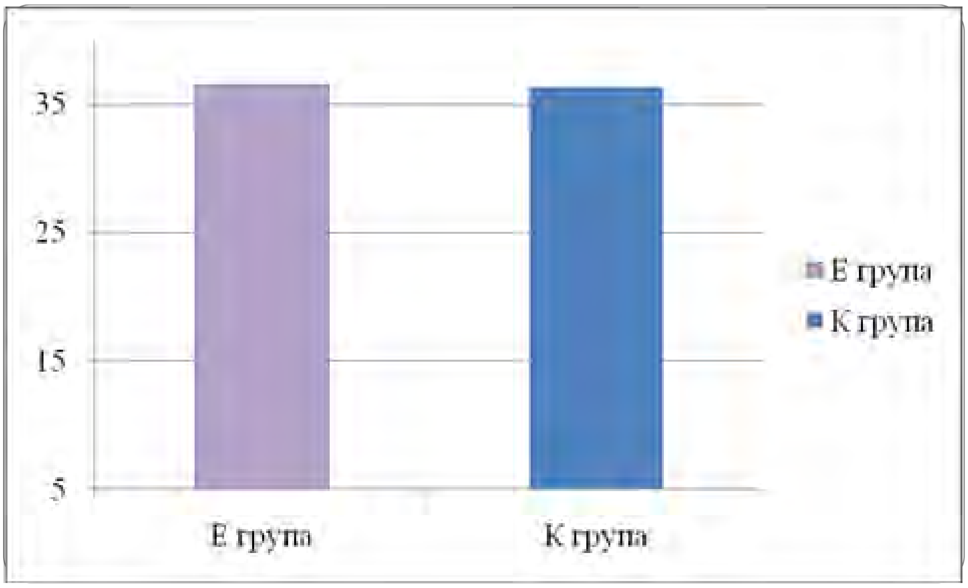
У првом делу истраживања желели смо да утврдимо утицај експерименталног програма, тј. диференцирања наставе у складу са образовним стандардима на постигнућа ученика у почетној настави математике. Резултати су приказани у наредним поглављима редом у складу са наведеним истраживачким задацима.

1.1.1. Анализа резултата иницијалног и финалног тестирања знања ученика експерименталне и контролне групе

Иницијалним тестом проверавали смо да ли су групе уједначене. Финалним и другим финалним тестом мерили смо ефекте утицаја експерименталног програма на постигнућа ученика.

<u>Резултати иницијалног теста Е-групе и К-групе</u>

Просечан број поена Е-групе и К-групе на иницијалном мерењу приказан је на следећем графикону.



Графикон 1. *Просечан број остварених поена Е и К групе на иницијалном мерењу*

Табела 36. *Дескриптивна статистика*

Група	95% интервал поверења	5% побољшана вредност	Аритметичка средина	Стандардна девијација	Стандардна грешка	Медијана	Интерквартил
ЕГ	34.20-38.68	36.46	36,44	12,07	1.13	37.00	18.00
КГ	33.80-38.81	36.60	36,31	13,49	1.26	39.00	19.50

Можемо уочити да се просечан број поена Е-групе (36,44) и К-групе (36,31) незнатно разликују за 0,13 поена.

Тестирањем нормалности расподеле резултата који су добијени на иницијалном мерењу Е и К групе, дошли смо до показатеља који су приказани у следећој табели.

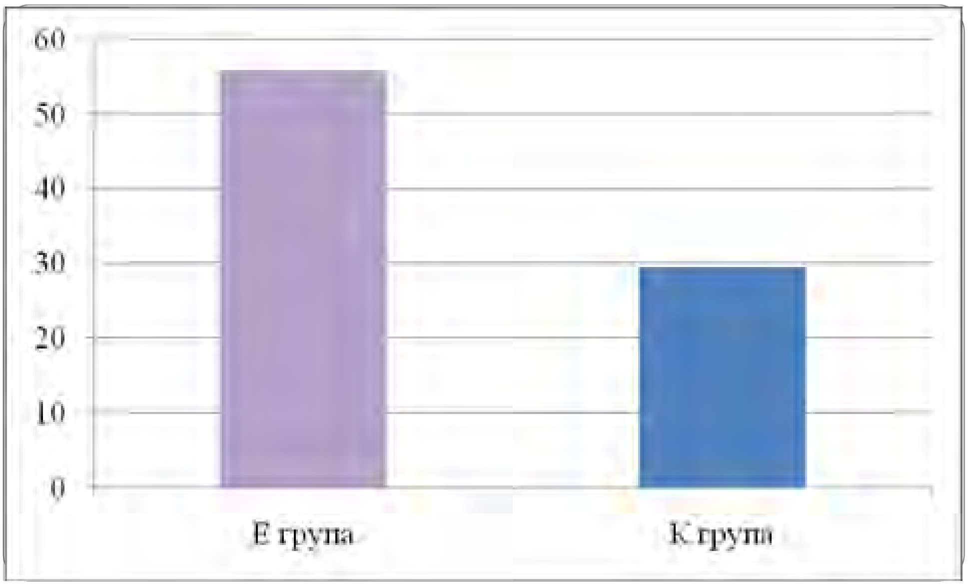
Табела 37. *Статистички приказ резултата иницијалног теста знања*

	Група	Kolmogorov-Smirnov[a]			Main Rank	Mann-Whitney U	Z	Sig.
		Statistic	**Sig.**	**df**				
ИТ	**ЕГ**	0,081	0.064	114	113,61	6599,000	0,203	0,839
	КГ	0,102	0.005	114	115,39			

Како је Колмогоров-Смирновим тестом за Е-групу добијена сигнификантност 0,064 следи да Е-група има нормалну расподелу. Са друге стране, К-група нема нормалну расподелу, јер је добијена вредност p=0,005. Како није задовољена претпоставка о нормалној расподели применили смо Ман-Витнијев тест. Његовом применом утврдили смо да је р = 0,839 и закључили да нема статистички значајне разлике на иницијалном тесту ученика обе групе. То значи да су групе у овом погледу уједначене.

Резултати финалног теста Е-групе и К-групе

Просечан број поена који је освојила Е-група и К-група на финалном мерењу дат је на следећем графикону.



Графикон 2. *Просечан број остварених поена Е и К групе на финалном мерењу*

Табела 38. *Дескриптивна статистика*

Група	95% интервал поверења	5% побољшана вредност	Аритметичка средина	Стандардна девијација	Стандардна грешка	Медијана	Интерквартил
ЕГ	53.35-58.35	56.41	55,88	13,624	1.28	55.00	18.50
КГ	27.28-31-97	29.74	29,62	12,664	1.19	31.00	18.00

Као што се може уочити на основу приказаних података, просечан број бодова које су освојили ученици Е-групе на финалном тесту (55,88) био је знатно већи од просечног броја бодова К-групе (29,62).

Тестирањем нормалности расподеле скорова које су остварили ученици на финалном тесту знања, добијени су резултати који су приказани у следећој табели.

Табела 39. *Статистички приказ резултата финалног теста знања*

	Група	Kolmogorov-Smirnov[a]			Main Rank	Mann-Whitney U	Z	Sig.
		Statistic	Sig.	df				
ФТ	**ЕГ**	0,130	0.000	114	162,43	1034.000	-10,982	0,000
	КГ	0,070	0.200	114	66,57			

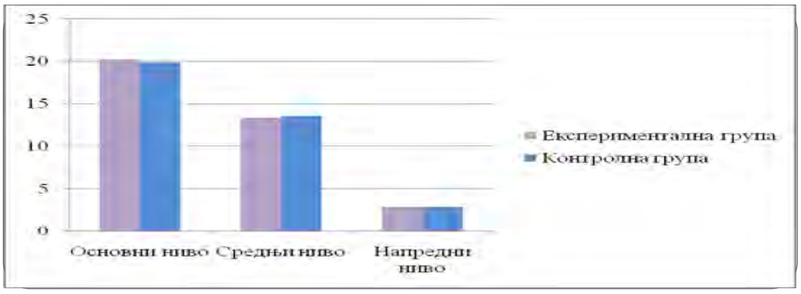
На основу приказаних података (табела 39) уочавамо да има разлике која је статистички значајна на финалном тесту знања К и Е групе (U=1034,000, p=0,000).

Добијени статистички показатељи потврђују да је експериментални програм (диференцирана настава која је у складу са образовним стандардима) утицао на побољшање постигнућа ученика у експерименталној групи. До сличних резултата дошли су Егерић (2004) и Вуловић (2011). Егерић (2004) је испитивала утицај диференциране наставе на образовне ефекте техником паралелних група и дошла је до резултата да је самостално усвајање знања применом савремених наставних система са наглашеном диференцијацијом програмских садржаја утицало на побољшање образовних ефеката. Вуловић (2011) је испитивао образовне ефекте примене методе активног учења на диференцираним садржајима наставе математике у трећем разреду основне школе и дошао до података да ученици експерименталне групе имају боља, трајнија и квалитетнија знања од ученика чија су знања стечена на традиционалан начин.

Тиме смо потврдили нашу хипотезу истраживања да *постоји статистички значајна разлика у постигнућима ученика на финалном тесту знања између Е-групе и К-групе у корист експерименталне групе.*

1.1.2. Анализа резултата ученика експерименталне и контролне групе на задацима различитог нивоа постигнућа

Разматрали смо успех ученика на задацима према нивоима постигнућа на иницијалном тесту знања. На Графикону 3 приказан је просечан број поена које су на иницијалном мерењу остварили ученици Е и К групе по нивоима (основни, средњи и напредни).



Графикон 3. *Просечан број остварених поена Е и К групе на иницијалном мерењу по нивоима*

Табела 40. *Дескриптивна статистика.*

	Образовни ниво	95% интервал поверења	5% побољшана вредност	Аритметичка средина	Стандардна девијација	Стандардна грешка	Медијана	Интерквартил
ЕГ	**основни**	19.51-20.96	20.41	20,24	3,902	0.37	20.00	7.00
	средњи	12.06-14.65	13.46	13,36	6,955	0.65	15.00	10.25
	напредни	2.13-3.56	2.48	2,84	3,846	0.36	0.00	5.00
КГ	**основни**	18.96-20.80	20.30	19,89	4,942	0.46	20.00	9.00
	средњи	12.17-14.95	13.68	13,56	7,466	0.70	15.00	12.00
	напредни	2.17-3,55	2,54	2,86	3,715	0.35	0.00	5.00

Као што смо и очекивали, укупан број бодова на задацима напредног нивоа ученика и Е и К групе мањи је од броја бодова остварених на задацима основног и средњег нивоа. Ако упоредимо постигнућа ученика ових двеју група, уочавамо да је разлика, на сва три нивоа незнатна. Разлика у просечном броју поена на основном нивоу износи 0,35 поена у корист Е-групе. На средњем нивоу је 0,20 у корист К-групе. Разлика у просечном броју поена на напредном нивоу је 0,02 поена у корист контролне групе.

Табела 41. *Статистички приказ резултата иницијалног теста знања за основни ниво*

	Група	Kolmogorov-Smirnov[a]			Main Rank	Mann-Whitney U	Z	Sig.
		Statistic	**Sig.**	**df**				
ИТ	**ЕГ**	0,196	0.000	114	114,75	6469,000	-0,060	0,952
	КГ	0,174	0.000	114	114,25			

Уочавамо да нема разллике која је стартистички значајна у резултатима, када су у питању задаци основног нивоа знања између Е и К групе (U = 6469,000; p=0,952). Значи, у овом погледу групе су уједначене.

Табела 42. Статистички приказ резултата иницијалног теста знања за средњи ниво

	Група	Kolmogorov-Smirnov[a]			Main Rank	Mann-Whitney U	Z	Sig.
		Statistic	Sig.	df				
ИТ	ЕГ	0,128	0.000	114	112,83	6688,500	-0,384	0,701
	КГ	0,130	0.000	114	116,17			

Добијени показатељи (Табела 42) указују да нема статистички значајне на средњем нивоу иницијалног теста знања Е и К групе. И у овом погледу групе су уједначене.

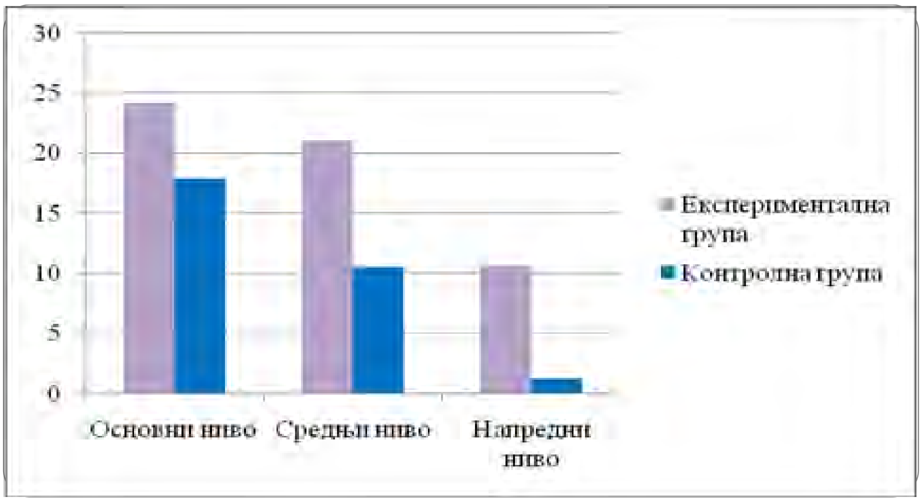
Табела 43. *Статистички приказ резултата иницијалног теста знања за напредни ниво*

	Група	Kolmogorov-Smirnov[a]			Main Rank	Mann-Whitney U	Z	Sig.
		Statistic	Sig.	df				
ИТ	ЕГ	0,349	0.000	114	113,97	6558,000	0,135	0,892
	КГ	0,342	0.000	114	115,03			

Добијени подаци (Табела 43) потврђују да нема статистички значајне разлике на напредном нивоу иницијалног теста знања Е и К групе. И у овом погледу групе су уједначене.

Добијени статистички показатељи потврђују да су групе уједначене посматрано по резултатима оствареним посебно на сваком нивоу (основни, средњи, напредни) на иницијалном тесту.

Након спровођења експерименталног програма, урађено је финално тестирање ученика. На следећем графикону приказан је просечан број остварених поена по нивоима за обе групе ученика.



Графикон 4. *Просечан број остварених поена Е и К групе на финалном мерењу по нивоима*

Табела 44. *Дескриптивна статистика*

	Образовни ниво	95% интервал поверења	5% побољшана вредност	Аритметичка средина	Стандардна девијација	Стандардна грешка	Медијана	Интерквартил
ЕГ	**основни**	23.82-24.58	24.54	24,20	2,062	0.19	25.00	0.00
	средњи	20.14-21.97	21.63	21,05	4,924	0.46	23.00	6.25
	напредни	8.95-12.29	10.41	10,62	8,991	0.84	10.00	15.00
КГ	**основни**	16.76-19.05	18.40	17,90	6,184	0.58	20.00	8.00
	средњи	9.29-11.74	10.47	10,52	6,589	0.61	10.50	9.25
	напредни	0.69-1.71	0.76	1,20	2,769	0.26	0.00	0.00

Разлика постоји у постигнућима између ученика на финалном мерењу како на основном, тако и на средњем и напредном нивоу у корист Е-групе. Разлика у просечном броју поена на основном нивоу износи 6,3 поена. На средњем нивоу разлика у просечном броју поена износи 10,3, док на напредном нивоу износи 9,42 поена.

Када упоредимо резултате које су ученици остварили на иницијалном и финалном тесту, видимо да су ученици Е-групе били успешнији на финалном мерењу по свим нивоима образовних стандарда постигнућа. Разлика на основном нивоу у просечном броју поена износи 3,96, на средњем нивоу 7,69, на напредном нивоу 7,78 у корист финалног мерења. За разлику од ученика Е-групе, код ученика К-групе имамо пад у постигнућима по свим нивоима образовних стандарда. Разлика у просечном броју поена на основном нивоу износи 1,99, на средњем нивоу 3,04, на напредном нивоу 1,66 у корист иницијалног мерења.

У Табели 45 приказани су резултати тестирања нормалности расподеле скорова који су добијени на финалном тесту знања за основни ниво К и Е групе.

Табела 45. *Статистички приказ резултата финалног теста знања за основни ниво*

	Група	Kolmogorov-Smirnov[a]			Main Rank	Mann-Whitney U	Z	Sig.
		Statistic	Sig.	df				
ФТ	**ЕГ**	0,484	0.000	114	153,68	2031.000	-9.700	0.000
	КГ	0,150	0.000	114	75,32			

Колмогоров-Смирновим тестом утврдили смо сигнификантност која износи 0,000 за обе групе чиме је утврђено да немају нормалну расподелу. У резултатима на финалном тесту знања на задацима основног нивоа постоји разлика која је статистички значајна (U = 2031,000; p=0,000).

Тестирањем нормалности расподеле добијених резултата на задацима средњег нивоа на финалном тесту знања и тестирањем статистичке значајности Е-групе добили смо вредности представљене у табели 46.

Табела 46. *Статистички приказ резултата финалног теста знања за средњи ниво*

	Група	Kolmogorov-Smirnov[a]			Main Rank	Mann-Whitney U	Z	Sig.
		Statistic	Sig.	df				
ФТ	**ЕГ**	0,211	0.000	114	160,25	1282.000	-10,534	0,000
	КГ	0,092	0.018	114	68,75			

Можемо закључити да је разлика откривена у броју поена остварених на задацима средњег нивоа финалног теста знања статистички значајна (U=1282,000; p=0,000). Ученици Е-групе остварили су знатно боље резултате од оних у К- групи.

Табела 47. *Статистички приказ резултата финалног теста знања за напредни ниво*

	Група	Kolmogorov-Smirnov[a]			Main Rank	Mann-Whitney U	Z	Sig.
		Statistic	Sig.	df				
ФТ	**ЕГ**	0,186	0.000	114	154,03	1992.000	-9.697	0.000
	КГ	0,475	0.018	114	74,97			

У Табели 47 дати су резултати тестирања нормалности расподеле скорова које су ученици Е и К групе остварили на задацима напредног нивоа на финалном тесту знања.

На основу добијених вредности (U=1992,000; p=0,000) можемо тврдити да постоји статистички значајна разлика у резултатима на финалном тесту знања на задацима напредног нивоа ученика Е и К групе. Показало, као што смо и очекивали да су ученици Е-групе били успешнији и на задацима овог нивоа.

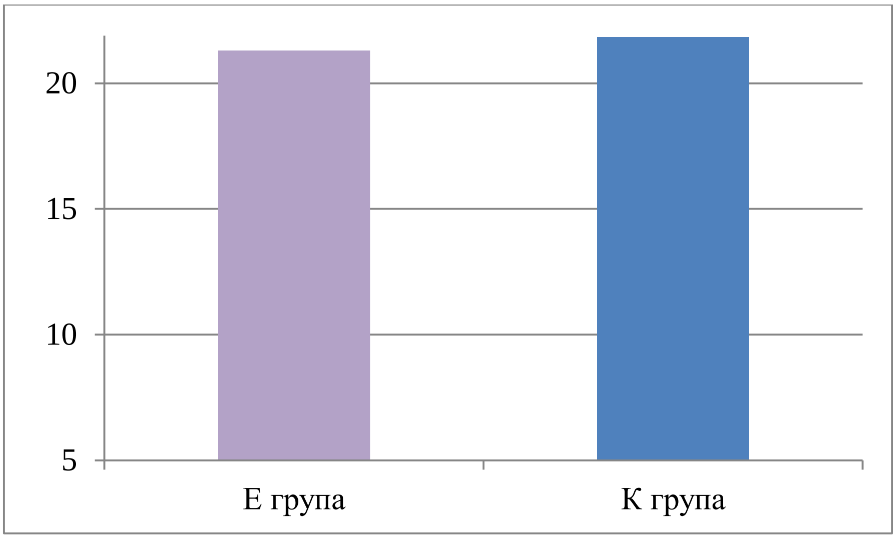
Резултати финалног тестирања показују да постоји статистички значајна разлика на свим нивоима знања у корист Е-групе. Добијени статистички показатељи потврђују да је експериментални програм (диференцирана настава која је у складу са образовним стандардима) утицао на побољшање постигнућа ученика у експерименталној групи на свим нивоима знања (основни, средњи, напредни). Односно, можемо констатовати да је експериментални програм омогућио ученицима напредак не само када су у питању задаци основног нивоа (задаци са обележјем основних стандарда), већ и када се ради о задацима средњег и напредног нивоа. Ако узмемо у обзир да се задаци средњег и напредног нивоа заснивају на примени виших мисаоних процеса и да могу бити показатељи да ли је ученик стекао солидну основу и довољно квалитетних знања и информација за даљи развој и надоградњу (Миловановић, 2008), тиме ефекат примене нашег експерименталног програма још више добија на значају. Бољи резултати ученика Е-групе на задацима напредног нивоа показали су да наш експериментални програм подстиче способности и својства учења као што су самосталност у раду, разумевање, анализирање, откривање, закључивање итд. (Миловановић, 2008).

Добијени резултати додатно добијају на вредности ако узмемо у обзир чињеницу да су ученици К-групе имали знатно слабије резултате на финалном мерењу у односу на оне на иницијалном тесту. Тиме смо потврдили нашу хипотезу истраживања да *постоји разлика која је статистички значајна у постигнућима ученика на задацима различитог нивоа постигнућа (основни, средњи, напредни) између Е и К групе у корист Е-групе.*

1.1.3. Анализа резултата ученика експерименталне и контролне групе у области геометријских садржаја и садржаја о разломцима

Тестови које смо конструисали садрже задатке из области геометрије и разломака. У Поглављу **7. Технике и инструменти истраживања**, описано је да су тестови у оквиру сваког нивоа (основни, средњи, напредни) садржали по три задатка из области геометрије и по два задатка из области разломака, тј. сваки тест садржао 9 задатака из области геометрије и 6 задатака из области разломака.

Просечан број поена, из области геометрије, који су остварили ученици Е и К групе на иницијалном мерењу приказан је следећим графиконом.



Графикон 5. *Просечан број остварених поена Е и К групе на иницијалном мерењу задатака из области геометрије*

Табела 48. *Дескриптивна статистика*

Група	**95% интервал поверења**	**5% побољшана вредност**	**Аритметичка средина**	**Стандардна девијација**	**Стандардна грешка**	**Медијана**	**Интерквартил**
ЕГ	19.82-22.79	21.30	21,31	8.00	0.75	22.00	13.00
КГ	20.17-23.52	21.92	21,84	9.03	0.85	23.00	15.00

Уочавамо да се просечан број поена из области геометрије Е-групе (21,31) и К-групе (21,84) незнатно разликују за 0,53 поена у корист К-групе.

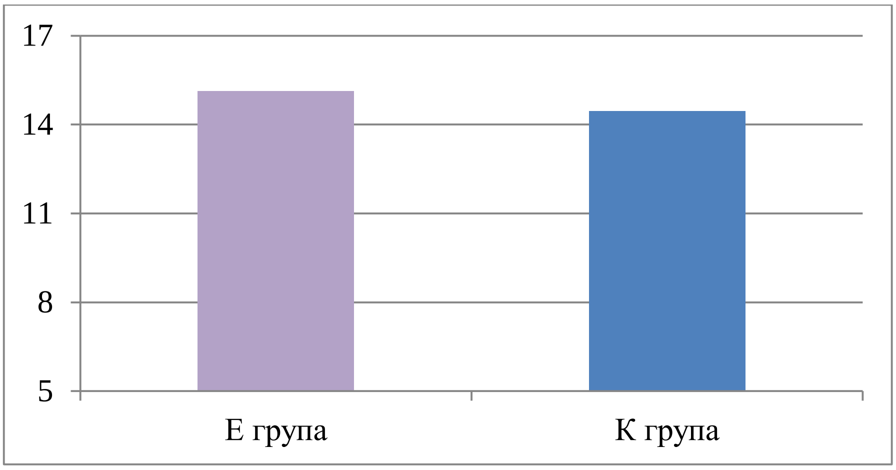
Резултати тестирања нормалност расподеле скорова које су ученици остварили на задацима из области геометрије на иницијалном мерењу приказани су у следећој табели.

Табела 49. *Статистички приказ резултата иницијалног теста знања из области геометрије*

	Група	Kolmogorov-Smirnov[a]			Main Rank	Mann-Whitney U	Z	Sig.
		Statistic	Sig.	df				
ИТ	ЕГ	0,081	0.061	114	111,30	6,862.500	0,734	0,463
	КГ	0,119	0.000	114	117,70			

Е-група има нормалну расподелу, јер је добијена сигнификантност 0,061, док К-група нема нормалну расподелу, јер је добијена вредност 0,000. Резултати примене Ман-Витнијевог теста показују да нема разлике на иницијалном тесту између група, која је статистички значајна (p = 0,463). Према томе, групе се у овом погледу могу сматрати уједначеним.

Просечан број остварених поена на иницијалном мерењу за задатке из области разломака које су остварили ученици обе групе, приказан је следећим графиконом.



Графикон 6. *Просечан број остварених поена Е и К групе на иницијалном мерењу задатака из области разломака*

Табела 50. *Дескриптивна статистика*

Група	95% интервал поверења	5% побољшана вредност	Аритметичка средина	Стандардна девијација	Стандардна грешка	Медијана	Интерквартил
ЕГ	14.12-16.15	15.15	15,13	5.47	0.51	15.00	10.00
КГ	13.39-15.54	14.47	14,46	5.77	0.54	15.00	9.00

Можемо уочити да се просечан број поена из области разломака Е-групе (15,13) и К-групе (14,46) незнатно разликују за 0,67 поена у корист К-групе.

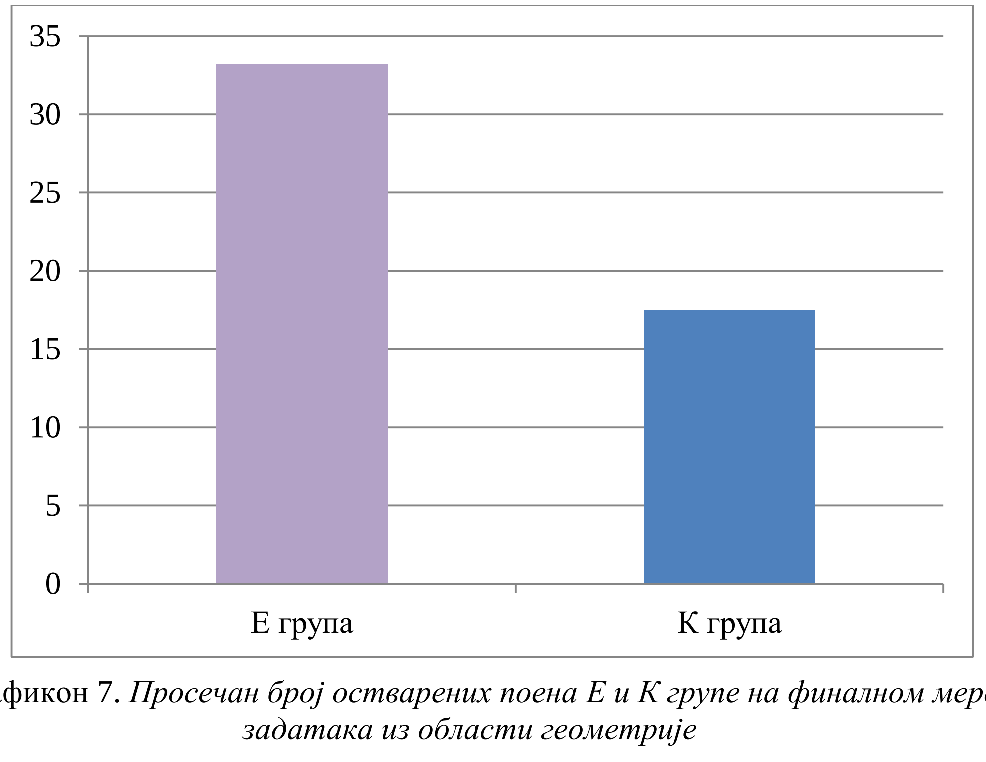
Резултати добијени тестирањем нормалности расподеле скорова које су ученици обе групе остварили на иницијалном тесту знања у области разломака, приказани су у следећој табели.

Табела 51. *Статистички приказ резултата иницијалног теста знања из области разломака*

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Група</th><th colspan="3">Kolmogorov-Smirnov[a]</th><th rowspan="2">Main Rank</th><th rowspan="2">Mann-Whitney U</th><th rowspan="2">Z</th><th rowspan="2">Sig.</th></tr>
<tr><th>Statistic</th><th>Sig.</th><th>df</th></tr>
<tr><td rowspan="2">ИТ</td><td>ЕГ</td><td>0,124</td><td>0.000</td><td>114</td><td>117,70</td><td rowspan="2">6,133.500</td><td rowspan="2">-0,739</td><td rowspan="2">0,460</td></tr>
<tr><td>КГ</td><td>0,125</td><td>0.000</td><td>114</td><td>111,30</td></tr>
</table>

Можемо уочити да ни К ни Е група немају нормалну расподелу, јер је добијена сигнификантност 0,000 за обе групе. Како резултати Ман-Витнијевог теста имплицирају да нема значајне разлике на иницијалном тесту знања (p = 0,460), констатујемо да су групе уједначене у погледу претходних знања из области разломака.

У наредном кораку анализирали смо просечан број поена ученика на финалном мерењу за задатке из области геометрије (Графикон 7).



Графикон 7. *Просечан број остварених поена Е и К групе на финалном мерењу задатака из области геометрије*

Табела 52. *Дескриптивна статистика*

Група	95% интервал поверења	5% побољшана вредност	Аритметичка средина	Стандардна девијација	Стандардна грешка	Медијана	Интерквартил
ЕГ	31.69-34.78	33.55	33,24	8.34	0.78	33.00	12.00
КГ	15.97-18.94	17.44	17,46	8.01	0.75	18.00	12.25

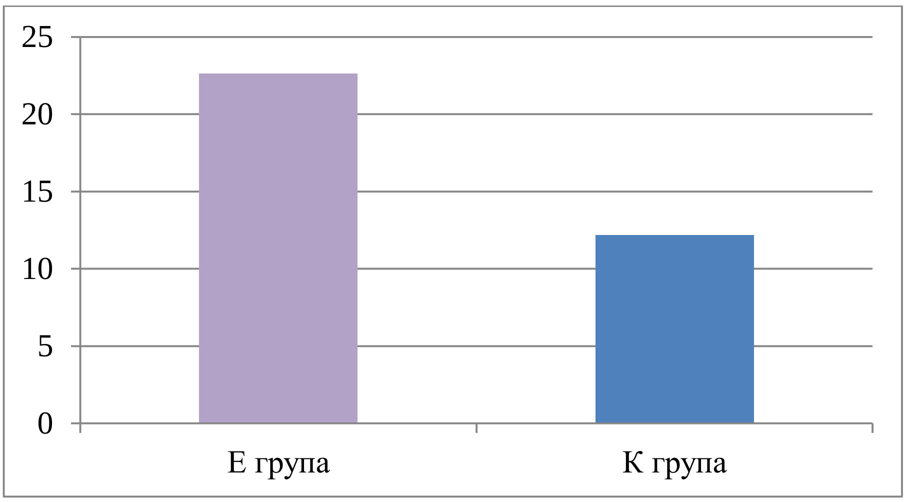
Просечан број поена из области геометрије Е-групе (33,24) и К-групе (17,46) разликују за 15,78 поена у корист Е-групе.

Табела 53. *Статистички приказ резултата финалног теста знања из области геометрије*

	Група	**Kolmogorov-Smirnov[a]**			**Main Rank**	**Mann-Whitney U**	**Z**	**Sig.**
		Statistic	**Sig.**	**df**				
ФТ	**ЕГ**	0,131	0.000	114	161,25	1,168.500	-10.716	0,000
	КГ	0,055	0.200	114	67,76			

На основу приказаних података (табела 53) можемо констатовали да постоји разлика која је статистички значајна на финалном тесту знања ученика К и Е групе (U=10,716, p=0,000).

У наредном кораку анализирали смо просечан број поена ученика на финалном мерењу за задатке из области разломака (Графикон 8).



Графикон 8. *Просечан број остварених поена Е и К групе на финалном мерењу задатака из области разломака*

Табела 54. *Дескриптивна статистика*

Група	95% интервал поверења	5% побољшана вредност	Аритметичка средина	Стандардна девијација	Стандардна грешка	Медијана	Интерквартил
ЕГ	21.51-23.77	22.98	22,64	6.10	0.57	25.00	10.25
КГ	10.99-13.34	12.21	12,17	6.34	0.59	12.00	10.00

Можемо уочити да се просечан број поена из области разломака Е-групе (22,64) и К-групе (12,17) разликују за 10,47 поена у корист Е-групе.

Тестирањем нормалности расподеле скорова које су постигли ученици обе групе на финалном тесту знања из области разломака, добијени су резултати који се налазе у следећој табели.

Табела 55. *Статистички приказ резултата финалног теста знања из области разломака*

	Група	Kolmogorov-Smirnov[a]			Main Rank	Mann-Whitney U	Z	Sig.
		Statistic	Sig.	df				
ФТ	ЕГ	0,177	0.000	114	156,88	1,667.000	-9.776	0,000
	КГ	0,102	0.005	114	72,12			

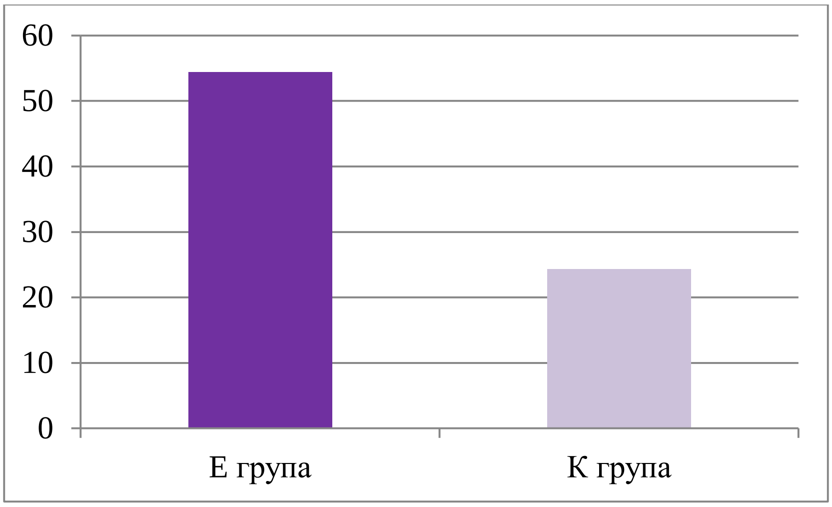
На основу приказаних података (табела 55) можемо констатовали да постоји разлика на финалном мерењу из области разломака између К-групе и Е-групе (U=1667,000, p=0,000).

Резултати финалног тестирања указују да постоји статистички значајна разлика у постигнућима ученика у наставној теми Геометрија и у наставној теми Разломци у корист Е-групе. Добијени статистички показатељи потврђују да је експериментални програм (диференцирана настава која је у складу са образовним стандардима) утицао на побољшање постигнућа ученика у Е-групи у наставним темама Геометрија и Разломци. Ефекте примене диференциране наставе у области геометрије истраживали су Вуловић (2011) и Канкуе, Тринидад и Кортез (Canque, Trinidad, Cortes, 2021). До сличних резултата, да је експериментални програм позитивно утицао на ученичка постигнућа, дошао је Вуловић (2011). С друге стране, Канкуе, Тринидад и Кортез нису установили да постоји разлика у постигнућима К и Е групе након примене експерименталног програма До резултата сличних нашим дошле су и Гречен (Gretchen, 2013) и Стагер (Stager, 2007) примењујући диференцирану наставу у области разломака у раду са ученицима петог разреда. Гречен (Gretchen, 2013) је утврдила да су ученици који су учили садржаје о разломцима и процентима по моделу диференциране наставе постигли значајно боље резултате од оних који су учили традиционалним путем. Стагер (Stager, 2007) је дошла до резултата да омогућавање ученицима да савлађују градиво на нивоу који одговара њиховим способностима доприноси бољим резултатима.

На основу добијених резултата потврдили смо нашу хипотезу истраживања да *разлика која је статистички значајна постоји у постигнућима ученика на задацима из области геометрије и разломака Е и К групе.*

1.1.4. Разлика у трајности знања између ученика експерименталне и контролне групе

Као саставни део првог истраживачког задатка испитивали смо да ли експериментални програм утиче на трајност знања ученика. Како бисмо утврдили ефекте експерименталног програма на трајност знања применили смо други финални тест знања који је еквивалентан финалном тесту знања. Други финални тест знања реализовали смо септембра наредне школске године. У даљем тексту приказани су резултати које смо добили.



Графикон 9. *Просечан број остварених поена Е и К групе на другом финалном мерењу*

Табела 56. *Дескриптивна статистика*

Група	95% интервал поверења	5% побољшана вредност	Аритметичка средина	Стандардна девијација	Стандардна грешка	Медијана	Интерквартил
ЕГ	51.84-57.05	55.01	54.44	14.05	1.32	55.00	18.00
КГ	22.36-26.27	24.50	24.32	10.56	0.99	25.00	17.00

Просечан број поена експерименталне (54,44) и контролне групе (24,32) разликује за 39,12 поена.

Тестирањем нормалности расподеле скорова остварених на другом финалном тесту и тестирањем статистичке значајности постигнуча ученика Е и К групе добили смо вредности представљене у следећој табели.

Табела 57. *Статистички приказ резултата поновљеног финалног теста знања*

	Група	Kolmogorov-Smirnov[a]			Main Rank	Mann-Whitney U	Z	Sig.
		Statistic	Sig.	df				
ФТ2	**ЕГ**	1,121	0.000	114	166,50	570,500	-11,911	0,000
	КГ	0,058	0.200	114	62,50			

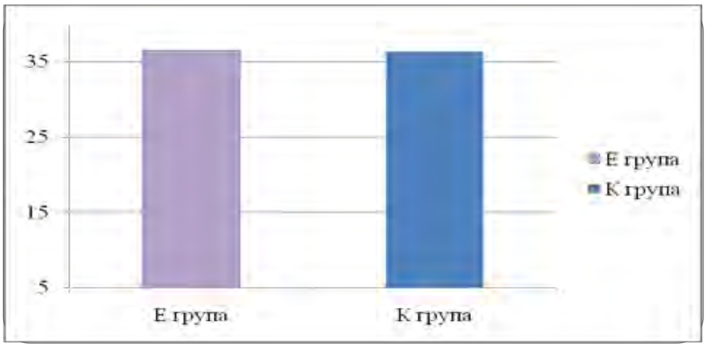
На основу приказаних података (табела 57) можемо констатовати да постоји статистички значајна разлика на другом финалном тесту знања између група (U=570,500, p=0,000).

Добијени статистички показатељи потврђују да је експериментални програм (диференцирана настава која је у складу са образовним стандардима) утицао на трајност знања ученика у Е-групи. Како трајност знања ученика зависи од начина усвајања новог знања, као и од начина утврђивања усвојеног знања (Педагошки речник, 1967), можемо констатовати да је примењени начин рада кориснији од традиционалне наставе. Тиме смо потврдили нашу хипотезу истраживања да *постоји статистички значајна разлика у постигнућима ученика на поновљеном (другом финалном) тесту знања у корист експерименталне групе.*

1.1.5. Постигнућа ученика експерименталне групе и пол ученика

Како се један од постављених задатака истраживања односио на испитивање постојања разлике у постигнућима Е-групе у односу на њихов пол, на самом почетку истраживања било је неопходно испитати да ли су групе девојчица и дечака биле уједначене по резултатима на иницијалном мерењу.

Графикон 10 приказује просечан број поена које су дечаци и девојчице остварили на иницијалном мерењу.



Графикон 10. *Просечан број остварених поена дечака и девојчица експерименталне групе на иницијалном мерењу*

Можемо уочити да се просечан број поена дечака (36,85) и девојчица групе (35,96) незнатно разликују за 0,89 поена.

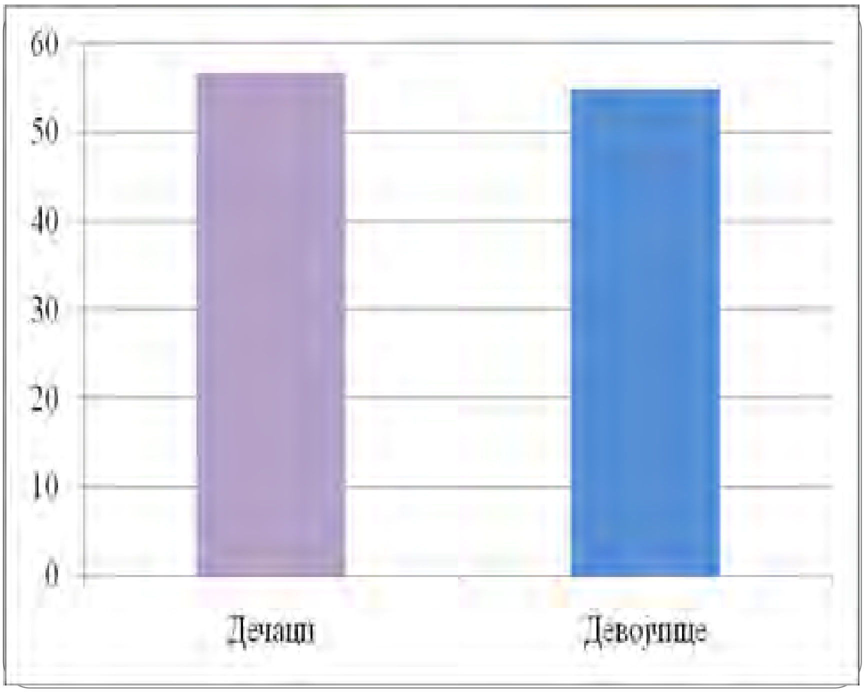
Тестирањем нормалности расподеле резултата остварених на иницијалном мерењу и тестирањем статистичке значајности постигнућа групе дечака и девојчица, добили смо податке који се налазе у следећој табели.

Табела 58. Статистички приказ резултата иницијалног теста знања

	Kolmogorov-Smirnov[a]		t-тест						
ИТ	**Статистика**	**Sig**	**t**	**df**	**Sig**	**N**	**Аритметичка средина**	**Стандардна девијација**	**Стандардна грешка**
Дечаци	0,080	0.200	0,391	112	0,696	61	36,85	11,97	1.53
Девојчице	0,119	0.057				53	35,96	12,29	1.69

Добијене вредности показују да обе групе имају нормалну расподелу. Резултати t-теста имплицирају да нема разлике у броју поена остварених на иницијалном тесту између дечака и девојчица (t=0,391, df=112, p=0,696).

У следећем кораку анализирали смо просечан број остварених поена дечака и девојчица на финалном мерењу.



Графикон 11. *Просечан број остварених поена дечака и девојчица Е-групе на финалном мерењу*

Табела 59. *Дескриптивна статистика*

Група	95% интервал поверења	5% побољшана вредност	Аритметичка средина	Стандардна девијација	Стандардна грешка	Медијана	Интерквартил
Дечаци	53.46-60.15	57.22	56.80	13,06	1.67	57.00	20.50
Девојчице	50.87-35.75	36.60	54.81	14,30	1.96	55.00	17.50

Можемо уочити да се просечан број поена дечака (56,80) и девојчица групе (54,81) незнатно разликују за 1,99 поена.

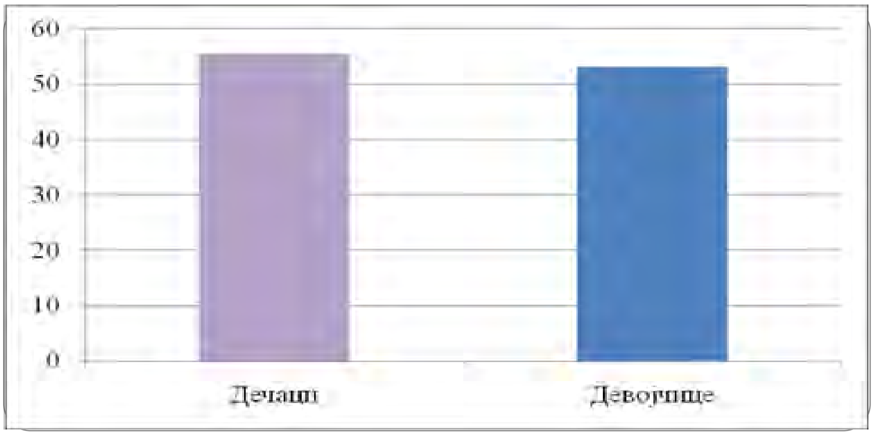
У следећој табели налазе се резултати добијени тестирањем нормалности расподеле скорова које су остварили дечаци и девојчице на финалном мерењу.

Табела 60. *Статистички приказ резултата финалног теста знања*

	Група	**Kolmogorov-Smirnov^{a}**			**Main Rank**	**Mann-Whitney U**	**Z**	**Sig.**
		Statistic	**Sig.**	**df**				
ФТ	**Дечаци**	0,148	0,148	61	59,46	1497,000	-0,683	0,495
	Девојчице	0,110	0,110	53	55,25			

Резултати тестирања нормалности расподеле скорова указују да обе групе имају нормалну расподелу. Како је p = 0,495 можемо закључити нема статистички значајне разлике у резултатима на финалном тесту знања дечака и девојчица, односно да нема разлике у односу на пол испитаника.

У последњем кораку анализирали смо резултате које су остварили дечаци и девојчице на другом финалном тесту.



Графикон 12. *Просечан број остварених поена дечака и девојчица Е-групе на поновљеном финалном мерењу*

Табела 61. *Дескриптивна статистика приказана је у следећој табели.*

Група	95% интервал поверења	5% побољшана вредност	Аритметичка средина	Стандардна девијација	Стандардна грешка	Медијана	Интерквартил
Дечаци	52.24-58.90	55.91	55.57	12,99	1.66	57.00	18.00
Девојчице	49.96-57.33	53.79	53.15	15,19	2.09	55.00	18.50

Видимо да се просечан број поена дечака (55,57) и девојчица групе (53,15) незнатно разликују за 2,42 поена.

Тестирањем нормалности расподеле скорова које су ученици остварили на поновљеном финалном тесту, добијени су резултати које смо приказали у Табели 62.

Табела 62. *Статистички приказ резултата поновљеног финалног теста знања*

	Група	Kolmogorov-Smirnov[a]			Main Rank	Mann-Whitney U	Z	Sig.
		Statistic	Sig.	df				
ФТ2	**Дечаци**	0,129	0,013	61	59,31	1506,000	-0,631	0,528
	Девојчице	0,114	0,086	53	55,42			

Уочавамо да група дечака нема нормалну расподелу (p=0,013), док је група девојчица има (p=0,086). На основу добијених података (Табела 62) утврђено је да нема разлике која је статистички значајна у резултатима на поновљеном финалном мерењу између дечака и девојчица (U = 1506,000; p=0,528).

Мада су дечаци имали у просеку нешто већи број бодова од девојчица, ова разлика се није показала значајном.

***

Показатељи статистичке анализе указују да не постоји значајна разлика када сагледамо резултате дечака и девојчица на иницијалном, финалном и поновљеном финалном тесту. До сличних резултата дошли су Онунугва, Игбо, Апех, Ндукву (Ojonugwa, Igbo, Apeh, Ndukwu, 2020). Они су установили да је коришћење диференциране наставе утицало на побољшање постигнућа у математици и код дечака и код девојчица. Наша хипотеза да нема статистички значајне разлике у постигнућима ученика експерименталне групе у односу на пол ученика је самим тим потврђена.

1.2. **Диференцирана настава математике и интересовање ученика - резултати**

Сазнања о индивидуалним разликама између ученика истог узраста одавно постоје, али нису се довољно уважавала у традиционалној настави математике. Често се прича о важности осавремењивања наставе математике у којој посебну пажњу треба посветити индивдуалним карактеристикама ученика (Стевановић, Мурадбеговић, 1990; Петровић, Мрђа, 2001; Егерић, 2004) . Веома је важно омогућити сваком ученику да савлада одређени ниво знања темпом који му одговара, што је могуће остварити у диференцираној настави математике (Дејић, Милинковић, 2012; Маричић, Шпијуновић, 2013; Јоксимовић, 2014; Rasheed, Wahid, 2018). Улога учитеља у диференцираној настави математике је велика, јер се не огледа само у поседовању знања, већ и начину мотивисања ученика и у преношењу знања на ученике (Вуловић, Егерић, 2010; Рацков, 2011).Ученици који су адекватно мотивисани и припремљени за час, дубље продиру у суштину садржаја који уче, што позитивно утиче на трајност знања (Баковљев, 1984; Шпијуновић, Маричић, 2016).

Како бисмо испитали мишљење ученика о екперименталном програму, као и утицај експерименталног програма на интересовање ученика за учење геометријских садржаја и садржаја о разломцима спровели смо анкетирање ученика експерименталне групе након реализације експерименталног програма. У тексту који следи биће анализирани резултати анкете.

Мишљење ученика експерименталне групе о експерименталном програму

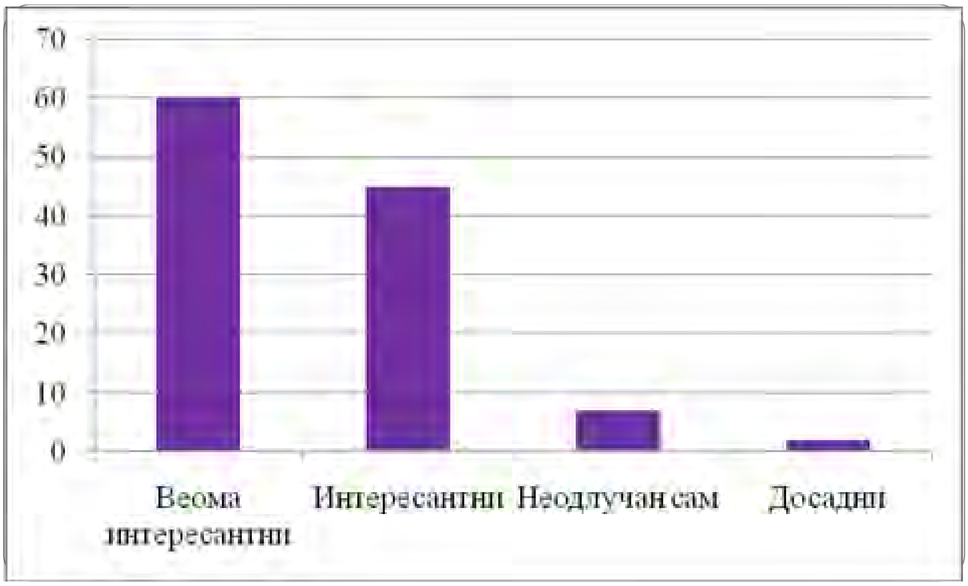
Желели смо да утврдимо какво је мишљење ученика експерименталне групе о експерименталном програму. Ученици су одговарали на два питања.

ПИТАЊЕ 1.

Ученици експерименталне групе су на прво питање: *Какви су били часови математике које сте имали у претходном периоду?* изражавали мишљење заокруживањем једног од пет понуђених одговора: *веома интересантни, интересантни, неодлучан сам, досадни, веома досадни.* Добијени резултати су представљени табеларно (Табела 63) и графички (Графикон 13).

Табела 63. *Мишљење ученика о часовима који су одржани у оквиру експерименталног програма*

Прво питање	**Број испитаних**	**Проценат**
Веома интересантни	60	52,6%
Интересантни	45	39,5%
Неодлучан сам	7	6,1%
Досадни	2	1,8%
Укупно:	114	100%



Графикон 13. *Мишљење ученика о часовима који су одржани у оквиру експерименталног програма*

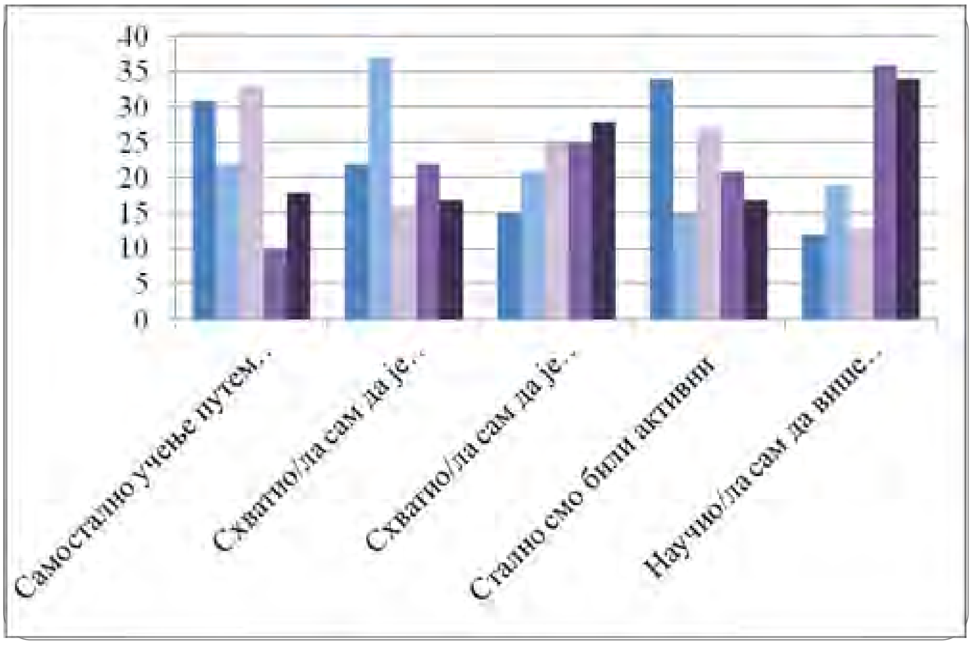
Можемо уочити да се 92,1% ученика изјашњава да су часови експерименталног програма интересантни. Од тога нешто више од половине (52,4%) њих изјаснило се да су часови били веома интересантни, а 39,5% да су били интересантни. Неодлучан је био 6,1% ученика, док се 1,8% изјаснило да су им часови били досадни. Сматрамо да се овакви резултати могу објаснити тиме што је диференцирана настава, као настава која уважава индивидуалне способности ученика и замењује једноличност и монотоност живошћу и разноликошћу, интересантна за ученике (Zech,1999; Roy, Guay, and Valois, 2013; Slotta, према Пикула,Милинковић, 2015). У диференцираној настави ученицима се пружа могућност избора садржаја и задатака на одговарајућем нивоу, добијају одмах повратну информацију о резултатима свог рада што доприноси повећању мотивације (Рацков, 2011). Усвајање новог градива, али и утврђивање наученог путем наставних листића за самостално учење по нивоима утиче на већу мотивацију ученика (Баковљев, 1984; Егерић, 2004; Стишовић – Милановић, 2009).

ПИТАЊЕ 2.

Као део истог истраживачког задатка желели смо да испитамо које се то карактеристике диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима нарочито допадају ученицима. У оквиру другог питања, ученици екпериментальне групе су се изјашњавали о добрим странама експерименталног програма. Навели смо пет тврдњи које су се односиле на поједине карактеристике диференциране наставе математике (Табела 58). С обзиром на то да смо пре свега имали у виду добре стране експерименталног програма, све тврдње су формулисане позитивно. Како се ради о ученицима млађег школског узраста сматрали смо да ће на овај начин ученицима бити лакше да дају одговор. Ученици су рангирали (користећи редне бројеве од I до V) наведене карактеристике експерименталног програма на основу тога колико су им се свиделе и колико су их сматрали важним. При томе, рангом I означавали су карактеристику која им се највише свиђа и коју су препознали као најважнију, а рангом V ону која им се најмање свидела и коју су сматрали најмање важном. Помоћу Фридмановог теста одредили смо ранг наведених тврдњи које се односе на добре стране експерименталног програма на основу одговора ученика, што је приказано табелом и графиконом.

Табела 64. *Мишљења ученика о добрим странама експерименталног програма*

Ознаке тврдњи	**Тврдња**	**I**	**II**	**III**	**IV**	**V**	**Mean Rank**	**Rank**
T1	**Самостално учење путем радних листова је веома занимљиво**	31 27,2%	22 19,3%	33 28,9%	10 8,8%	18 15,8%	2,67	1
T2	**Схватио/ла сам да је математика занимљивија него што сам раније мислио/ла**	22 19,3%	37 32,5%	16 14,0%	22 19,3%	17 14,9%	2,78	3
T3	**Схватио/ла сам да је математика много корисна**	15 13,2%	21 18,4%	25 21,9%	25 21,9%	28 24,6%	3,27	4
T4	**Стално смо били активни**	34 29,8%	15 13,2%	27 23,7%	21 18,4%	17 14,9%	2,75	2
T5	**Научио/ла сам да више мислим при решавању математичких задатака**	12 10,5%	19 16,6%	13 11,5%	36 31,6%	34 29,8%	3,54	5



Графикон 14. *Мишљења ученика о добрим странама експерименталног програма*

Резултати Фридмановог теста указују на разлике између одговора ученика у рангирању понуђених тврдњи. Поредећи средње вредности рангова (Mean Ranks), одредили смо ранг понуђених тврдњи.

Као што се види из Табеле 64. најмања скална вредност (2,67) добијена је за тврдњу којој је додељен ранг 1 да је *самостално учење путем радних листова веома занимљиво*. Највећи број ученика из узорка 33 или 28,9% ову тврдњу означио је на трећем месту, а нешто мањи број 31 или 27,2% је овој тврдњи доделио ранг један.

Друга по висини просечна вредност (2,75) добијена је за тврдњу којој је додељен ранг 2 да су ученици *стално били активни*. Највећи број ученика из узорка 34 или 29,8% је овој тврдњи доделило ранг један, затим 27 или 23,7%, ученика ранг три, 21 или 18,4% ученика ранг четири, док је ранг два доделило 15 или 13,2% ученика.

Треће место на основу мишљења ученика припада тврдњи према којој су *схватили да је математика занимљивија него што су раније мислили.* Њена скална вредност износи 2,78. Највећи број ученика 37 или 32,5% је овој тврдњи доделио ранг један, а најмањи број ученика 16 или 14,0% доделио ранг три.

Када је у питању тврдња у којој се износи како су ученици *схватили да је математика корисна,* највећи број испитаника, њих 28 или 24,6% означило ју је на петом месту. Нешто мањи број 25 или 21,9% ученика је означило редним бројем три и четири. Добијена скална вредност укупно износи 3,27, што је и одредило ранг четвртог места.

Пета по висини просечна вредност (3,54) добијена је за тврдњу да *су ученици научили више да мисле при решавању математичких задатака*. Њој је додељен ранг 5. Мишљење већине ученика-36 или 31,6% јесте да је ова тврдња на четвртом месту, док нешто мањи број, 34 или 29,8% ученика из узорка овој тврдњи доделио је ранг пет.

Затим смо радили post hoc test помоћу кога смо испитивали између којих понуђених тврдњи постоји статистички значајна разлика када посматрамо њихово рангирање.

Табела 65. *Статистички приказ резултата рангирања тврдњи које се односе на поједине карактеристике диференциране наставе математике*

Sample1 – Sample2	**Test Statistik**	**Std, Error**	**Std. Test Statistik**	**Sig.**	**Adj. Sig.**
T1−T4	−0,079	0,209	−0,377	0,706	1,000
T1−T2	−0,114	0,209	−0,545	0,586	1,000
T1−T3	−0,601	0,209	−2,869	0,004	0,041
T1−T5	−0,873	0,209	−4,168	0,000	0,000
T4−T2	−0,035	0,209	0,168	0,867	1,000
T4−T3	−0,522	0,209	2,492	0,013	0,127
T4−T5	−0,794	0,209	−3,791	0,000	0,002
T2−T3	−0,487	0,209	−2,325	0,020	0,201
T2−T5	−0,759	0,209	−3,623	0,000	0,003
T3−T5	−0,272	0,209	−1,298	0,194	1,000

Уочавамо да постоји разлика у рангирању појединих тврдњи и да је она статистички значајна: Т1 и Т3 ($p = 0,041$), Т1 и Т5 ($p = 0,000$), Т4 и Т5 ($p = 0,002$), Т2 и Т5 ($p = 0,003$), јер је $p < 0,05$.

Ученици су као најважнију карактеристику експерименталног програма и као нешто што им се највише свидело препознали могућност да самостално уче путем наставних листова. Примена самосталног рада ученика утиче позитивно на развој њихових сазнајних способности, али помаже и у јачању личности и схватању важности сопственог труда и рада (Стишовић-Милановић, 2009). Учење новог и утврђивање старог градива применом наставних листића на више нивоа сложености, ученицима омогућава да напредују према сопственим могућностима, чиме се губи евентуални страх од неуспеха (Егерић, 2004; Рацков, 2011; Иванек, 2016).

Друга по рангу најбитнија карактеристика експерименталног програма, по мишљењу ученика, јесте то што су све време били активни. Знања до којих ученици долазе властитим закључивањем и која активно усвајају биће не само квалитетнија, већ и трајнија (Баковљев, 1984; Рот, Радоњић, 1995). Не треба заборавити да је један од кључева будућег развоја и појединца и школе управо интензивно учење и осамостаљивање (Егерић, 2008).

Показатељи добијенима статистичким анализама указују да је потврђена хипотеза да ученици *имају позитиван став према експерименталном програму (диференцираној настави која је у складу са образовним стандардима).*

<u>Интересовање ученика експерименталне групе за часове диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима</u>

Веома је важно да је ученицима занимљиво на часу и да са нестрпљењем очекују наредни час математике. То је повод зашто смо желели да испитамо да ли су ученици заинтересовани за још оваквих часова када самостално уче путем диференцираних наставних листова и решавају диференциране задатке.

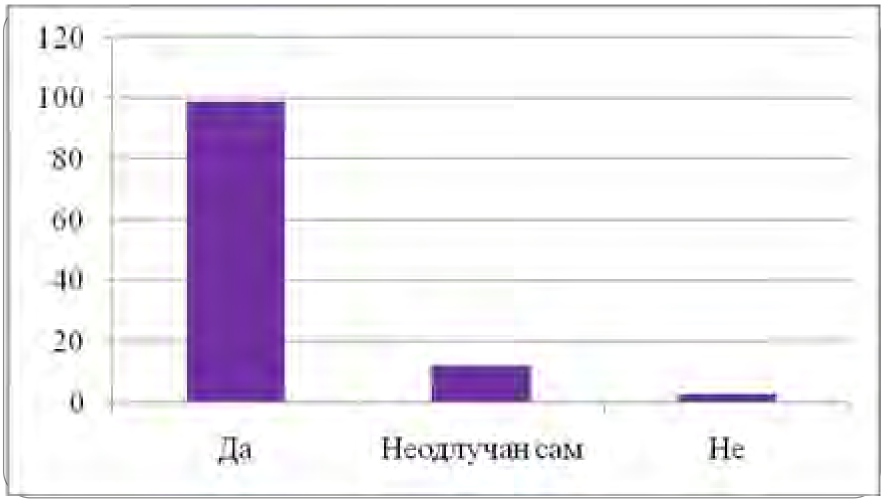
Желели смо да испитамо како примена експерименталног програма *утиче на интересовање ученика за учење на часовима математике.*

ПИТАЊЕ 3.

Од ученика је тражено да одговоре на питање: „ *Да ли желите да имате још оваквих часова?"*. Понуђена су им била три одговора (да, неодлучан сам, не) и требало је да заокруже један који је изражавао њихово мишљење. (Табела 66 , Графикон 13.)

Табела 66 . *Интересовање ученика експерименталне групе за часове диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима*

Прво питање	**Број испитаних**	**Проценат**
Да	99	86,8%
Неодлучан сам	12	10,6%
Не	3	2,6%
Укупно:	114	100%



Графикон 15. *Интересовање ученика експерименталне групе за часове диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима*

Констатујемо да је највећи проценат ученика експерименталне групе (86,8%) изразио интересовање за још часова организованих по угледу на експериментални програм. Нешто више од десетине ученика (10,6%) имало је неутрално мишљење, односно били су неодлучни, док је мали проценат ученика, свега 2,6%, изразио негативно мишљење. Мада је већина ученика исказала интересовање да се и у будућности настава математике реализује путем диференциране наставе, не би требало занемарити ни ученике који не мисле тако. Сматрамо да би једно од могућих решења, у неким будућим истраживањима, било да се током реализације диференциране наставе, а не само након завршетка експерименталног програма, изврши анкетирање ученика. Ученицима који показују мање интересовања или исказују негативно мишљење требало би пружити адекватну врсту помоћи, нпр. мотивациону помоћ, помоћ за повратну информацију, општестратегијску помоћ итд. (Zech, 1999; Петровић и сар. 2012).

Резултати које смо добили указују да ученици изражавају веће интересовање према настави која је прилагођена њиховим способностима (Tomlinson, 2001; Маричић и Милинковић, 2015) и у којој имају могућност да буду активни и да напредују према својим способностима (Баковљев, 1984; Tieso, 2003; Егерић, 2004; Дејић, Милинковић, 2012; Маричић, Шпијуновић, 2013).

Можемо констатовати да је наша хипотеза да *примена експерименталног програма утиче на интересовање ученика за учење на часовима математике* потврђена.

1.2.1. Резултати анкетирања ученика експерименталне групе и пол

ПИТАЊЕ 1.

Испитивали смо да ли постоји веза између пола ученика и њиховог мишљења о диференцираној настави математике која је у складу са образовним стандардима (Табела 67). Одговоре ученика добијене у пољима *неодлучан сам, досадни* и *веома досадни* морали смо да групишемо у поље *неодлучан сам и досадни* због добијања фреквенција мањих од 5 у више од 20% поља контингенцијске табеле.

Табела 67. *Мишљење ученика о часовима који су одржани у оквиру експерименталног програма с обзиром на пол ученика*

Пол ученика	**Веома интересантни**	**Интересантни**	**Неодлучан сам, досадни**	**Укупно**
Дечаци	33 54,1%	20 32,8%	8 13,1%	61 100%
Девојчице	27 50,9%	25 47,2%	1 1,9%	53 100%
Укупно	60 52,6%	45 39,5%	9 7,9%	114 100%

$\chi^2 = 6{,}068$ df = 2 p= 0,048

Уочавамо да се највећи проценат ученика у обе групе изјаснио да су овакви часови *веома интересантни,* и то 33 или 54,1% дечака и 27 или 50,9% девојчица. Такође, велики проценат у обе групе изјаснио се да су овакви часови *интересантни* и то 20 или 32,8% дечака и нешто већи проценат девојчица-25 или 47,2%. Да су *неодлучни* и да су има часови били *досадни* изјаснило се више дечака, и то 8 или 13,1% од девојчица којих је било само 1 или 1,9%.

На основу добијене вредности $\chi^2 = 6{,}068$, df = 2, $p < 0{,}05$ (p= 0,048) закључујемо да мишљење ученика о диференцираној настави математике која је у складу са образовним стандардима јесте статистички значајно условљено полом ученика. Та разлика огледа се у томе што су дечаци чешће били неодлучни и чешће се изјашњавали да су им ови часови досадни.

ПИТАЊЕ 2.

У склопу истог истраживачког задатка, разматрали смо постоје ли разлике у рангирању тврдњи које се односе на неке карактеристике диференциране наставе математике у односу на пол Е-групе.

Табела 68. *Рангирање Т1 према полу ученика Е-групе*

Т 1: Самостално учење путем радних листова је веома занимљиво						
Пол ученика	**I**	**II**	**III**	**IV**	**V**	**Укупно**
Дечаци	17 27,9%	14 22,9%	17 27,9%	4 6,6%	9 14,7%	61 100%
Девојчице	14 26,4%	8 15,1%	16 30,2%	6 11,3%	9 17,0%	53 100%
Укупно	31 27,2%	22 19,3%	33 28,9%	10 8,8%	18 15,8%	114 100%

Табела 69. *Рангирање Т2 према полу ученика Е-групе*

Т 2: Схватио/ла сам да је математика занимљивија него што сам раније мислио/ла						
Пол ученика	**I**	**II**	**III**	**IV**	**V**	**Укупно**
Дечаци	13 21,3%	17 27,9%	10 16,4%	12 19,7%	9 14,7%	61 100%
Девојчице	9 17,0%	20 37,7%	6 11,3%	10 18,9%	8 15,1%	53 100%
Укупно	22 19,3%	37 32,4%	16 14,1%	22 19,3%	17 14,9%	114 100%

Табела 70. *Рангирање Т3 према полу ученика Е-групе*

Т 3: Схватио/ла сам да је математика много корисна						
Пол ученика	**I**	**II**	**III**	**IV**	**V**	**Укупно**
Дечаци	7 11,5%	12 19,7%	15 24,6%	14 22,9%	13 21,3%	61 100%
Девојчице	8 15,1%	9 17,0%	10 18,9%	11 20,7%	15 28,3%	53 100%
Укупно	15 13,1%	21 18,5%	25 21,9%	25 21,9%	28 24,6%	114 100%

Табела 71. *Рангирање Т4 према полу ученика Е-групе*

Т 4: Стално смо били активни						
Пол ученика	**I**	**II**	**III**	**IV**	**V**	**Укупно**
Дечаци	18 29,6%	9 14,7%	15 24,6%	9 14,7%	10 16,4%	61 100%
Девојчице	16 30,2%	6 11,3%	13 24,6%	11 20,7%	7 13,2%	53 100%
Укупно	34 29,8%	15 13,1%	28 24,6%	20 17,6%	17 14,9%	114 100%

Табела 72. *Рангирање Т5 према полу ученика Е-групе*

Т 5: Научио/ла сам да више мислим при решавању математичких задатака						
Пол ученика	**I**	**II**	**III**	**IV**	**V**	**Укупно**
Дечаци	6 9,9%	9 14,7%	5 8,2%	21 34,4%	20 32,8%	61 100%
Девојчице	6 11,3%	10 18,9%	8 15,1%	15 28,3%	14 26,4%	53 100%
Укупно	12 10,5%	19 16,7%	13 11,4%	36 31,6%	34 29,8%	114 100%

Помоћу Фридмановог теста одредили смо посебно на узорку дечака и посебно на узорку девојчица има ли разлика у рангирању наведених тврдњи и којих.

Табела 73. *Ранг тврдњи које се односе на добре стране експерименталног програма на основу одговора дечака и девојчица*

Ознаке тврдњи	**Дечаци**		**Девојчице**	
	Mean Rank	**Rank**	**Mean Rank**	**Rank**
Т1	2.57	1	2.77	2-3
Т2	2.79	3	2.77	2-3
Т3	3.24	4	3.30	4
Т4	2.74	2	2.75	1
Т5	3.66	5	3.40	5

Резултати Фридмановог теста показују да постоје значајне разлике између одговора дечака у рангирању понуђених тврдњи. То показују добијене вредности $\chi2$ (4) = 19,370, $p < 0.01$, $p = 0{,}001$.

Уочавамо да је најмања скална вредност (2,57) добијена за карактеристику да је *самостално учење путем радних листова веома занимљиво*. Њој је додељен ранг 1. Највећи број дечака из узорка 17 или 27,9% је ову тврдњу означио на првом и трећем месту, а нешто мањи број-14 или 22,9% је овој тврдњи доделио ранг један.

Друга по висини просечна вредност (2,74) добијена је за тврдњу којој је додељен ранг 2 да су ученици *стално били активни*. Највећи број испитаника-18 или 29,6% овој тврдњи доделило је ранг један, затим 15 или 24,6% ранг три, 10 или 16,4% дечака ранг пет, док је ранг два и четири доделило по 9 или 14,7% дечака.

Треће место на основу мишљења дечака припада тврдњи да су ученици схватили како је *матататика занимљивија него што су раније мислили.* Њена скална вредност износи 2,79. Највећи број ученика 17 или 27,9% је овој тврдњи доделио ранг два, а најмањи број ученика 9 или 14,7% доделио је ранг пет.

Када је у питању тврдња да су ученици *схватили да је математика корисна,* највећи број дечака 15 или 24,6% је ову карактеристику означио на трећем месту. Најмањи број 7 или 11,5% дечака је означило редним бројем један ову тврдњу. Добијена скална вредност за ову тврдњу износи 3,24 и одредила је и ранг четвртог места.

Пета по висини просечна вредност (3,66) добијена је за тврдњу експерименталног програма по којој *су ученици научили више да мисле при решавању математичких задатака*. Њој је додељен ранг 5. Мишљење већине дечака - 21 или 34,4% јесте да је ова тврдња на четвртом месту, док нешто мањи број 20 или 32,8% ученика из узорка овој тврдњи доделио је ранг пет.

На основу изложеног можемо видети шта се дечацима највише свидело у екпериментално програму, а то је могућност да уче самостално путем радних листова, као и то што су стално били активни. Затим смо радили post hoc test како бисмо испитали између којих тврдњи експерименталног програма постоји статистички значајна разлика у рангирању од стране дечака.

Табела 74. *Статистички приказ резултата рангирања тврдњи на подузорку дечака*

Sample1 – Sample2	**Test Statistik**	**Std, Error**	**Std. Test Statistik**	**Sig.**	**Adj. Sig.**
T1−T4	−0,164	0,286	−0,573	0,567	1,000
T1−T2	−0,213	0,286	−0,744	0,457	1,000
T1−T3	−0,664	0,286	−2,319	0,020	0,204
T1−T5	−1,090	0,286	−3,808	0,000	0,001
T4−T2	0,049	0,286	0,172	0,864	1,000
T4−T3	0,500	0,286	1,746	0,081	0,807
T4−T5	−0,926	0,286	−3,235	0,001	0,012
T2−T3	−0,451	0,286	−1,575	0,115	1,000
T2−T5	−0,877	0,286	−3,063	0,002	0,022
T3−T5	−0,426	0,286	−1,489	0,137	1,000

Уочавамо да постоји разлика у рангирању између Т1 и Т5 (p = 0,001), Т4 и Т5 (p = 0,012), Т2 и Т5 (p = 0,022), јер је p < 0,05 (Табела 74). Резултати Фриедмановог теста показују да значајне разлике не постоје између одговора девојчица у рангирању понуђених тврдњи. То показују добијене вредности $\chi 2$ (4) = 8,709, p > 0.01, Sig. = 0,069.

Поредећи средње вредности рангова (Mean Ranks), одредили смо ранг понуђених тврдњи.

Као што се види из Табеле 75. и Табеле 76. најмања скална вредност (2,75) добијена је за тврдњу да су ученици *стално били активни*. Њој је додељен ранг 1. Највећи број девојчица из узорка, њих 16 или 30,2% ову тврдњу су означиле на првом, а најмањи број - 7 или 13,2% су овој тврдњи доделиле ранг пет.

Тврдње *самостално учење путем радних листова је веома занимљиво* и *схватила сам да је математика занимљивија него што сам раније мислила* имају просечну вредност 2,77 и самим тим имају ранг два-три.

Ранг четвртог места на основу мишљења девојчица припада тврдњи да су *схватиле да је мaтeматика много корисна.* Њена скална вредност износи 3,30. Највећи број девојчица - 15 или 28,3% овој тврдњи доделиле су ранг пет, а најмањи број девојчица - 8 или 15,1 % доделиле су јој ранг један.

Пета по висини просечна вредност (3,40) добијена је за тврдњу експерименталног програма да *су ученици научили више да мисле при решавању математичких задатака*. Њој је додељен ранг 5. Мишљење већине девојчица - 15 или 28,3% јесте да је ова тврдња на четвртом месту, док нешто мањи број - 14 или 26,4% испитаница доделиле су овој тврдњи ранг пет.

На основу изложеног можемо констатовати шта се девојчицама највише свидело у екпериментaлном програму, а то је могућност да су стално биле активне, као и могућност да уче самостално путем радних листова, као да им је математика била занимљивија него раније.

Према добијеним резултатима закључујемо да се рангирање тврдњи везаних за поједине карактеристике диференциране наставе математике, разликује код дечака, док се код девојчица не разликује. Ако упоредимо мишљење дечака и девојчица, уочавамо да су ранг четири и пет доделили истим тврдњама, а за остале тврдње постоје мале разлике.

ПИТАЊЕ 3.

Желели смо да утврдимо да ли дечаци и девојчице експерименталне групе изражавају подједнако интересовање за још часова на којима се примењује диференцирана настава која је у складу са образовним стандардима (Табела 77).

Одоворе ученика добијене у пољима *неодлучан сам* и *не* морали смо да групишемо у поље *неодлучан сам и не* због добијања фреквенција мањих од 5 у више од 20% поља контингенцијске табеле.

Табела 75. *Интересовање дечака и девојчица експерименталне групе за часове диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима*

Пол ученика	**Да**	**Неодлучан сам и не**	**Укупно**
Дечаци	50 82,0%	11 18,0%	61 100%
Девојчице	49 92,5%	4 7,5%	53 100%
Укупно	99 86,8%	15 13,2%	114 100%

χ^2 = 1,888 df = 1 p = 0,169

Као што се из табеле уочава, највећи проценат у обе групе изјаснио се да *жели* још сличних часова математике, и то 50 (82%) дечака и нешто већи проценат девојчица, њих 49 (92,5%). Неодлучних и оних који *не желе* овакве часове је 11 (18,0%) дечака и 4 (7,5%) девојчица. Резултати показују да се највећи проценат девојчица позитивно изјаснио о овом питању.

На основу добијене вредности $\chi^2 = 1{,}888$, df = 1, $p > 0{,}05$ ($p = 0{,}169$) закључујемо да мишљење ученика о томе *желе ли више часова математике на којима се примењује диференцирана настава у складу са образовним стандардима* није статистички значајно условљено полом ученика.

1.2.2. Резултати анкетирања ученика експерименталне групе и оцена ученика из математике

ПИТАЊЕ 1.

Као део другог истраживачког задатка, испитивали смо да постоји веза између мишљења ученика Е-групе о експерименталном програму, тј. о реализованим часовима и њихових оцена из математике (Табела 72).

Одговоре ученика добијене у пољима *неодлучан сам, досадни* и *веома досадни* морали смо да групишемо у поље *неодлучан сам и досадни* због добијања фреквенција мањих од 5 у више од 20% поља контингенцијске табеле.

Табела 76. *Мишљење ученика о часовима који су одржани у оквиру експерименталног програма с обзиром на оцену из математике ученика на крају трећег разреда*

Оцена из математике	Веома интересантни	Интересантни	Неодлучан сам, досадни	Укупно
Одличан (5)	28 44,4%	31 49,2%	4 6,4%	63 100%
Остале оцене (4,3,2)	32 62,7%	14 27,5%	5 9,8%	51 100%
Укупно	60 52,6%	45 39,5%	9 7,9%	114 100%

$\chi^2 = 5{,}599$ df = 2 $p = 0{,}061$

Уочавамо да највећи проценат ученика обе групе има позитиван став о диференцираној настави математике која је у складу са образовним стандардима (Табела 78). Да су овакви часови *веома интересантни* изјаснило се 28 (44,4%) ученика који имају 5 из математике и нешто више, тј. 32 (62,7%) ученика који имају друге оцене из математике. Да су овакви часови *интересантни* изјаснило се 31 (49,2%) ученика који имају 5 из математике и нешто мање, тј. 14 (27,5%) ученика који имају друге оцене из математике. Да су *неодлучни* или да су има часови били *досадни* изјаснило се 4 (6,4%) ученика који имају 5 из математике и 5 (9,8%) ученика који имају друге оцене из математике.

На основу добијене вредности $\chi^2 = 5{,}599$, df = 2, $p > 0{,}05$ ($p = 0{,}061$)) закључујемо да мишљења ученика о диференцираној настави математике која је у складу са образовним стандардима није статистички значајно условљено оценом ученика из математике.

ПИТАЊЕ 2.

Желели смо да утврдимо постоје ли разлике у рангирању тврдњи које се односе на поједине карактеристике диференциране наставе математике у односу на оцену из математике ученика експерименталне групе.

Табела 77. *Рангирање Т1 према оцени ученика Е-групе из математике на крају трећег разреда*

Т 1: Самостално учење путем радних листова је веома занимљиво						
Оцена из математике	**I**	**II**	**III**	**IV**	**V**	**Укупно**
Одличан (5)	18 28,6%	12 19,0%	20 31,7%	4 6,4%	9 14,3%	63 100%
Остале оцене (4,3,2)	13 25,5%	10 19,6%	13 25,5%	6 11,8%	9 17,6%	51 100%
Укупно	31 27,2%	22 19,3%	33 28,9%	10 8,8%	18 15,8%	114 100%

Табела 78. *Рангирање Т2 према оцени ученика Е-групе из математике на крају трећег разреда*

Т 2: Схватио/ла сам да је математика занимљивија него што сам раније мислио/ла						
Оцена из математике	**I**	**II**	**III**	**IV**	**V**	**Укупно**
Одличан (5)	12 19,0%	18 28,6%	11 17,5%	10 15,9%	12 19,0%	63 100%
Остале оцене (4,3,2)	10 19,6%	19 37,3%	5 9,8%	12 23,5%	5 9,8%	51 100%
Укупно	22 19,3%	37 32,5%	16 14,0%	22 19,3%	17 14,9%	114 100%

Табела 79. *Рангирање Т3 према оцени ученика Е-групе из математике на крају трећег разреда*

Т 3: Схватио/ла сам да је математика много корисна						
Оцена из математике	**I**	**II**	**III**	**IV**	**V**	**Укупно**
Одличан (5)	8 12,7%	13 20,6%	16 25,4%	11 17,5%	15 23,8%	63 100%
Остале оцене (4,3,2)	7 13,7%	8 15,7%	9 17,6%	14 27,5%	13 25,5%	51 100%
Укупно	15 13,2%	21 18,4%	25 21,9%	25 21,9%	28 24,6%	114 100%

Табела 80. *Рангирање Т4 према оцени ученика Е-групе из математике на крају трећег разреда*

Т 4: Стално смо били активни						
Оцена из математике	**I**	**II**	**III**	**IV**	**V**	**Укупно**
Одличан (5)	19 30,2%	10 15,9%	12 19,0%	15 23,8%	7 11,1%	63 100%
Остале оцене (4,3,2)	15 29,4%	5 9,8%	16 31,4%	5 9,8%	10 19,6%	51 100%
Укупно	34 29,8%	15 13,2%	28 24,6%	20 17,5%	17 14,9%	114 100%

Табела 81. *Рангирање Т5 према оцени ученика Е-групе из математике на крају трећег разреда*

Т 5: Научио/ла сам да више мислим при решавању математичких задатака						
Оцена из математике	**I**	**II**	**III**	**IV**	**V**	**Укупно**
Одличан (5)	6 30,2%	10 15,9%	5 19,0%	22 23,8%	20 31,7%	63 100%
Остале оцене (4,3,2)	6 11,8%	9 17,6%	8 15,7%	14 27,5%	14 27,5%%	51 100%
Укупно	12 10,5%	19 16,7%	13 11,4%	36 31,6%	34 29,8%	114 100%

Помоћу Фридмановог теста одредили смо посебно на узорку ученика обе групе има ли разлика у рангирању наведених тврдњи и којих. Поредећи средње вредности рангова одредили смо ранг понуђених тврдњи.

Табела 82. *Ранг тврдњи које се односе на добре стране експерименталног програма на основу одговора ученика са различитом оценом из математике.*

Ознаке тврдњи	**Одличан 5**		**Остале оцене (4,3,2)**	
	Mean Rank	**Rank**	**Mean Rank**	**Rank**
Т1	2,59	1	2,76	2
Т2	2,87	3	2,67	1
Т3	3,20	4	3,35	4
Т4	2,70	2	2,80	3
Т5	3,64	5	3,41	5

Резултати Фридмановог теста показују да између одговора ученика који имају одличну оцену из математике постоје значајне разлике у рангирању понуђених тврдњи. То потврђују добијене вредности $\chi 2$ (4) = 18,411, $p < 0.05$, p = 0,001.

Најмања скална вредност (2,59) добијена је за тврдњу да је *самостално учење путем радних листова веома занимљиво*. Њој је додељен ранг 1. Највећи број одличних ученика из узорка 20 или 31,7% је ову тврдњу означио на трећем месту, а нешто мањи број 18 или 28,6% овој тврдњи доделио је ранг један. Најмање одличних ученика - 4 или 6,4% је овој тврдњи доделило ранг четири.

Друга по висини просечна вредност (2,70) добијена је за тврдњу којој је додељен ранг 2 да су ученици *стално били активни*. Највећи број одличних ученика из узорка 19 или 30,2% је овој тврдњи доделило ранг један, затим 15 или 23,8% одличних ученика ранг четири, а најмање одличних - 7 или 11,1% доделило је ранг пет.

Треће место, на основу мишљења одличних ученика, припада тврдњи да су *схватили како је метататика занимљивија него што су раније мислили, а њена* скална вредност износи 2,87. Највећи број ученика - 18 или 28,6% је овој тврдњи доделио ранг два, а најмањи број ученика - 10 или 15,9% доделио јој је ранг четири.

Када је у питању тврдња да су ученици *схватили како је математика корисна,* највећи број одличних ученика - 16 или 25,4% је ову карактеристику означио на трећем месту. Најмањи број - 8 или 12,7% одличних ученика је означило редним бројем један ову тврдњу. Добијена скална вредност износи 3,20, што јој је одредило ранг четвртог места.

Пета по висини просечна вредност (3,64) добијена је за тврдњу експерименталног програма коме је додељен ранг 5 да *су ученици научили више да мисле при решавању математичких задатака*. Највише одличних ученика - 22 или 23,8% је овој тврдњи доделило ранг четири, док нешто мањи број - 20 или 31,7% ученика из узорка је овој тврдњи доделио ранг пет.

Можемо констатовати да су ученици са одличним успехом из математике као најбитније карактеристике и оно што им се највише свидело у експерименталном програму препознали могућност да самостално уче путем наставних листова и да стално буду активни.

Како бисмо испитали између којих тврдњи експерименталног програма постоји значајна разлика у рангирању код одличних ученика применили смо post hoc test.

Табела 83. *Статистички приказ резултата рангирања тврдњи које се односе на поједине карактеристике диференциране наставе математике ученике који имају одличну оцену из математике*

Sample1 – Sample2	Test Statistik	Std, Error	Std. Test Statistik	Sig.	Adj. Sig.
T1−T4	−0,111	0,282	−0,394	0,693	1,000
T1−T2	−0,286	0,282	−1,014	0,310	1,000
T1−T3	−0,611	0,282	−2,169	0,030	0,301
T1−T5	−1,056	0,282	−3,747	0,000	0,002
T4−T2	0,175	0,282	0,620	0,535	1,000
T4−T3	0,500	0,282	1,775	0,076	0,759
T4−T5	−0,944	0,282	−3,352	0,001	0,008
T2−T3	−0,325	0,282	−1,155	0,248	1,000
T2−T5	−0,770	0,282	−2,733	0,006	0,063
T3−T5	−0,444	0,282	−1,578	0,115	1,000

Уочавамо да постоји разлика која је статистички значајна у рангирању између тврдњи Т1 и Т5 ($p = 0,002$), Т4 и Т5 ($p = 0,008$), јер је $p < 0,05$.

Резултати Фридмановог теста указују да код ученика који немају одличан успех не постоје значајне разлике у рангирању понуђених тврдњи ($\chi2$ (4) = 10,180, $p > 0.01$, $p = 0,037$).

Најмања скална вредност (2,67) добијена је за тврдњу којој је додељен ранг 1 *да је математика занимљивија него што су раније мислили*. Највећи број ученика из узорка - 19 или 37,3% је ову тврдњу означио на другом, а најмањи број - 5 или 9,8% овој тврдњи доделило је ранг три и ранг пет.

Тврдња *самостално учење путем радних листова је веома занимљиво* има просечну вредност 2,67 и самим тим има ранг два. Највише ученика - 13 или 25,5% овој је тврдњи доделило ранг један и ранг три, а најмање ученика - 6 или 11,8% ранг четири.

Треће место заузима тврдња *стално смо били активни,* чија је скална вредност 2,80. Највише ученика - 16 или 31,4% је овој тврдњи управо доделио ранг три. Нешто мањи број - 15 или 29,4% је доделило ранг један.

Четврто место на основу мишљења ученика који немају одличну оцену из математике припада тврдњи да су *схватили како је матататика много корисна.* Њена скална вредност износи 3,35. Највећи број ученика, њих 14 или 27,5% доделило је овој тврдњи ранг четири, а најмањи број ученика - 7 или 13,7 % доделилио је ранг један.

Пета по висини просечна вредност (3,41) добијена је за тврдњу експерименталног програма којој је додељен ранг 5 *ученици су научили више да мисле при решавању математичких задатака*, коме је додељен ранг 5. Највише ученика - 14 или 27,5% је овој тврдњи доделило ранг четири и ранг пет. Најмање ученика 6 или 11,8% је овој тврдњи доделило прво место.

На основу изложеног можемо констатовати да су ученици који немају одличну оцену из математике као најбитнију карактеристику и као нешто што им се највише свидело у екпериметалном програму издвојили то што им је математика, учена на овај начин, била занимљивија него иначе, као и могућност да уче самостално путем наставних листова. Ученици ће лакше савладати садржаје који су им занимљиви (Брковић 1995), што потврђују и резултати нашег истраживања, с обзиром на то да су ученици експерименталне групе успешнији. Чињеница да ученици слабијег успеха из математике препознају диференцирану наставу као занимљивију представља још један додатни показатељ да би учитељи требало чешће примењивати у свом раду овај модел наставе. Да диференцирана настава позитивно утиче на интересовања ученика слабијег успеха потврдили су у свом истраживању и Онунугва, Игбо, Апех и Ндукву (Ojonugwa, Igbo, Apeh, Ndukwu, 2020).

ПИТАЊЕ 3.

Желели смо да утврдимо да ли ученици Е-групе са различитим оценом из математике изражавају подједнако интересовање када су у питању часови на којима се примењује диференцирана настава која је у складу са образовним стандардима (Табела 84). Одговоре ученика добијене у пољима *неодлучан сам* и *не* морали смо да групишемо у поље *неодлучан сам и не* због добијања фреквенција мањих од 5 у више од 20% поља контингенцијске табеле.

Табела 84. *Интересовање дечака и девојчица Е-групе за часове диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима*

Оцена из математике	Да	Неодлучан сам и не	Укупно
Одличан (5)	54 85,7%	9 14,3%	63 100%
Остали	45 88,3%	6 11,7%	51 100%
Укупно	99 86,8%	15 13,2%	114 100%

χ^2 = 0,014 df = 1 p = 0,907

Уочавамо да већина ученика обе групе, ученици са одличним успехом из математике (85,7%) и ученици који немају одличан успех из математике (88,3%) изражавају повећано интересовање за још часова организованих по угледу на реализовани експериментални програм. Да су *неодлучни* или *не желе* такве часове изјашњава се 14,3% ученика са одличном оценом и 11,7% ученика који немају одличну оцену. Интересантно је да су ученици који немају одличан успех из математике изразили нешто веће интересовање за часове диференциране наставе у односу на ученике са одличним успехом. Ипак, резултати χ^2 теста (χ^2 = 0,014, df = 1, p= 0,907) указују да мишљење ученика није значајно условљено оценом ученика из математике.

1.3. Резултати анкетирања учитеља

С обзиром на важност улоге учитеља у наставном процесу и у примени и реализацији диференциране наставе сматрали смо да је неопходно испитати њихово мишљење о улози и значају диференциране наставе уопште и диференциране наставе организоване према образовним стандардима када су у питању постигнућа ученика у почетној настави математике. Приликом припремања диференциране наставе, учитељ мора да узме у обзир различите карактеристике ученика на основу којих може да планира реализацију одређеног наставног садржаја (*Goddard, Neumerski, Goddard, Salloum, & Berebitsky*, 2010). Да би ученицима обезбедио квалитетно образовање, учитељ мора бити спреман и отворен за промене, мора имати разумевања за различитости, спремности да се прилагођава савременим трендовима у образовању, да се стално стручно усавршава (Вуловић, Егерић, 2010; Рацков, 2011; Јакшић, 2017). Анкетирали смо 106 учитеља из пет основних школа у Јагодини и једне основне школе у селу Рибаре (Општина Јагодина).

Анкетирањем учитеља испитивали смо мишљење учитеља о следећим питањима:

- ✓ У којој мери постоји повезаност између диференцирања садржаја и стандарда постигнућа ученика у почетној настави математике?
- ✓ Који ниво знања се највише подстиче диференцираним обликом почетне наставе математике?
- ✓ У којој мери диференцирање садржаја почетне наставе математике у складу са образовним стандардима утиче на постигнућа и трајност знања ученика?

Анкетирањем учитеља желели смо да утврдимо фреквентност примене диференциране наставе помоћу питања:

- ✓ У којим етапама часа најчешће примењују диференцирану наставу на часовима почетне наставе математике?
- ✓ На којим типовима часова почетне наставе математике најчешће примењују диференцирану наставу?
- ✓ Колико често дају ученицима наставне листове на три нивоа сложености за самостално учење?

Мишљење учитеља о примени диференциране наставе и диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима

Првим истраживачким задатком испитивали смо мишљење учитеља о примени диференциране наставе уопште и диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима. Учитељи су одговарали на три питања затвореног типа.

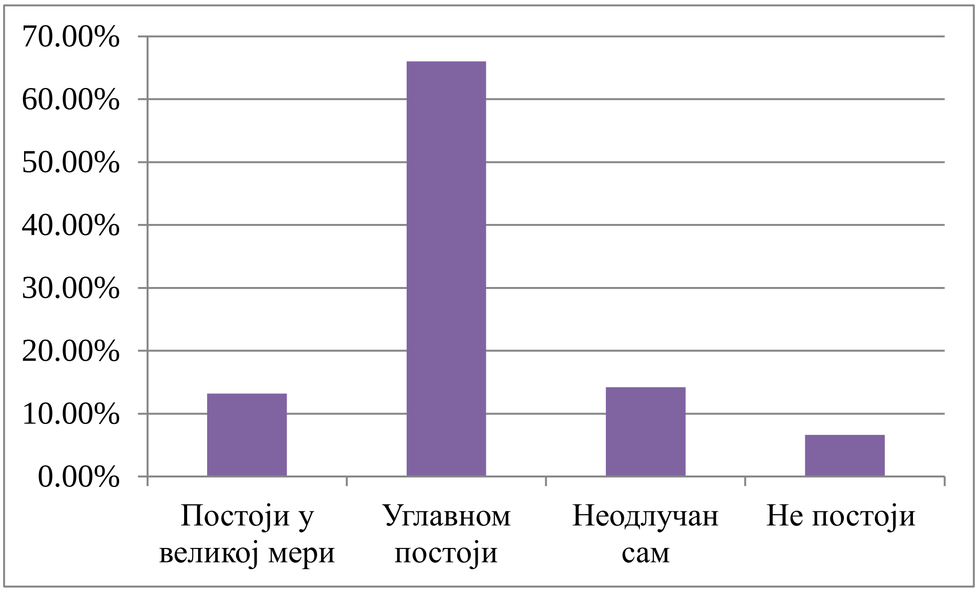
ПИТАЊЕ 3.

Стандарди постигнућа су дефинисани на три нивоа, што може учитељима помоћи при диференцијацији наставних садржаја. Стога смо желели да испитамо мишљења учитеља о повезаности диференцирања садржаја и стандарда постигнућа ученика у почетној настави математике.

На питање*: У којој мери, према Вашем мишљењу, постоји повезаност између диференцирања садржаја и стандарда постигнућа ученика у почетној настави математике?* учитељи су своје мишљење исказивали заокруживањем једног од пет понуђених одговора*: постоји у великој мери, углавном постоји, неодлучан сам, углавном не постоји, уопште не постоји. (Табела 85, Графикон 14).*

Табела 85. *Мишљење учитеља о повезаности диференцирања садржаја и стандарда постигнућа ученика у почетној настави математике*

Питање 3.	**Број испитаних**	**Проценат**
Постоји у великој мери	14	13,2%
Углавном постоји	70	66,0%
Неодлучан сам	15	14,2%
Углавном не постоји	0	0%
Не постоји	7	6,6%
Укупно:	106	100%



Графикон 17. *Мишљење учитеља о повезаности диференцирања садржаја и стандарда постигнућа ученика у почетној настави математике*

Већина анкетираних учитеља (79,2%) исказује позитивно мишљење о повезаности диференцирања садржаја и стандарда постигнућа ученика. Њих 13,2% сматра да постоји повезаност у великој мери, а 66% сматра да углавном постоји повезаност. Са друге стране, 14,2% испитаних учитеља је неодлучно, док 6,6% сматра да не постоји повезаност.

ПИТАЊЕ 5.

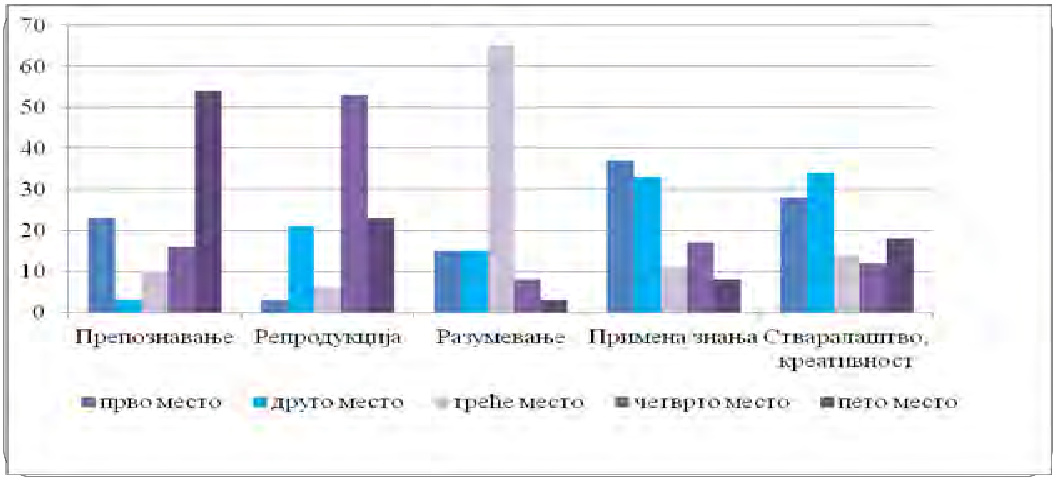
За планирање, припремање и вредновање у настави, учитељима може помоћи Блумова таксономија знања, по којој постоји пет нивоа знања различитих по тежини (Блум, 1981). Приликом примене задатака различитих нивоа сложености, наведене

Блумове категорије су сведене на три: препознавање и репродукција – основни ниво, разумевање – средњи ниво, примена и стваралаштво – напредни ниво (Благданић, 2009). Поједини аутори указују на еквивалентност три стандарда (нивоа постигнућа) и когнитивних домена, односно нивоа знања: познавање, разумевање, анализа (Прибићевић, 2017). У нашем истраживању испитивали смо који ниво знања се, према мишљењу учитеља, највише подстиче диференцираним обликом почетне наставе математике. Као понуђене одговоре, навели смо пет нивоа знања: „препознавање, репродукција, разумевање, примена знања, стваралаштво и креативност" (Благданић 2009: 42).

Да бисмо сазнали мишљење учитеља о томе који ниво знања се највише подстиче диференцираним обликом почетне наставе математике, редним бројевима од 1 до 5 означавали су редослед нивоа знања, који се по њиховом мишљењу, највише подстиче диференцираним обликом рада у почетној настави математике.

Табела 86. *Мишљења учитеља о нивоима знања који су најпогоднији за подстицање диференцираним обликом наставе*

Ниво знања	**I**	**II**	**III**	**IV**	**V**
Препознавање	23 21,7%	3 2,8%	10 9,5%	16 15,1%	54 50,9%
Репродукција	3 2,8%	21 19,8%	6 5,7%	53 50,0%	23 21,7%
Разумевање	15 14,2%	15 14,2%	65 61,3%	8 7,5%	3 2,8%
Примена знања	37 34,9%	33 31,1%	11 10,4%	17 16,1%	8 7,5%
Стваралаштво, креативност	28 26,4%	34 32,1%	14 13,2%	12 11,3%	18 17,0%



Графикон 18. *Мишљење учитеља о нивоима знања који су најпогоднији за подстицање диференцираним обликом наставе*

Помоћу Фридмановог теста одредили смо ранг *нивоа знања који су најпогоднији за подстицање диференцираним обликом наставе у почетној настави математике* према мишљењу учитеља, што је приказано у следећој табели.

Табела 87. Ранг *нивоа знања који су најпогоднији за подстицање диференцираним обликом наставе у почетној настави математике* према мишљењу учитеља

Нивои знања	**Overall**	
	Mean Rank	**Rank**
Препознавање	3,70	5
Репродукција	3,68	4
Разумевање	2,70	3
Примена знања	2,30	1
Стваралаштво, креативност	2,63	2

Резултати Фридмановог теста ($\chi 2$ (4) = 70,990, p < 0.01, p = 0,000) указују да постоје значајне разлике између одговора учитеља у рангирању нивоа знања у односу на њихову погодност за диференцирање. Рангове наведених нивоа одредили смо поредећи средње вредности рангова. Поредећи средње вредности рангова, одредили смо ранг понуђених карактеристика.

Као што се види из Табеле 90 најнижа скална вредност (2,30) добијена је за ниво знања *примена знања,* коме је додељен ранг 1. Приликом анализирања ставова учитеља с обзиром на њихово опредељење којем нивоу знања су доделили редни број 1, видимо да је највећи број учитеља из узорка 37 или 34,9% означио примену знања као најпогоднији ниво знања за подстицање диференцираним обликом наставе, што се подудара са добијеним рангом нивоа знања.

Друга по висини просечна вредност (2,63) добијена је за ниво знања *стваралаштво и креативност*, којем је додељен ранг 2. Највећи број учитеља из узорка 34 или 32,1% је овај ниво знања означио на другом месту, што се подудара са добијеним рангом нивоа знања.

Када је у питању ниво знања *разумевање* више од половине учитеља 65 или 61,3% из узорка овај ниво знања је означило на трећем месту, што се подудара са добијеним рангом нивоа знања. Добијена скална вредност за овај ниво знања износи 2,70 и одредила је и ранг трећег места за овај ниво знања.

Четврто место на основу мишљења учитеља, припада нивоу знања *репродукција* чија скална вредност износи 3,68. Добијена ранг вредност подудара се са мишљењем највећег броја учитеља из узорка, јер је 53 или 50% учитеља из узорка означило редним бројем 4 овај ниво знања.

Пета по висини просечна вредност (3,70) добијена је за ниво знања *препознавање,* којем је додељен ранг 5. Мишљење већине учитеља се поклапа и са статистичким мерама које смо добили за овај ниво знања, јер је 54 или 50,9% учитеља из узорка овом нивоу знања доделио ранг 5.

Затим смо радили post hoc test како бисмо испитали између којих нивоа знања постоји значајна разлика приликом њиховог рангирања. У следећој табели приказане су ознаке сваког нивоа знања ради прегледности.

Табела 88. Ознаке нивоа знања који су најпогоднији за подстицање диференцираним обликом наставе у почетној настави математике

Број нивоа знања	Назив нивоа знања	Табеларна ознака
Ниво знања 1	Препознавање	Н1
Ниво знања 2	Репродукција	Н2
Ниво знања 3	Разумевање	Н3
Ниво знања 4	Примена знања	Н4
Ниво знања 5	Стваралаштво, креативност	Н5

У следећој табели дат је статистички приказ резултата рангирања нивоа знања који су најпогоднији за подстицање диференцираним обликом наставе у почетној настави математике

Табела 89. *Статистички приказ резултата рангирања нивоа знања који су најпогоднији за подстицање диференцираним обликом наставе у почетној настави математике*

Sample1 – Sample2	Test Statistik	Std. Error	Std. Test Statistik	Sig.	Adj. Sig.
Н4 – Н5	−0,330	0,217	−1,520	0,128	1,000
Н4 – Н3	0,401	0,217	1,846	0,065	0,649
Н4 – Н2	1,382	0,217	6,364	0,000	0,000
Н4 – Н1	1,104	0,217	6,450	0,000	0,000
Н5 – Н3	0,071	0,217	0,326	0,745	1,000
Н5 – Н2	1,052	0,217	4,843	0,000	0,000
Н5 – Н1	1,071	0,217	4,930	0,000	0,000
Н3 – Н2	0,981	0,217	4,517	0,000	0,000
Н3 – Н1	1,000	0,217	4,604	0,000	0,000
Н2 – Н1	0,019	0,217	0,087	0,931	1,000

Уочавамо да постоји разлика која је статистички значајна у рангирању између тврдњи Н4 и Н2 ($p = 0,000$), Н4 и Н1 ($p = 0,000$), Н5 и Н2 ($p = 0,000$), Н5 и Н1 ($p = 0,000$), Н3 и Н2 ($p = 0,000$), Н3 и Н1 ($p = 0,000$) (Табела 89). Утврдили смо постојање значајне разлике између рангирања нивоа разумевања, примене знања, стваралаштва и креативности и преостала два нивоа – препознавања и репродукције. Учитељи сматрају да су нивои разумевања, примене знања, стваралаштва и креативности погоднији за диференцијацију у почетној настави математике од осталих.

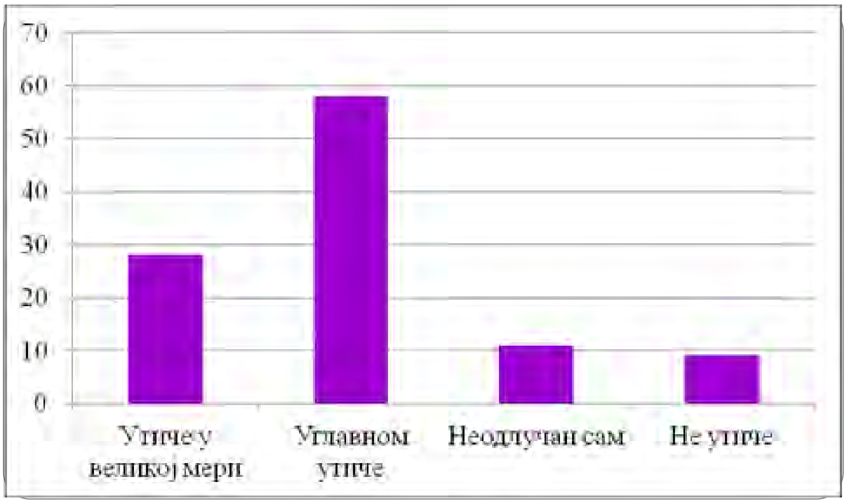
На основу изложеног констатујемо да се, по мишљењу учитеља, сви нивои знања могу подстицати диференцираним обликом наставе. Најпогоднији ниво знања за подстицање диференцираним обликом наставе је, према мишљењу учитеља, *примена знања.* Затим, следи ниво *креативности и стваралаштва.* Након тога следе *разумевање, репродукција* и на крају *препознавање.* Овакве резултате можемо објаснити тиме да се обавезни садржаји не диференцирају по нивоима (Мрђа, 2013), односно да се очекује да сви ученици морају овладати нивоима који се односе на препознавање и репродукцију.

ПИТАЊЕ 6.

У склопу истог истраживачког задатка, желели смо да утврдимо мишљење учитеља о утицају диференцирања садржаја почетне наставе математике на постигнућа и трајност знања ученика. На питање *У којој мери, према Вашем мишљењу, диференцирање садржаја почетне наставе математике у складу са образовним стандардима утиче на постигнућа и трајност знања ученика?* требало је да се учитељи определе за један од следећих одговора: *у великој мери утиче, углавном утиче, неодлучан сам, углавном не утиче, уопште не утиче.*

Табела 90. *Мишљење учитеља о утицају диференцирања садржаја почетне наставе математике у складу са образовним стандардима на постигнућа и трајност знања ученика*

Питање 6.	**Број испитаних**	**Проценат**
Утиче у великој мери	28	26,4%
Углавном утиче	58	54,7%
Неодлучан сам	11	10,4%
Углавном не утиче	0	0%
Не утиче	9	8,5%
Укупно:	106	100%



Графикон 19. *Мишљење учитеља о утицају диференцирања садржаја почетне наставе математике у складу са образовним стандардима на постигнућа и трајност знања ученика*

Највећи проценат учитеља из узорка 58 или 54,7% сматра да диференцирање садржаја *углавном утиче* и на постигнућа и на трајност знања ученика у почетној настави математике. Да *утиче у великој мери* изјаснило се 28 или 26,4% анкетираних учитеља.

Неодлучност у одговору изјаснило је 11 или 10,4% учитеља. Само 9 или 8,5% учитеља мисли да диференцирање садржаја *не утиче* на постигнућа и трајност знања ученика у почетној настави математике.

Према резултатима анкете за наведена три питања, потврдили смо хипотезу *анкетирани учитељи имају позитивно мишљење о примени диференциране наставе и образовних стандарда.*

Фреквентност примене диференциране наставе

Другим истраживачким задатком желели смо да испитамо на којим типовима часова и у којим етапама часа учитељи најчешће примењују диференцирану наставу у почетној настави математике. Одговарали су на три питања затвореног типа.

ПИТАЊЕ 1.

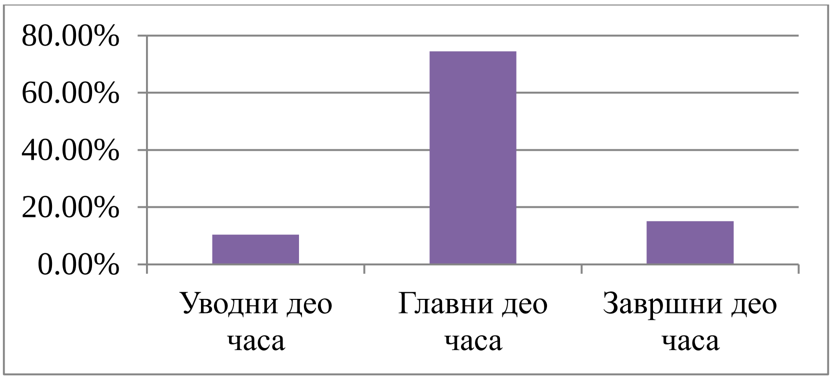
У уводном делу часа проверава се домаћи задатак и мотивишу се ученици за рад путем различитих активности. Главни део часа служи за усвајање нових наставних садржаја, за утврђивање и проверавање усвојеног градива. У завршном делу часа ученицима се даје повратна информација о раду на часу, задаје се домаћи задатак и обавештавају се шта је потребно да понесу од прибора за наредни час.

Диференцирани облик рада примењив је у свим етапа једног наставног часа. У уводном делу ученици могу добити диференцирана упутства за рад, допуну упутства и објашњења за рад (Јукић, 1998). Током главног дела часа могу усвајати нове наставне садржаје помоћу листића за самостално учење са различитим захтевима. Такође, у главном делу часа могу радити диференциране задатке који одговарају њиховом нивоу знања. Завршни део часа може се искористити да ученици добију за домаћи диференциране задатке који одговарају њиховим могућностима (Петровић, 1997).

Учитељи су на питање*: У ком делу часа најчешће примењујете диференцирану наставу на часовима почетне наставе математике?* изражавали мишљење заокруживањем једног од три понуђена одговора: *уводни део часа, главни део часа, завршни део часа (Табела 94 , Графикон 17).*

Табела 91. *Фреквентност примене диференциране наставе у различитим етапама часа*

Питање 1.	**Број испитаних**	**Проценат**
Уводни део часа	11	10,4%
Главни део часа	79	74,5%
Завршни део часа	16	15,1%
Укупно:	106	100,0%



Графикон 20. *Фреквентност примене диференциране наставе у различитим етапама часа*

Највећи број учитеља из узорка - 79 или 74,5% учитеља одговорило је да током *главног дела часа најчешће примењују диференцирану наставу у почетној настави математике.* За *завршни део часа* определило се 16 или 15,1% анкетираних учитеља. Само 11 или 10,4% учитеља изјаснило се да је *уводни део часа* најпогоднији за реализацију диференциране наставе у почетној настави математике. То што највећи проценат учитеља примењује диференцирани облик рада у главном делу часа, сматрамо да се може објаснити чињеницом да је управо главни део часа временски најобимнија етапа часа. Током главног дела часа реализују се основни наставни циљеви без обзира да ли су у питању часови обраде новог градива, или часови утврђивања. Током реализације диференциране наставе математике, учитељ мора да створи такву атмосферу на часу која ће свим ученицима пријати, као и да им обезбеди повратну информацију о њиховом учењу (Дејић, Егерић, 2007) што захтева довољно времена за реализацију на самом часу.

ПИТАЊЕ 2.

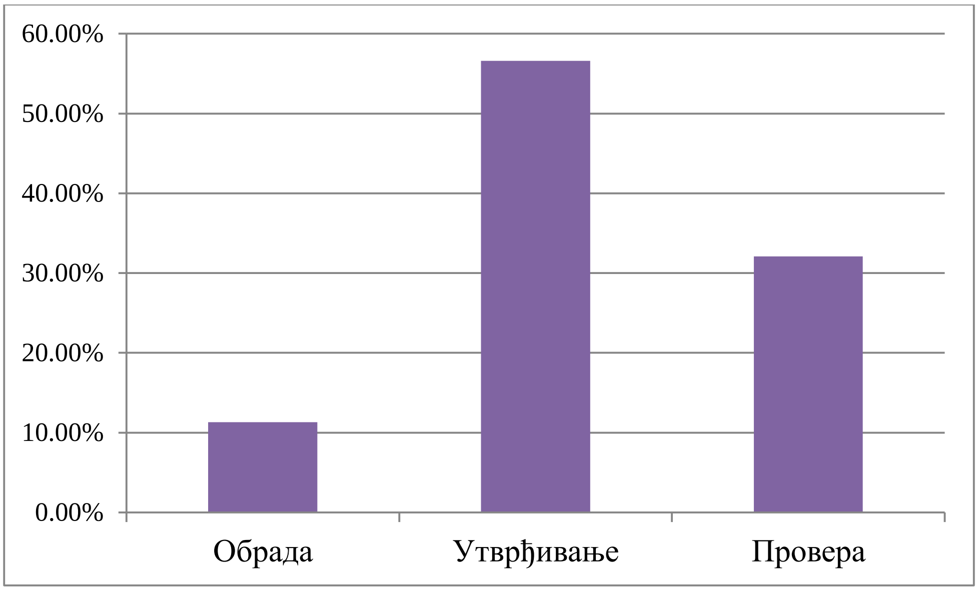
У „Службеном гласнику РС – Просветном гласнику“, бр. 10/2004, 20/2004, 1/2005, 3/2006, 15/2006, 2/2008, 2/2010, 7/2010, 3/2011 - др. правилник, 7/2011 – др. правилници, 1/2013 и 4/2013) наводи се препоручени број часова обраде и утврђивања за сваку наставну тему почетне наставе математике.

Претходно смо указали да се диференцирани облик рада може примењивати на свим типовима наставног часа (Јукић, 1998, Стевановић, Мурадбеговић, 1990; Егерић, 2003; Стишовић-Милановић, 2009) . На часовима обраде ученици могу усвајати нове наставне садржаје путем наставних листића за самостално учење који имају исте садржаје, а различите захтеве. На часовима утврђивања и провере ученици могу да решавају задатке различите тежине према сопственим могућностима. Данас се све више инсистира на настави у којој сваки ученик може да напредује (Лазаревић, 2005; Маричић, Милинковић, 2015) па је тако неопходно прилагођавати сваки тип часа ученицима. Стање у пракси може се у великој мери разликовати од препорука, тако да смо одлучили да испитамо на којим типовима часова математике учитељи најчешће примењују диференцирани приступ настави.

Учитељи су на питање*: На којим типовима часова почетне наставе математике најчешће примењујете диференцирану наставу?* изражавали мишљење заокруживањем једног од три понуђена одговора*: обрада, утврђивање, провера (Табела 95, Графикон 18).*

Табела 92. *Фреквентност примене диференциране наставе у односу на тип часа*

Питање 2.	**Број испитаних**	**Проценат**
Обрада	12	11,3%
Утврђивање	60	56,6%
Провера	34	32,1%
Укупно:	106	100%



Графикон 21. *Фреквентност примене диференциране наставе у односу на тип часа*

Више од половине анкетираних, тачније 56,6% учитеља наводи да најчешће користи диференцирану наставу на часовима *утврђивања*. Нешто мањи проценат учитеља 32,1% одговара да диференцирану наставу користи на часовима *провере*. Интересантан је податак да се само 11,3% анкетираних учитеља изјашњава да диференцијацију примењује на часовима *обраде* у почетној настави математике. Ако узмемо у обзир то да примена диференциране наставе на часовима обраде захтева веће ангажовање и припрему учитеља (Егерић, 2008; Мандић, Пејић, 1984), добијени резултати нису неочекивани. Планирање, припрема и реализација диференциране наставе подразумева улагање више времена и енергије учитеља, што уз преобиман наставни програм и превелик број ученика у одељењу (Маричић, Милинковић, 2014) представља посебан изазов.

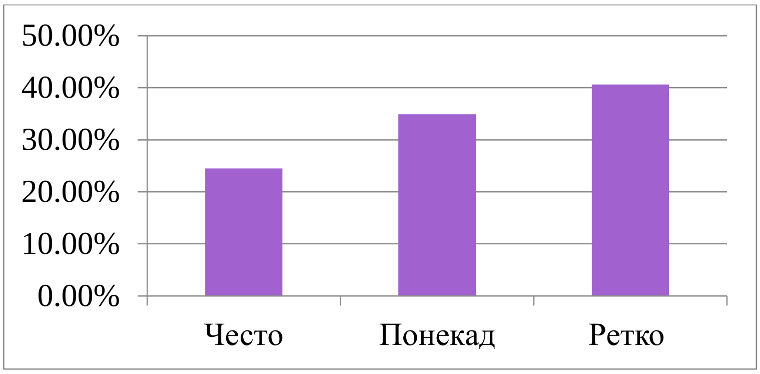
ПИТАЊЕ 4.

У поглављу **1.3. Наставне методе у диференцираној почетној настави математике** истакли смо да је оспособљавање ученика за самостално учење веома важно, јер су знања до којих ученици самостално дођу трајнија (Баковљев, 1984; Стевановић, Мурадбеговић, 1990; Дејић, Егерић, 2003; Егерић, 2008; Стишовић-Милановић, 2009; Вилотијевић, Вилотијевић, 2014) Са друге стране, припрема листића за самостално учење захтева доста времена од учитеља.

Учитељи су на питање*: Колико често Ви дајете ученицима листиће на три нивоа сложености за самостално учење?* заокруживали један од пет понуђених одговора*: веома често, често, понекад, ретко, веома ретко.* Није било одговора *веома често* и *веома ретко*. На основу одговора учитеља на ово питање, утврђивали смо фреквентност примене листића за самостално учење (*Табела 89, Графикон 19)*.

Табела 93. *Фреквентност примене листића на три нивоа сложености за самостално учење*

Питање 4.	**Фреквенција**	**Проценат**
Често	26	24,5%
Понекад	37	34,9%
Ретко	43	40,6%
Укупно:	106	100%



Графикон 22. *Фреквентност примене листића на три нивоа сложености за самостално учење*

Из Табеле 93 и Графикона 19 видимо да се највећи проценат учитеља 43 или 40,6% изјаснило да *ретко* дају ученицима наставне листиће на три нивоа сложености за самостално учење математике, *понекад* их користи 37 или 34,9% учитеља, а најмање њих 26 или 24,5% изјаснило се да *често* примењује листиће за самостално учење почетне наставе математике.

Добијени резултати анкетирања учитеља потврђују нашу хипотезу да анкетирани учитељи диференцирану наставу најчешће користе у главном делу часа и на часовима утврђивања, али да наставне листиће на три нивоа сложености примењују у недовољној мери.

1.3.1. *Резултати анкетирања учитеља и средина у којој раде*

Као део трећег истраживачког задатка испитивали смо да ли постоје разлике у мишљењу учитеља у односу на средину школе у којој раде.

ПИТАЊЕ 3.

У склопу овог истраживачког задатка најпре смо испитивали разлике у мишљењу учитеља о степену повезаности између диференцирања садржаја и стандарда постигнућа ученика у односу на средину у којој раде. Одоворе учитеља добијене у категоријама *углавном не постоји* и *уопште не постоји* морали смо да групишемо у поље *не постоји* због добијања фреквенција мањих од 5 у више од 20% поља контингенцијске табеле (Табела 94).

Табела 94 . *Мишљење учитеља о повезаности диференцирања садржаја и стандарда постигнућа ученика у почетној настави математике с обзиром на средину*

Питање 3.		**Одговори учитеља**				**Укупно**
		Постоји у великој мери	**Углавном постоји**	**Неодлучан сам**	**Не постоји**	
Средина	**Сеоска**	5 14,3%	22 62,8%	6 17,2%	2 5,7%	35 100%
	Градска	9 12,7%	48 67,6%	9 12,7%	5 7,0%	71 100%
Укупно		14 13,2%	70 66,0%	15 14,2%	7 6,6%	106 100%

$\chi2= 0,519$ df = 3 p = 0,915

Да *углавном постоји* повезаност диференцирања садржаја и стандарда постигнућа ученика изјаснио се највећи проценат учитеља обеју група формиране према средини и то 48 или 67,6% учитеља који раде у граду и 22 или 62,8% учитеља који раде у селу. *Неодлучност* је исказало 6 или 17,2% учитеља који раде у селу и 9 или 12,7% учитеља који раде у граду. Да повезаност *постоји у великој мери* изјаснило се 5 или 14,3% учитеља који раде у селу и 9 или 12,7% учитеља који раде у граду. Најмањи проценат учитеља се изјаснио да повезаност *не постоји*, и то 5 или 7% учитеља који раде у граду и само 2 или 5,7% учитеља који раде у селу.

На основу добијених резултата $\chi^2 = 0,519$, df = 3, $p > 0,05$ (p= 0,915) закључујемо да *не постоји статистички значајна разлика у мишљењу учитеља о повезаности диференцирања садржаја и стандарда постигнућа ученика у односу на средину у којој раде.*

ПИТАЊЕ 6.

У наредном кораку испитивали смо да ли постоје разлике у мишљењу анкетираних учитеља о утицају диференцирања садржаја почетне наставе математике у складу са образовним стандардима на постигнућа и трајност знања ученика с обзиром на средину. Одоворе учитеља добијене у категоријама *углавном не утиче* и *уопште не утиче* морали смо да групишемо у поље *не утиче* због добијања фреквенција мањих од 5 у више од 20% поља контингенцијске табеле. (Табела 95)

Табела 95. *Мишљење учитеља о утицају диференцирања садржаја почетне наставе математике у складу са образовним стандардима на постигнућа и трајност знања ученика с обзиром на средину*

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2">Питање 6.</th><th colspan="4">Одговори учитеља</th><th rowspan="2">Укупно</th></tr>
<tr><th>Утиче у великој мери</th><th>Углавном утиче</th><th>Неодлучан сам</th><th>Не утиче</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Средина</td><td>Сеоска</td><td>11
31,4%</td><td>18
51,4%</td><td>5
14,3%</td><td>1
2,9%</td><td>35
100%</td></tr>
<tr><td>Градска</td><td>17
23,9%</td><td>40
56,3%</td><td>6
8,5%</td><td>8
11,3%</td><td>71
100%</td></tr>
<tr><td colspan="2">Укупно</td><td>28
26,4%</td><td>58
54,7%</td><td>11
10,4%</td><td>9
8,5%</td><td>106
100%</td></tr>
</table>

$\chi 2 = 3{,}323$ df = 3 p= 0,174

У обе групе учитеља формиране према средини у којој раде, више од половине учитеља сматра да диференцирање садржаја *углавном утиче* на постигнућа и трајност знања ученика у почетној настави математике. Овако се изјаснило 40 или 56,3% анкетираних учитеља који раде у граду и 18 или 51,4% учитеља који раде у селу. Да *утиче у великој мери* мисли 11 или 31,4% учитеља који раде у селу и 17 или 23,9% учитеља који раде у граду. Најмањи проценат учитеља који раде у граду - 6 или 8,5% исказало је *неодлучност,* док се тако изјаснило 5 или 14,3% учитеља који раде у селу. Најмањи проценат испитаних који раде у селу - 1 или 2,9% изјаснило се да диференцирање садржаја *не утиче* на постигнућа и трајност знања ученика у почетној настави математике. Тако се изјаснило и 8 или 11,3% учитеља који раде у граду.

На основу добијених вредности статистичке анализе $\chi^2 = 3{,}323$, df = 3, $p > 0{,}05$ (p= 0,174) можемо закључити да *не постоје значајне разлике у мишљењу учитеља о утицају диференцирања садржаја почетне наставе математике у складу са образовним стандардима на постигнућа и трајност знања ученика с обзиром на средину у којој раде.*

ПИТАЊЕ 1.

Желели смо да проверимо да ли избор одређене етапе часа, када најчешће примењују диференцирану наставу у почетној настави математике, зависи од средине у којој анкетирани учитељи раде (Табела 96)

Табела 96. *Етапе часа када учитељи најчешће примењују диференцирану наставу у односу на средину у којој раде*

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2">Питање 1.</th><th colspan="3">Одговори учитеља</th><th rowspan="2">Укупно</th></tr>
<tr><th>Уводни део часа</th><th>Главни део часа</th><th>Завршни део часа</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Средина</td><td>Сеоска</td><td>5
14,3%</td><td>25
71,4%</td><td>5
14,3%</td><td>35
100%</td></tr>
<tr><td>Градска</td><td>6
8,4%</td><td>54
76,1%</td><td>11
15,5%</td><td>71
100%</td></tr>
<tr><td colspan="2">Укупно</td><td>11
10,4%</td><td>79
74,5%</td><td>16
15,1%</td><td>106
100%</td></tr>
</table>

$\chi 2 = 0{,}859$ df = 2 p = 0,651

Највећи проценат учитеља и градских (76,1%) и сеоских (71,4%) школа наводи да примењује диференцирану наставу у *главном делу часа*. Приближан проценат учитеља који раде у градској (15,5%) и сеоској средини (14,3%) одговара да најчешће примењују диференцирану наставу у завршном делу часа. Најмањи проценат учитеља и градских (8,4%) и сеоских (14,3%) одговара да диференцирану наставу најчешће користе у уводном делу часа. На основу добијене вредности $\chi^2 = 0{,}859$, df = 2, $p > 0{,}05$ (p= 0,651) можемо закључити да избор *етапе часа у којој учитељи најчешће примењују диференцирану наставу не зависи од средине у којој учитељи раде.*

ПИТАЊЕ 2.

Испитивали смо да ли се избор типа часа на којем учитељи најчешће користе диференцирану наставу може довести у везу са средином у којој раде. (Табела 97).

Табела 97. *Тип часа на којем учитељи најчешће користе диференцирану наставу у односу на средину у којој раде*

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2">Питање 2.</th><th colspan="3">Одговори учитеља</th><th rowspan="2">Укупно</th></tr>
<tr><th>Обрада</th><th>Утврђивање</th><th>Провера</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Средина</td><td>Сеоска</td><td>6
17,2%</td><td>18
51,4%</td><td>11
31,4%</td><td>35
100%</td></tr>
<tr><td>Градска</td><td>6
8,4%</td><td>42
59,2%</td><td>23
32,4%</td><td>71
100%</td></tr>
<tr><td colspan="2">Укупно</td><td>12
11,3%</td><td>60
56,6%</td><td>34
32,1%</td><td>106
100%</td></tr>
</table>

$\chi 2 = 1{,}819$ df = 2 p = 0,403

Више од половине анкетираних обеју група формираних према средини у којој раде учитељи наводи да је *утврђивање* тип часа на којем најчешће примењују диференцирану наставу математике. Овако мисли 42 или 59,2% учитеља који раде у граду и 18 или 51,4% учитеља који раде у селу. Приближно исти проценат учитеља обе групе се изјаснило да на часовима провере најчешће реализују диференцирану наставу. Тако се изјаснило 23 или 32,4% учитеља који раде у граду и 11 или 31,4% учитеља који раде у селу. Највеће разлике у мишљењу учитеља постоје у ставу да су часови *обраде* тип часа на којем најчешће реализују диференцирану наставу. Овако мисли 6 или 17,2% учитеља који раде у селу и 6 или 8,4% учитеља који раде у граду.

На основу добијених резултата $\chi^2 = 1{,}819$, $df = 2$, $p > 0{,}05$ ($p= 0{,}403$) можемо закључити да *тип часа на којем најчешће примењују диференцирану наставу у почетној настави математике не зависи од средине у којој учитељи раде.*

ПИТАЊЕ 4.

Испитивали смо да ли постоји разлика у фреквентности примене наставних листића на три нивоа сложености за самостално учење с обзиром на средину (Табела 98)

Табела 98 . *Фреквентност примене наставних листића на три нивоа сложености за самостално учење почетне наставе математике с обзиром на средину*

Питање 4.		**Одговори учитеља**			**Укупно**
		Често	**Понекад**	**Ретко**	
Средина	**Сеоска**	12 34,3%	10 28,6%	13 37,1%	35 100%
	Градска	14 19,7%	27 38,1%	30 42,2%	71 100%
Укупно		26 24,5%	37 34,9%	43 40,6%	106 100%

$\chi2= 2{,}780$ $df = 2$ $P = 0{,}249$

Када је у питању припрема и коришћење наставних листића на три нивоа сложености за самосталан рад ученика, утврдили смо следеће: Знатно већи проценат учитеља сеоских школа (34,3%) него учитеља градских школа (19,7%) наводи да често користи у свом раду наставне листиће за самосталан рад. Понекад то чини 28,6% учитеља који раде у селу, односно 38,1% учитеља који раде у граду. Ипак, највећи проценат учитеља обеју група (37,1% оних који раде у селу, 42,2% оних који раде у граду) одговара да *ретко* примењују листиће за самостално учење у почетној настави математике.

Без обзира на то што учитељи сеоских школа наводе да чешће примењују наставне листиће на три нивоа сложености за самосталан рад од својих колега у градским школама, резултати χ^2 теста ($\chi^2 = 2{,}780$, $df = 2$, $p= 0{,}249$) указују да нема значајне разлике. Напоменимо да узорак није велики тако да се резултати не могу генерализовати.

1.3.2. Резултати анкетирања учитеља и дужина радног стажа

Све учитеље смо на основу година радног искуства поделили у четири групе: *мање од 10 година, од 10 до 20, од 20 до 30 и преко 30 година радног стажа*. Пошто смо добили фреквенције мање од 5 у више од 20% поља контингенцијске табеле (веома мали број анкетираних учитеља је имао стаж мањи од 10 година и већи од 30 година), одлучили смо да направимо две групе: *мање од 20 година и више од 20 година радног стажа.*

ПИТАЊЕ 3.

Испитивали смо да ли радно искуство учитеља утиче на мишљење о степену повезаности диференцирања садржаја и стандарда постигнућа ученика у почетној настави математике (Табела 99).

Табела 99. *Мишљење учитеља о повезаности диференцирања садржаја и стандарда постигнућа ученика у почетној настави математике с обзиром на године радног искуства*

Године искуства	Постоји у великој мери	Углавном постоји	Неодлучан сам	Не постоји	Укупно
До 20	8 16,0%	33 66,0%	7 14,0%	2 4,0%	50 100%
Преко 20	6 10,7%	37 66,1%	8 14,3%	5 8,9%	56 100%
Укупно:	14 13,2%	70 66,0%	15 14,2%	7 6,6%	106 100%

$\chi2=$ 1,532 df = 3 p = 0,675

.

Приближно исти проценат учитеља обеју група формираних према годинама радног стажа сматра да *углавном постоји* повезаност диференцирања садржаја и стандарда постигнућа ученика у почетној настави математике, и то 37 или 66,1% учитеља који имају веће радно искуство и 33 или 66% њих који имају мање радно искуство у настави. Од 14 или 13,2% учитеља који сматрају да *у великој мери* постоји повезаност диференцирања садржаја и стандарда постигнућа ученика, 8 или 16% припадају групи учитеља са мањим стажом 6 или 10,7% групи са већим стажом. *Неодлучних* је било, такође, приближан проценат анкетираних учитеља обеју група. Тако се изјаснило 8 или 14,3% њих са већим радним стажом и 7 или 14% њих са мањим радним стажом. Најмањи проценат анкетираних сматра да *не постоји* повезаност, и то 5 или 8,9% учитеља који имају већи радни стаж и само 2 или 4% оних који имају мањи стаж у настави.

На основу добијених резултата статситичке анализе $\chi^2 = 1,532$, df = 3, $p > 0,05$ (p= 0,675) можемо закључити да *не постоје статистички значајне разлике у мишљењу учитеља о повезаности диференцирања садржаја и стандарда постигнућа ученика у почетној настави математике с обзиром на године радног искуства*.

ПИТАЊЕ 6.

Испитивали смо мишљење учитеља о утицају диференцирања садржаја почетне наставе математике у складу са образовним стандардима на постигнућа и трајност знања ученика с обзиром на радни стаж учитеља.

Табела 100. *Мишљење учитеља о утицају диференцирања садржаја почетне наставе математике у складу са образовним стандардима на постигнућа и трајност знања ученика с обзиром на године радног искуства*

Године искуства	Утиче у великој мери	Углавном утиче	Неодлучан сам	Не утиче	Укупно
До 20	14 28,0%	25 50,0%	7 14,0%	4 8,0%	50 100%
Преко 20	14 25,0%	33 58,9%	4 7,2%	5 8,9%	56 100%
Укупно:	28 26,4%	58 54,7%	11 10,4%	9 8,5%	106 100%

$\chi^2 = 1{,}699$ df = 3 p = 0,126

Увидом у табелу примећујемо да се највећи проценат учитеља обеју група формираних према годинама радног искуства изјаснио да диференцирање садржаја *углавном утиче* на постигнућа и трајност знања ученика. Овако се изјаснило 33 или 58,9% учитеља који имају веће радно искуство и 25 или 50% учитеља који имају мање радно искуство. Да *утиче у великој мери* мисли 14 или 28% учитеља који краће раде у школи, као и 14 или 25% оних који дуже раде у школи. *Неодлучност* је исказало 7 или 14% учитеља са мањим стажом и 4 или 8,9% учитеља са већим стажом. Негативан став о утицају диференцирања садржаја на постигнућа и трајност знања ученика исказао је мали број анкетираних у обе групе. Да диференцирање садржаја *не утиче* на постигнућа и трајност знања ученика мисли 5 или 8,9% учитеља који имају више искуства и 4 или 8% учитеља који имају мање искуства.

На основу добијене вредности $\chi^2 = 1{,}699$, df = 3, p > 0,05 (p= 0,126) закључујемо да *не постоје значајне разлике у мишљењу учитеља о утицају диференцирања садржаја на постигнућа и трајност знања ученика у почетној настави математике с обзиром на године радног искуства.*

ПИТАЊЕ 1.

Испитивали смо да ли избор одређене етапе часа када најчешће примењују диференцирану наставу у почетној настави математике зависи од дужине радног стажа учитеља.

Табела 101. *Етапе часа када учитељи најчешће примењују диференцирану наставу у односу на дужину радног стажа*

Године искуства	Уводни део часа	Главни део часа	Завршни део часа	Укупно
До 20	5 10,0%	39 78,0%	6 12,0%	50 100%
Преко 20	6 10,7%	40 71,4%	10 17,9%	56 100%
Укупно:	11 10,4%	79 74,5%	16 15,1%	106 100%

$\chi2$= 0,766 df = 2 p = 0,682

У обе групе формиране према годинама радног искуства највише њих се изјаснило да најчешће примењују диференцирану наставу у почетној настави математике у *главном делу часа (*78% учитеља који имају мање радно искуство и 71,4% њих који имају веће радно искуство). Да у завршном делу часа најчешће примењују диференцирану наставу у почетној настави математике изјаснило се 17,9% учитеља који имају више радног искуства и 12% њих који имају мање радног искуства. Приближно исти проценат анкетираних учитеља обе групе формиране према годинама радног искуства изјаснило се да у уводном делу часа најчешће реализују диференцирану наставу у почетној настави математике и то 10,7% учитеља са већим радним искуством и 10% њих који имају мање радног искуства.

На основу добијених вредности χ^2 = 0,766, df = 2, p > 0,05 (p = 0,682) можемо закључити да избор етапе часа у којој учитељи најчешће примењују диференцирану наставу не зависи од дужине њиховог радног стажа.

ПИТАЊЕ 2.

Испитивали смо да ли се избор типа часа на којем учитељи најчешће користе диференцирану наставу може довести у везу са дужином радног стажа.

Табела 102. *Тип часа на којем учитељи најчешће примењују диференцирану наставу у односу на дужину радног стажа*

Године искуства	Обрада	Утврђивање	Провера	Укупно
До 20	6 12,0%	32 64,0%	12 24,0%	50 100%
Преко 20	6 10,7%	28 50,0%	22 39,3%	56 100%
Укупно:	12 11,3%	60 56,6%	34 32,1%	106 100%

$\chi2$= 2,877 df = 2 p = 0,237

Највећи проценат учитеља (64%) са мањим радним искуством у настави, као и 50% оних који имају преко 20 година радног искуства наводе да је *утврђивање* тип часа на којем најчешће примењују диференцирану наставу у почетној настави математике. Да је *провера* тип часа који најчешће користе за реализацију диференциране наставе изјаснио се већи проценат учитеља који имају више од 20 година радног стажа (39,3%) него оних који имају радни стаж мањи од 20 година (24%). Претпостављамо да то што већи проценат учитеља који раде дуже време наводе да користе диференцирану наставу на часовима провере има везе са њиховим радним искуством. Најмањи проценат испитаних (12% учитеља који имају мањи радни стаж од 20 година и 10,7% учитеља који имају већи радни стаж од 20 година) одговара да диференцирану наставу примењују на часовима обраде .

На основу добијене вредности $\chi^2 = 2,877$, df = 2, p > 0,05 (p = 0,237) закључујемо да *нема значајне разлике, односно да избор* типа часа на којем учитељи најчешће користе диференцирану наставу не зависи од дужине *радног стажа.*

ПИТАЊЕ 4.

Испитивали смо да ли се фреквентност примене наставних листића на три нивоа сложености за самостално учење може довести у везу са радним стажом учитеља (Табела 103)

Табела 103. *Фреквентност примене наставних листића на три нивоа сложености за самостално учење с обзиром на радни страж учитеља*

Године искуства	Често	Понекад	Ретко	Укупно
До 20	11 22,0%	21 42,0%	18 36,0%	50 100%
Преко 20	15 26,8%	16 28,6%	25 44,6%	56 100%
Укупно:	26 24,5%	37 34,9%	43 40,6%	106 100%

$\chi2= 2,098$ df = 2 p = 0,350

Да *често* користе наставне листиће на три нивоа сложености за самостално учење почетне наставе математике изјаснило се 26,8% учитеља који имају већи радни стаж и 22% учитеља који имају мањи радни стаж. Највећи проценат учитеља који имају мање радног искуства (42%) изјаснило се да *понекад* примењује листиће за самостално учење на три нивоа сложености. Тако се изјаснило и 16 или 28,6% учитеља који имају више радног искуства. Највећи проценат учитеља који имају више радног стажа (44,6%) изјаснило се да *ретко* примењује листиће на три нивоа за самостално учење. Тако се изјаснило и 18 или 36% учитеља који имају мање радног искуства.

На основу добијене вредности $\chi^2 = 2,098$, df = 2, p > 0,05 (p= 0,350) закључујемо да нема разлика које су статистички значајне у *фреквентности примене наставних листића на три нивоа сложености за самостално учење* наставе математике с обзиром на године радног искуства. То да анкетирани учитељи не примењују довољно наставне листиће на три нивоа сложености представља сигнал да би требало испитати разлоге и на основу тога планирати неке кораке за даљи рад. Наша препорука учитељима, наставницима, методичарима, који желе да унапреде образовање ученика, јесте да наставе са даљим проучавањем поменутог проб

ЗАКЉУЧАК

Развијање и напредовање сваког ученика у почетној настави математике важан је задатак савремене наставе. Зато диференцирање наставе привлачи пажњу бројних истраживача који, посредно и непосредно, учествују у процесу васпитања и образовања. Данас учитељима диференцирање наставе могу да олакшају образовни стандарди постигнућа дефинисани на три нивоа. Постоје бројна питања о диференцираној настави, као и о образовним стандардима постигнућа која још увек нису разрешена, а посебно недостају истраживања која се баве ефектима примене диференцирања наставе организоване у складу са образовним стандардима на постигнућа ученика у почетној настави математике.

Указујући на значај и истражујући улогу диференцирања наставе у складу са образовним стандардима када су у питању постигнућа ученика у почетној настави математике дошли смо до закључака који се условно могу поделити у три групе. Прву групу закључака добили смо испитујући ефекте експерименталног програма на постигнућа ученика у почетној настави математике. Друга група закључака односи се на резултате које смо добили испитујући мишљење ученика експерименталне групе о експерименталном програму и утицај експерименталног програма на интересовање ученика за учење на часовима математике. Трећа група закључака односи се на резултате које смо добили испитујући мишљење и ставове учитеља о примени диференциране наставе и диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима.

Прва група закључака изведена је на основу резултата добијених експерименталним истраживањем. На узорку од 228 ученика организовали смо експеримент са паралелним групама са циљем утврђивања да ли се диференцирањем наставе, организоване у складу са образовним стандардима може утицати на постигнућа ученика у почетној настави математике. Извршили смо три мерења постигнућа ученика. Прво, иницијално, пре почетка експерименталног програма; друго, финално, након његове реализације у експерименталној групи и треће, друго финално, на почетку петог разреда ради утврђивања трајности знања ученика. На основу ових мерења извршена су одговарајућа статистичка израчунавања и изведени следећи закључци:

- Истраживање је показало да експериментални програм (диференцирана настава која је организована у складу са образовним стандардима) може утицати на побољшање ученичких постигнућа у почетној настави математике, јер су резултати показали да постоји значајна разлика у постигнућима ученика на финалном мерењу у корист експерименталне групе. Ученици који су били изложени експерименталном фактору били су успешнији и остварили су значајан напредак у постигнућима у односу на резултате иницијалног мерења (36,44) и остварили су бољи просечан резултат на финалном мерењу (55,88). Ученици контролне групе постигли су на иницијалном мерењу (36,31), а на финалном нешто лошији резултат (29,62).

- Резултатима истраживања потврђена је хипотеза да постоји значајна разлика у постигнућима ученика на свим нивоима знања (основном, средњем, напредном) између група и то у корист експерименталне. Разлика у просечном броју поена на основном нивоу износи 3,96, на средњем нивоу 7,69, на напредном нивоу 7,78 у корист финалног мерења. Ученици контролне групе имали су пад у постигнућима по свим нивоима образовних стандарда. Разлика у просечном броју поена на основном нивоу износи 1,99, на средњем нивоу 3,04, на напредном нивоу 1,66 у корист иницијалног мерења.

- Ученици експерименталне групе били су успешнији у области геометрије и разломака, док су ученици контролне групе имали нешто лошије резултате на финалном мерењу. Просечан број поена на финалном тесту из области геометрије експерименталне (33,24) и контролне групе (17,46) разликују се за 15,78 поена у корист експерименталне групе. Просечан број поена из области разломака експерименталне (22,64) и контролне групе (12,17) разликују за 10,47 поена у корист експерименталне групе.

- Добијени резултати истраживања потврђују да експериментални програм (диференцирана настава која је организована у складу са образовним стандардима) има утицаја на трајност знања ученика у експерименталној групи, односно да је такав начин рада ефикаснији од традиционалне наставе. Просечан број поена експерименталне (54,44) и контролне групе (24,32) разликује за 30,12 поена на другом финалном тесту знања.

- Истраживањем смо утврдили да се на иницијалном, финалном и другом финалном мерењу просечан број поена дечака и девојчица незнатно разликују. На иницијалном мерењу просечан број поена дечака (36,85) и девојчица (35,96) разликују се за 0,89 поена. На финалном мерењу просечан број поена дечака (56,80) и девојчица (54,81) се разликују за 1,99 поена. На другом финалном мерењу утврдили смо да се просечан број поена дечака (55,57) и девојчица групе (53,15) разликују за 2,42 поена. На сва три мерења дечаци су имали у просеку нешто већи број бодова, али утврдили смо да нема статистички значајне разлике посматрајући пол ученика.

Добијени резултати потврдили су да експериментални програм, тј. иновативни модел диференциране наставе засноване на образовним стандардима утиче на постигнућа ученика на испитаном узорку. Појам постигнућа ученика у раду је операционализован повезивањем нивоа знања и дефинисаних образовних стандарда. Сматрамо да дефинисање постигнућа ученика на овакав начин може помоћи свима који се баве унапређивањем почетне наставе математике. Нов начин усвајања и утврђивања знања у почетној настави математике у геометријским садржајима и садржајима о разломцима одразио се на квалитет наставе. Можемо констатовати да експериментални програм, тј. диференцирање наставе у складу са образовним стандардима позитивно утиче на постигнућа и трајност знања ученика, како дечака тако и девојчица у почетној настави математике, како на садржаје из области геометрије, тако и на садржаје из области разломака.

Друга група закључака изведена је на основу резултата које смо добили анкетирањем ученика. Анкетирано је 114 ученика експерименталне групе коју су чинили ученици пет одељења четвртог разреда ОШ „17. октобар“ из Јагодине. Ученици су одговарали на три питања. Утврдили смо да нема значајне разлике у мишљењу ученика анализирајући пол и оцену из математике. Након статистичких израчунавања изведени су следећи закључци:

- ✓ Ученици показују изразито позитиван став према диференцираној настави математике која је организована у складу са образовним стандардима (експерименталном програму), тј. 92,1% ученика се изјашњава да су им часови експерименталног програма интересантни. Неодлучних је било 6,1% ученика, док се само 1,8% њих изјаснило да су им часови били досадни.

- ✓ Анализирајући тврдње којима се описују поједине карактеристике диференциране наставе математике, највећем броју ученика експерименталне групе свидела се могућност да *самостално уче путем наставних листова (*скална вредност 2,67 – ранг један) и то што су *стално били активни* (скална вредност 2,75 – ранг два). Нешто нижи ранг доделили су тврдњама да је *математика занимљивија него што су раније мислили (*скална вредност 2,78 – ранг три), да је *математика корисна* (скална вредност 3,27 – ранг четири), као и да су *почели више да размишљају приликом решавања задатака из математике (*скална вредност 3,54 – ранг пет).

Претпоставка да *ученици имају позитиван став према експерименталном програму* (диференцираној настави која је организована у складу са образовним стандардима) је потврђена на основу анализираних одговора ученика.

- ✓ Већина ученика експерименталне групе (86,8%) исказала је интересовање да и у будућности имају часове сличне оним реализованим током експерименталног програма.

Наша претпоставка да *примена експерименталног програма позитивно утиче на интересовање ученика за учење на часовима математике* показала се тачном.

Трећа група закључака је изведена на основу резултата које смо добили анкетирањем учитеља. Анкетирано је укупно 106 учитеља који су школске 2016/2017. године радили у пет основних школа у Јагодини и у једној основној школи у селу Рибаре (Општина Јагодина). Учитељи су одговарали на шест питања. Утврдили смо да нема значајне разлике у мишљењу учитеља ни у односу на средину у којој раде ни у односу на њихово радно искуство. Анализом одговора дошли смо до следећих података:

- Већина учитеља (79,2%) препознаје повезаност стандарда постигнућа и диференцирања садржаја у почетној настави математике.

  Према мишљењу учитеља сви нивои знања се могу подстицати диференцираном наставом. Ипак, као најпогоднији ниво знања који се може подстицати диференцираном наставом учитељи издвајају *ниво примене знања* (скална вредност 2,30 – ранг један). Затим, следе *стваралаштво и креативност* (скална вредност 2,63 – ранг два), *разумевање* (скална вредност 2,70 – ранг три), *репродукција* (скална вердност 6,68 – ранг четири) и *препознавање* (скална вредност 3,70 – ранг пет).

- Највећи проценат учитеља из узорка (81,1%) има позитивно мишљење о утицају диференцирања садржаја на постигнућа ученика и трајност знања у почетној настави математике, да *углавном утиче* изјаснило се 54,7% њих, а 26,4% учитеља сматра да *утиче у великој мери.*

Наша претпоставка да *анкетирани учитељи имају позитивно мишљење о примени диференциране наставе и образовних стандарда* је потврђена.

- Мада учитељи примењују диференцирану наставу у свим етапама наставног часа, ипак је евидентно да највећи проценат учитеља (74,5%) то чини најчешће у главном делу часа. У знатно мањем проценту учитељи примењују диференцирану наставу у завршном делу часа (15,1%), односно у уводном делу часа (10,4%).
- Највећи број анкетираних учитеља 56,6% наводи да најчешће користи диференцирану наставу на часовима *утврђивања*. Затим следе часови *провере* (31,2%) и часови *обраде* (11,3%)
- Када је реч о коришћењу наставних листова на три нивоа сложености за самостално учење, највећи проценат учитеља 40,6% изјаснио се да их *ретко* користи у почетној настави математике. Затим, 34,9% учитеља користи их *понекад*, а најмање њих 24,5% користи их *често.*

Претпоставка да анкетирани учитељи *примењују диференцирану наставу на свим типовима часовима и у свим етапама часа, али не користе често наставне листове на три нивоа сложености за самосталан рад* показала се тачном.

*****

Сматрамо да се главни значај нашег истраживања може сагледати у резултатима који су добијени проучавањем ефеката примене диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима на постигнућа ученика у области геометрије и разломака.

Мишљења смо да ће наш рад покренути друге истраживаче да одговоре на важна питања као што су: ефекти диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима у области аритметичких и алгебарских садржаја, обраде података, утицај диференцираних упутстава и различитих врста диференцирне помоћи на постигнућа ученика у почетној настави математике, утицај диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима на постигнућа ученика потенцијално даровитих за математику. Пошто су осим ученика главни актери наставног процеса и учитељи, онда би у наредним истраживањима требало испитати мишљење учитеља о ефикасности диференциране наставе организоване у складу са образовним стандардима у области аритметичких и алгебарских садржаја, о утицају диференцираних упутстава и диференциране помоћи на постигнућа ученика.

ЛИТЕРАТУРА

Andrić, V., Ćirović, V. (2013). Neke mogućnosti individualizacije u nastavi matematike, *Metodika nastave matematike u osnovnoj i srednjoj skoli* (strucno metodicki skup), Pula.

Антић,М., Ђокић, О. (2018). Развијеност компоненти појма мерење дужине код ученика првог разреда основне школе, *Иновације у настави, XXXI, 2018/1*, Београд. Учитељски факултет. стр. 58–74

Amadio, R. (2014). *Differentiated Instruction in Secondary Mathematics,* Wisconsin, A Thesis Submitted to the Graduate Faculty.

Баковљев, М. (1984): Дидактика, Београд, Научна књига.

Backe-Neuwald, D. (2000). *Bedeutsame Geometrie in der Grundschule – aus sicht der Lehrerinnen und Lehrer, des Faches, des Bildungauftrages und des Kindes*. Doktorska disertacija. Paderborn: University of Paderborn, Njemačka.

Bennett, N., Cass, A. (1988). The effects of group composition on group interactive processes and pupil understanding, *British Educational Research Journal*, 15,19–32.

Бауцал, А. (2013). Стандарди образовних постигнућа у Србији: искуства из прве деценије. *Иновације у настави, XXVI (3)*, стр. 7-23.

Благданић, С. (2009). Квалитет низа задатака објективног типа у настави природе и друштва, *Иновације у настави*. XXI/3, Београд: Учитељски факултет, 40–50.

Bender, W. N. (2008). *Differentiating instruction for students with learning disabilities: Best teaching practices for general and special educators*. Corwin Press.

Блум, Б. (1981). *Таксономија или класификација образовних и одгојних циљева*, Књига I – Когнитивно подручје. Београд: Републички завод за унапређивање васпитања и образовања.

Bulut,M., Akçakın, H. Ü., Kaja, G., Akçakın, V. (2016). T*he Effects of GeoGebra on Third Grade Primary Students' Academic Achievement in Fractions*, Mathematics Education, 11(2), 347–355.

Bojović, I. (2017). *Podsticanje motivacije učenika za učenje u nastavnom procesu*. Универзитет у Београду.

Брковић, А. (1995). *Психолошки речник*, Чачак, Технички факултет.

Burket, J.A. (1994). *Teacher perception on differentiated instruction and its influence on instructional practice*, University of Central Oklahoma Edmond, Oklahoma

Burke, K., & Burke-Samide, B. (2004). Required changes in the classroom environment: It's a matter of design. *The Clearing House*, *77*(6), 236-239.

Вилотијевић, М. (1999). *Дидактика 1 – предмет дидактике*, Научна књига, Београд, Учитељски факултет, Београд.

Вилотијевић, М., Вилотијевић, Н. (2014):Вредновање квалитета рада и процеса учења. *Иновације у настави*, XXVII, 2014/4, Београд, Учитељски факултет, стр. 21–30.

Вуловић, Н., & Егерић, М. (2010). Диференцирана настава у свакодневној наставној н пракси. *Узданица, 7 (2)*, 119-137.

Вуловић, Н. (2011). Диференцијација геометријских садржаја и активно учење у почетној настави математике, *Настава и васпитање* број 3. стр. 345-544, Београд

George, D. (2003). *Obrazovanje darovitih: kako identifikovati i obrazovati darovite i talentirane učenike*, Zagreb: Eduka.

Goddard, Y. L., Neumerski, C. M., Goddard, R. D., Salloum, S. J., & Berebitsky, D. (2010). A Multilevel Exploratory Study of the Relationship Between Teachers' Perceptions of Principals' Instructional Support and Group Norms for Instruction in Elementary Schools. *The Elementary School Journal, 111*(2), pp. 336-357

Gretchen, K. (2013). *Differentiated instruction in the classroom* (Order No. 3568331). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global.

Гусев, В. А. (2003). *Психолого-педагогические основы обучения математике* Вербум-М, Москва.

Дејић, М., Егерић, М. (2003). *Методика наставе математике*. Јагодина: Учитељски факултет.

Дејић, М., Егерић, М. (2007). *Методика наставе математике*. Јагодина: Учитељски факултет.

Дејић, М., Милинковић, Ј.(2012). Образовни стандарди-основа диференцитране наставе математике, *Иновације у настави* бр. 2(2012)97-104, Учитељски факултет, Београд.

Дејић, М., Егерић, М., Михајловић, А. (2015). *Методика математике у разредној настави*. Јагодина: Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу.

Дејић М., Миленковић, В. (2016). Стандарди постигнућа ученика у функцији ефикасне диференциране наставе математике, *Иновације у настави*, XXIX, бр. 2016/2, Учитељски факултет, Београд, стр.15−24.

Ђелић, Ј. (2014). Ставови учитеља о стандардима постигнућа из математике за крај првог циклуса. *Иновације у настави, XXVII*, бр. 2014/2, Учитељски факултет, Београд, стр. 56–70.

Ђерић, И. и сар. (2021). *TIMSS 2019 U SRBIJI*, Београд, Институт за педагошка истраживања.

Ђорђевић, Ј. (1981). *Савремена настава – организација и облици*, Научна књига, Београд.

Ђорђевић, Ј. (1997). *Настава и учење у савременој школи,* Учитељски факултет, Београд. Диференцијација и типологија уџбеника, Вредности савременог уџбеника I, Учитељски факултет у Ужицу, Ужице, 1997.

Ђорђевић, Ј., Потконјак, Н. (1985). *Педагогија*, Београд, Научна књига

Ђорђевић, Ј., Домановић, Р. (2018). Важност улоге учитеља у савременом друштву: учитељ – организатор наставе матерњег језика и књижевности, *Место и улога учитеља у савременом друштву, тематски зборник*, Врање, Педагошки факултет у Врању

Ђурић, Ђ. (1997). Индивидуалне разлике међу ученицима – основа за диференцијацију наставе, *Особине ученика и модели диференциране наставе – чиниоци ефикасности основног образовања*, бр.1, Учитељски факултет у Сомбору, стр. 37- 44.

Ђурић, Ђ. (1998). Модели диференциране наставе, *Особине ученика и модели диференциране наставе – чиниоци ефикасности основног образовања, бр. 2*, Учитељски факултет у Сомбору, стр13-30.

Ђурић, Ђ. (1999). Истраживање особина ученика и модела диференциране наставе као чинилаца унапређивања основног образовања, *Особине ученика и модели диференциране наставе – чиниоци ефикасности основног образовања, бр. 3*, Учитељски факултет у Сомбору, стр.17-36.

Education, O. (2014). Achieving excellence: A renewed vision for education in Ontario.

Егерић, М. (2004). *Садржајна диференцијација у настави математике*. Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.

Егерић, М. (2008). Фактори који утичу на квалитет наставе, а контролишу их учитељи, *Методички аспекти наставе математике,* Педагошки факултет Јагодина, стр. 9-16.
Егерић,М., Ђурић,М. (2012). *Стилови учења у почетној настави математике,* Методички аспекти наставе математике II, Јагодина. Факултет педагошких наука, 87-98.
*** Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања. WWW.ceo.edu.rs (преузето 15.06.2015.)
*** (2003) Zakon o osnovama sistema obrazovanja i vaspitanja. *Službeni glasnik RS,* br. 62, 64.
Zech, F. (1999). *Grundkurs Mathematikdidaktik – Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik*, Weinheim und Basel: Beltz Verlag.
Ibro, V., & Gajtanović, Z. (2017). Mathematical task as a basic content of the home mathematics. *Zbornik radova Učiteljskog fakulteta Prizren-Leposavić,* (11), 135-143.
Inspectie van het Onderwijs (2013). *De Staat van het Onderwijs*. Onderwijsverslag 2011/2012. Utrecht: Inspectie van het Onderwijs.
Илић, П., Гајић, О., Маљковић, М. (2008). *Криза читања, Комплексан педагошки, културолошки и општедруштвени проблем*, Нови Сад: Градска библиотека, Београд: Нова Школа
Ivanek, P. (2016). *Stručno usavršavanje nastavnika i obrazovno-vaspitna postignuća učenika srednje škole,* Doktorska disertacija, Banja Luka, Filoyofski fakultet.
Јоксимовић, А., (2014). Новија схватања појма диференцирана настава, *Педагогија – часопис форума педагога,* Београд, 159-168.
Јукић, С. (1998). *Дидактика*, Јагодина: Учитељски факултет.
Kanevsky, L. (2011). Deferential Differentiation: What Types of Differentiation Do Students Want? *Gifted Child Quarterly, 55*(4), 279–299. https://doi.org/10.1177/0016986211422098
Лазаревић, В. (2005). Индивидуализована настава, *Образовна технологија бр.2/2005,* стр.47-60, Учитељски факултет у Београд
Лазић, Б., Маричић, С., & Милинковић, Ј. (2015). Пропедевтичко учење разломака засновано на интеграцији садржаја у почетној настави математике, *Настава и васпитање*, 679-695.
Лалић-Вучетић, Н., Шевкушић, С., Мирков, С. (2021). Мотивациони профили ученика у математици, *TIMSS 2019 у Србији* , Институт за педагошка истраживања, Београд.
Landrum, T.J. & McDuffie, K.A. (2010). Learning Styles in the Age of Differentiated Instruction, *Exceptionality: A Special Education Journal, 18*(1), 6-17, doi: 10.1080/09362830903462441
Левков,Љ., Картал, В. (2010). Образовни стандарди за крај првог циклуса, *Учитељ-часопис Савеза Учитеља Републике Србије* бр.78, Београд,стр.28-32.
Малиновић, Т., Малиновић-Јовановић, Н. (2002). *Методика наставе математике.* Учитењски факултет, Врање.
Мандић, П., Пејић, М. (1984). *Примена савремених компјутера у педагошком раду, Иновације у настави, бр.3, Београд, стр.165-170.*
Маричић,С., Милинковић, Н. (2015). Диференцирана настава и ученици потенцијално даровити за математику, *Методички аспекти наставе математике, бр.3,* Јагодина, стр.61-74.
Маричић,С., Шпијуновић, К. (2015). Образовни стандарди у планирању и припремању почетне наставе математике из угла учитеља, *Методички аспекти наставе математике, бр.3,* Јагодина, стр.131-142.

Маричић, С. (2012). Образовни стандарди и унапређивање почетне наставе математике, у: С. Маринковић (ур.). *Настава и учење: циљеви, стандарди, исходи*, Ужице : Учитељски факултет, стр. 535–548.
Маричић, С., Шпијуновић, К. (2013). Ставови учитеља о функцији и значају образовних стандарда у подизању квалитета почетне наставе математике. у Р. Николић (ур). *Настава и учење - квалитет васпитно - образовног процеса.* (445-454). Ужице: Учитељски факултет.
Маричић, С., Шпијуновић, К. (2014). Ставови учитеља о улози образовних стандарда у унапређивању почетне наставе математике. *Иновације у настави,* XXVII (1), 21-30.
Markovac, J. (1966). *Nastava i individualne razlike učenika*. Zagreb: Školska knjiga
Markovac, J. (1970). *Nastava i individualne razlike učenika*. Zagreb: Školska knjiga
Марковић, Ж. (2006). Индивидуализација наставе применом задатака на три и више нивоа сложености, *Образовна технологија1/2006,* Београд, Учитељски факултет.
Миленковић, В. (2022). Диференцирана почетна настава математике организована у складу са образовним стандардима у области разломака, *УЗДАНИЦА*; 2022, XIX/1; стр. 331–344,
Миликић, М.П., Вуловић, Н. Р., Михајловић, А. М. (2020). Геометријска интерпретациаја разломака применом образовног софтвера Гео Гебра. *УЗДАНИЦА*; 2020, XVII/1; стр. 307–317.
Milinković, J., Marušić Jablanović, M., Dabić Boričić, M. (2017). Postignuće učenika iz matematike: glavni nalazi, trendovi i nastavni program. U M. Marušić Jablanović, N. Gutvajn & I. Jakšić (ur.), *TIMSS 2015 u Srbiji* (str. 27–50). Beograd: Institut za pedagoška istraživanja.
Миловановић, Ј. (2008). Математички задаци с обележјем стандарда као компонента ефикасне наставе математике*, Педагошка стварност,* 3-4, Нови Сад, стр. 278–292.
Миловановић, Ј. Б. (2008а). *Математички задаци с обележјем стандарда као модели индивидуализоване и диференциране наставе математике*, Настава и васпитање, 57(4), 469-482, Београд.
Михајловић, А. (2012). *Развијање креативности у почетној настави математике методом отвореног приступа*. Докторска дисертација. Јагодина: Педагошки факултет.
Мрђа., М. (2013). *Интерактивна настава математике у млађим разредима основне школе.* Докторска дисертација. Београд: Учитељски факултет.
Mulder, Q. (2014). The effects of differentiated instruction on students' mathematics achievement in primary school classrooms. Published Master Thesis. University of Twente. Retrieved from essay.utwente.nl on 3/4/2018
*** (1996) *Наставни програм математике за основну школу у Републици Србији*. Београд: Архимедес.
*** (2005) *Nastavni plan i program za osnovnu školu*. Beograd: Službeni glasnik.
*** NCTM – National Council of Teachers of Mathematics. 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA.: NCTM.
*** Општи стандарди постигнућа – образовни стандарди за крај првог циклуса обавезног образовања – математика (2011), Београд: Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања
Ojonugwa, D. S., Igbo, J. N., Apeh, H. A., & Ndukwu, E. C. (2020). Efficacy of Differentiated Instruction and Conventional Methods on Low Achievers' Interest in Learning and Gender. *ABC Research Alert, 8*(3), 115-128.

Parsons, S. A., Dodman, S. L., & Burrowbridge, S. C. (2013). *Broadening the view of differentiated instruction.* Phi Delta Kappan, 95(1), 38-42.

Palekčić, M. (2007): Od kurikuluma do obrazovnih standarda, u Previšić, V. (ur.). Kurikulum: teorija - metodologija - sadržaj - struktura (39-115). Zagreb: Zavod za pedagogiju , Školska knjiga.

Педагошки речник (1967). Београд: Завод за издавање уџбеника СР Србије

Пејић, А., & Тодоровић, О. (2007). Национално тестирање ученика четвртог разреда приручник за наставнике [National testing of students of the fourth primary grade, handbook for teachers]. *Београд: Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања. Преузето са http://www. ceo. edu. rs.*

Петровић, Н. (1997). Модели диференциране наставе математике и успех ученика, *Особине ученика и модели диференциране наставе – чиниои ефикасности основног образовања, бр.1,* Учитељски факултет у Сомбору, стр.109-120.

Петровић, Н. (1998). Модели диференциране наставе математике, *Особине ученика и модели диференциране наставе – чиниоци ефикасности основног образовања, бр.2,* Учитељски факултет у Сомбору, стр.109-120.

Петровић, Н. (1999). Модели диференциране наставе математике и успех ученика, *Особине ученика и модели диференциране наставе – чиниои ефикасности основног образовања, бр.3,* Учитељски факултет у Сомбору, стр.83-100.

Петровић, Н., Мрђа, М. (2001). *Диференцирано поучавање ученика у решавању математичких проблема.* Сомбор: Учитељски факултет.

Petrović, N., Mrđa, M., Lazić, B. (2010). Models of differentiated interactive classroom teaching of mathematics. *Norma*, *15*(2), 211-228.

Петровић, Н., Мрђа, М., Лазић, Б. (2012). Савремено основно математичко образовање и методика наставе, *Норма*, XVII, 2/2012, стр.155-170.

Пикула, М., Милинковић, Д. (2015). *Методика почетне наставе математике*. Пале: Филозофски факултет.

Пинтер, Ј. и сар. (1996). *Општа методика наставе математике.* Сомбор: Учитељски факултет.

Пинтер, Ј. (1997). Теоријске основе управљања диференцираном наставом математике, *Особине ученика и модели диференциране наставе – чиниоци ефикасности основног образовања, бр.1,* зборник радова, Учитељски факултет у Сомбору, стр. 121-130.

Пинтер, Ј. (1998). Модели управљања диференцираном и индивидуализованом наставом Математике, *Особине ученика и модели диференциране наставе – чиниоци ефикасности основног образовања* 2, зборник радова, Учитељски факултет у Сомбору, 121-136.

Пинтер, Ј. (1999). Управљање диференцираном наставом Математике, *Особине ученика и модели диференциране наставе – чиниоци ефикасности основног образовања* 3, зборник радова, Учитељски факултет у Сомбору, 101-112.

Поткоњак, Н., Шимлеша, П. (1989). *Педагошка енциклопедија*. Београд: ЗУНС.

Поткоњак; Н., Пијановић, П. (1996). *Педагошки лексикон.* Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.

*** Правилник о наставном плану и програму за први, други, трећи и четврти разред основног образовања и васпитања и наставном програму за трећи разред основног образовања и васпитања, Службени гласник РС, бр. 62/03, 64/03, 58/04 и 62/04.

*** Правилник о образовним стандардима за крај првог циклуса обавезног образовања за предмете српски језик, математика и природа и друштво, *„Службеном гласник у РС - Просветни гласник", бр. 5/2011 од 7.6.2011. године.*

*** Правилник о програму наставе и учења за четврти разред основног образовања и васпитања: 11/2019-1, 6/2020-20, 7/2021-671
Prast, E., Van de Weijer-Bergsma, E., Kroesbergen., E., E.H. Van Luit, J. (2015). Readiness-based differentiation in primary school mathematics: Expert recommendations and teacher self-assessment, *Frontline Learning Research* Vol.3 No. 2 (2015) 90-116. The Netherlands
*** (2006) Pravilnik o nastavnom programu za četvrti razred osnovnog obrazovanja i vaspitanja. *Službeni glasnik - Prosvetni glasnik*, br. 3 i 15.
Рацков, Г. (2011). Рачунар у функцији ефикаснијег организовања диференциране наставе. Технологија, Информатика, *Образовање за друштво учења и знања, ТИО* 6, Чачак.
Rasheed, F., Wahid, A. (2018). The theoty of differentiated instruction and its applicability: an e-learning perspektive, *VSRD International Journal of Technical & Non-Technical Research, VSRDIJTNTR, str. 193–202.*
Roders, P. (2003). *Interaktivna nastava*, Beograd: Institut za pedagogiju i andragogiju Filozofskog fakulteta.
Рот, Н., Радоњић, С. (1995). *Психологија за други разред гимназије.* Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.
Roy, A., Guay, F. & Valois, P. (2013). Teaching to address diverse learning needs: development and validation of a Differentiated Instruction Scale, *International Journal of Inclusive Education*, 45 *17*(11), 1186-1204, doi: 10.1080/13603116.2012.743604
Small, M., Lin, A. (2010). *More Good Questions: Great Ways to Differentiate Secondary Mathematics Instruction,* Teachers College Press *
***Srbija. (2019). *Službeni glasnik Republike Srbije: Prosvetni glasnik*.
Stager, A. (2007). Differentiated instruction in mathematics. Unpublished M.A. dissertation. Caldwell College. Retrieved from https://www.proquest.com/openview/df0e5bb500ff1f44c7ae659e7f8be8a9/1?pq-origsite=gscholar&cbl=18750
Станкић, М. (2016). Примена корелацијско-интеграцијског система у средњошколској настави српског језика и књижевности (у функцији побољшања постигнућа ученика на крају школске године), *Дипломски рад,* Нови Сад: Филозофски факултет
Stanković-Janković, T. (2017). *Pogled na dijete: kroz metodiku vaspitno-obrazovnog rada.* Banja Luka: Univerzitet u Banjoj Luci, Filozofski fakultet.
Станојевић, Д. и сар. (2010). *Образовни стандарди за крај обавезног образовања за наставни предмет Математика*. Београд: Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања : Министарство просвете Републике Србије.
Стевнановић,М. (1982). Иновације у наставној пракси. Београд: просветни преглед.
Stevanović, M. (1997). *Odgoj u obitelji i školi*, Pula: "Mara".
Stevanović, M., Muradbegović, A. (1990). *Didaktičke inovacije u teoriji i praksi*, Dnevnik, Novi Sad
Степановић, М., Обрадовић, С. (2010). Да код учитеља свако учи радосно и лако, *Учитељ-часопис Савеза Учитеља Републике Србије* бр.78, Београд,стр.33-36.
Стојановић, С., Малиновић-Јовановић, Т. (2014). Компетенције наставника за примену образовних стандарда, *Настава и учење,* Ужице: Учитељски факултет.
Стојаковић (1998). Петар Стојаковић, Блумова таксономија васпитних циљева у когнитивном подручју и њен значај за ефикаснију индивидуализацију учења и наставе, *Педагогија*, 31, 4, Београд, 1–15.
Scherer, P., Krauthausen, G. (2010). Natural differentiation in mathematics–the NaDiMa project. *Panama-Post*, *29*(3), 14-26.

Scherer, P. (2013). Natural differentiation in the teaching of mathematics to children who start school, *South African Journal of Childhood Education* бр. 100-116, University of Johannesburg
Tieso, C. L. (2003). Ability grouping is not just tracking anymore. Roeper *Review*, *26*(1), 29–36. doi: 10.1080/02783190309554236
Tobin, R. & Tippett, C. D. (2013). Possibilities and Potential Barriers: Learning to Plan for Differentiated Instruction in Elementary Science. *International Joutnal of Science and Mathmetics Education*.
Tomlinson, C. A. (1999). *The differentiated classroom: Responding to the needs of all learners.* Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
Tomlinson, C. A. (2001). Differentiated instruction in the regular classroom: What does it mean? How does it look? Understanding Our Gifted, 14(1), 3-6.
Tomlinson, C. A. (2001a). How to differentiate instruction in mixed/ability classrooms, Association for Supervision and Curriculum Development, Alexandria, Virginia USA
Tomlinson, C. A., & Edison, C. C. (2003). *Differentiation in practice: A resource guide for differentiating curriculum grades K-5.* Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
Tomlinson, C. A., & McTighe, J. (2006). *Integrating differentiated instruction and understanding by design.* Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
Tomlinson, C. (2015). *Teaching for excellence in academically diverse classrooms*. Society 52, 203–209. doi: 10.1007/s12115-015-9888-0
Thurlings, M., Koopman, M., Brok, P., Pepin, B. (2019). Portraying primary fraction teaching: Avariety of mathematical richness, pedagogic strategies, and use of curriculum materials, *International Journal of Education in Mathematics*, Science and Technology (IJEMST), 7(2), 170–185. DOI:10.18404/ijemst.552452
Ursachi, G., Horodnic, I. A., & Zait, A. (2015). How reliable are measurement scales? External factors with indirect influence on reliability estimators. *Procedia Economics and Finance*, *20*, 679-686.
Herendiné-Kónya, E. (2015). The level of understanding geometric measurement. In *CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 536-542).
Hidayati, F.H. (2020). Differentiated instruction in the mathematics classroom: Teachers' teaching experience in a teacher professional development. *International Journal on Teaching and Learning Mathematics 2020*, Vol. 3, No. 1, pp. 37-45
Houtveen, T. & Van de Grift. W. (2001). Inclusion and Adaptive Instruction in Elementary Education, *Journal of Education for Students Placed at Risk (JESPAR)*, *6*(4), 389-409, doi: 10.1207/S15327671ESPR0604_5
Chapman, C., & King, R. (2005). *Differentiated assessment strategies.* Thousand Oaks, CA: Corwin Press.
Cannon, M. (2017). *Differentiated Mathematics Instruction: An Action Research Study* (Doctoral dissertation). **University of South Carolina** Retrieved from http://scholarcommons.sc.edu/etd/4222
Canque, M., Trinidad,G., Cortes, M. (2021). Tiered activities, ifferentiated teaching through a series of activities in teaching geometry Диференцирана настава кроз низ активности у настави геометрије
Clements, D. C., & Battista, M. (1986). Geometry and geometric measurement. *The Arithmetic Teacher*, *33*(6), 29-32.

Clements, D. H. & Battista, M. T. (2001). Legth, Perimeter, Area, and Volume. In I. S. Grinstin & S. I. Lipsez (Eds.), Encyclopedia of Mathematics Education (pp. 406–410). New York, NY: Routledge Falmer.

Corn, P. (2016). Cuisenaireovi štapići, *Osječki matematički list 16*,стр. 67-82, Osijek, Fakultet za odgojne i obrazovne znanosti.

Čarapić, G. U. (2009). Obrazovni standardi za kraj obaveznog obrazovanja. *Beograd: Ministarstvo prosvete i sporta Republike Srbije-Zavod za vrednovanje kvaliteta obrazovanja i vaspitanja*.

Чернош, Б., Шева, Н. (2021). Разломци и децимални запис у истраживању TIMSS 2019: постигнуће ученика четвртог разреда из Србије. *TIMSS2019: резултати и импликације*, 48-49.

Džumhur, Ž., Ševa, N., & Rožman, M. (2022). Early Literacy and Numeracy Competencies: Predictors of Mathematics Achievement in the Dinaric Region. In *Dinaric Perspectives on TIMSS 2019* (pp. 101-122). Springer, Cham.

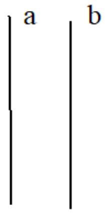
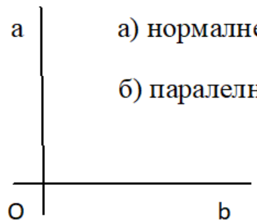
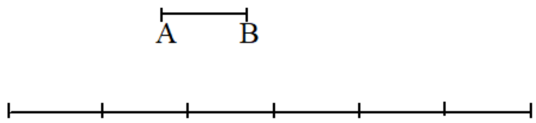
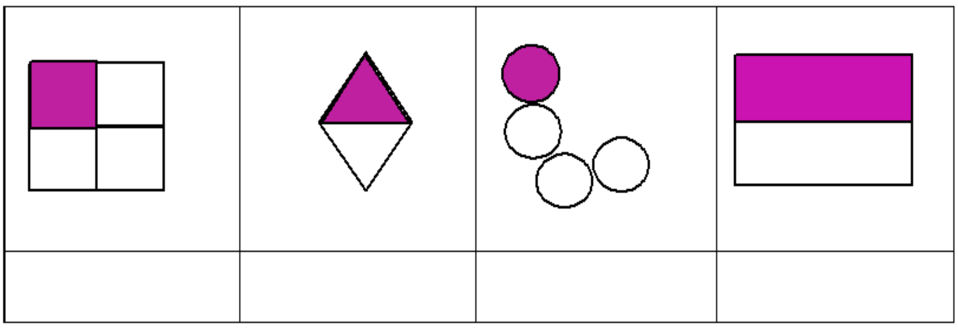
Шпијуновић, К., Маричић, С. (2016): *Методика почетне наставе математике.* Ужице: Учитељски факултет

Wittmann, E. C. (2021). Developing mathematics education in a systemic process. In *Connecting Mathematics and Mathematics Education* (pp. 191-208). Springer, Cham.

П Р И Л О З И

Прилог 1. Иницијални тест из математике
Разред: четврти
Наставне теме: Геометрија, Разломци

Име и презиме: ____
Основна школа: ____
Одељење: ____

бр.	ЗАДАЦИ	ПОЕНИ
1.	У каквом међусобном положају се налазе нацртане праве? 1)  а) нормалне су б) паралелне су 2)  а) нормалне су б) паралелне су	
2.	Наброји јединице мере за дужину. ____	
3.	Препознај и заокружи тачну дужину дате дужи, ако је мерна јединица дуж AB.  а) 7 · AB б) 6 · AB в) 8 · AB г) 5 · AB	
4.	Обојени део фигуре представи разломком. 	

5\. Повежи различитим бојама звездице на левој и десној страни тако да добијеш тачне одговоре.

$\frac{1}{2}$ од броја 500	*	*	30
$\frac{1}{4}$ од броја 120	*	*	32
десетина броја 320	*	*	25
половина броја 50	*	*	250

6\. Испод дате тачке A нацртај дуж BC, затим нацртај праву m која пролази кроз тачку A и нормална је на дуж BC и праву n која пролази кроз тачку A и паралелна је са дужи BC.

A

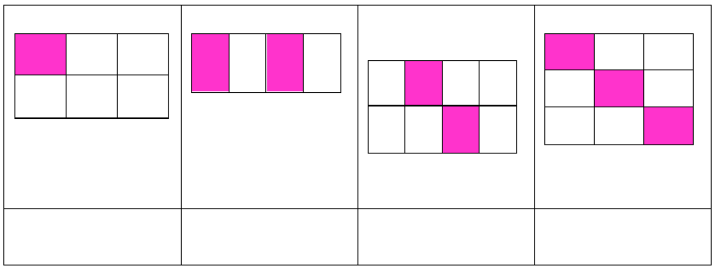
7\. Изрази:

1km = ________ m   4dm = ___________ cm

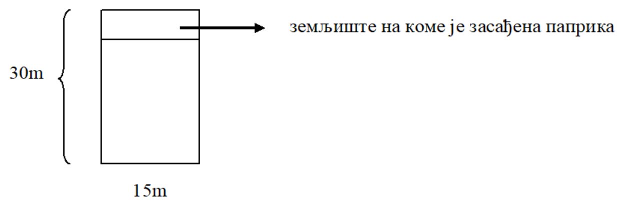
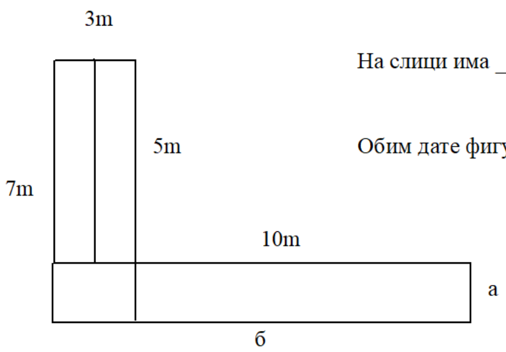
560mm = __________ cm   9cm = ____________ mm

8\. Колики је обим квадрата чија је дужина 2dm 4cm?

9\. Обојени део фигуре представи разломком.

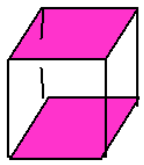
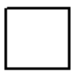
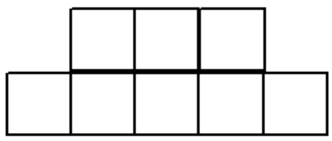
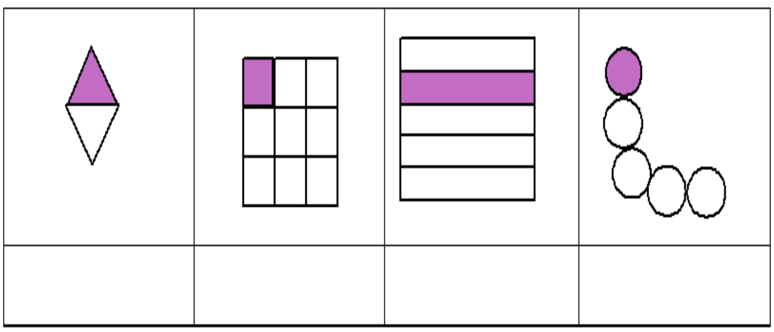


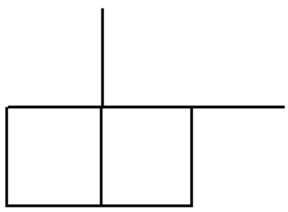
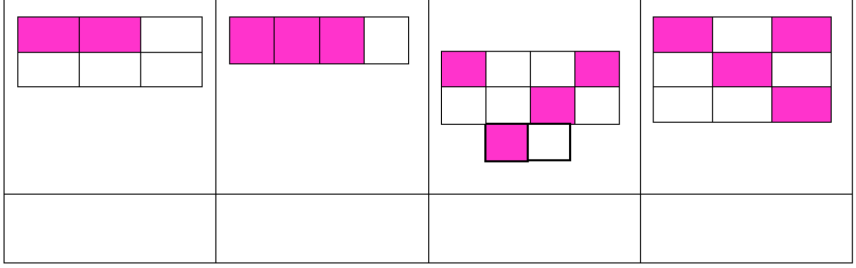
10\. Шта је веће $\frac{1}{4}$ броја 148 или $\frac{1}{2}$ броја 148? Израчунај, а затим упореди бројеве.

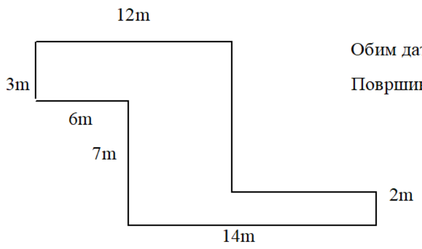
11.	На правоугаоној парцели дужине 30 m и ширине 15 m засађени су паприка и парадајз. Обим земљишта на коме је засађена паприка је 40 m, а на остатку парцеле је засађен парадајз. Израчунај обим парцеле на којој је засађен парадајз.  Обим парцеле на којој је засађен парадајз је ____________m.	
12.	Преброји колико правоугаоника видиш на слици, а затим израчунај обим дате фигуре. (Слика није у природној величини)  На слици има _________ правоугаоника. Обим дате фигуре је ___________	
13.	На Веколининoм рођендану деца су појела половину торте, рођаци четвртину, а комшије осмину. Који део торте је преостао? Решење представи цртежом. Преостао је _____________ део торте.	
14.	Обим баште облика правоугаоника и обим школског парка облика квадрата једнаки су и износе 48m. Дужина баште је краћа од дужине парка за 8 m Израчунај ширину баште. Ширина баште је _____________________	
15.	Влада чита књигу која има 232 стране. У првој недељи је прочитао $\frac{1}{4}$ укупног броја страна, а у другој недељи 37 страна. Колико још страна треба да прочита како би прочитао половину књиге? Потребно је да прочита још ___________ страна како би прочитао половину књиге.	

Прилог 2. Финални тест из математике
Разред: четврти
Наставне теме: Геометрија, Разломци

Име и презиме: ____
Основна школа: ____
Одељење: ____

бр.	**ЗАДАЦИ**	**ПОЕНИ**
1.	У каквом су положају обојене стране коцке и квадра? 1)  а) суседне су б) паралелне су 2)  а) суседне су б) паралелне су	
2.	Наброји јединице мере за дужину од најмање до највеће. ____	
3.	Ако је јединица мере квадрат А, одреди мерни број дате фигуре. Заокружи тачан одговор.  А  а) 2 б) 5 в) 8 г) 9	
4.	Обојени део фигуре представи разломком. 	

5.	Повежи различитим бојама звездице на левој и десној страни тако да добијеш тачне одговоре. $\frac{1}{2}$ броја 320 * * 60 $\frac{1}{4}$ броја 240 * * 12 $\frac{1}{10}$ броја 120 * * 80 $\frac{1}{2}$ броја 160 * * 160	
6.	Доврши започето цртање мреже коцке, а затим израчунај површину те коцке. 	
7.	Изрази: $1m^2$ = ____________ dm^2 $3m^2\ 5dm^2$ = ________________ cm^2 56 000 mm^2 = _____________ cm^2 90 000cm^2 = _________________ m^2	
8.	Колика је површина квадрата чија страница има дужину 15cm?	
9.	Обојени део фигуре представи разломком. 	

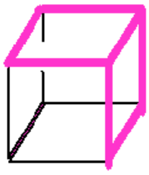
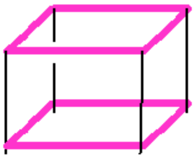
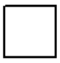
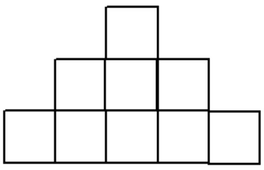
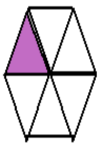
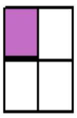
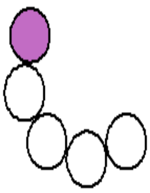
10.	Шта је веће $\frac{1}{5}$ броја 280 или $\frac{1}{7}$ броја 280? Израчунај, а затим упореди бројеве.	
11.	На парцели површине 18а засађен је кромпир и лук. Кромпир је засађен на 5 пута већој површини него лук. Израчунај колико метара квадратних је засађено кромпиром, а колико луком. Кромпиром је засађено __________ m^2. Луком је засађено ___________ m^2.	
12.	Израчунај обим и површину парка у школском дворишту који има облика дате фигуре. (*Слика није у природној величини*)  Обим дате фигуре је _______________ Површина дате фигуре је ____________	
13.	На Веколинином рођендану деца су појела $\frac{3}{8}$ торте, рођаци $\frac{1}{4}$, а комшије $\frac{3}{16}$. Који део торте је преостао? Решење представи цртежом. Преостао је ____________ део торте.	
14.	Површина баште облика правоугаоника једнак је површини парка облика квадрата и износи 1а $44m^2$. Дужина баште је за 3 m краћа од дужине парка. Израчунај ширину баште. Ширина баште је ____________________	
15.	Влада чита књигу која има 270 страна. У првој недељи је прочитао $\frac{2}{9}$ укупног броја страна, а у другој недељи $\frac{1}{7}$ остатка. Колико још страна треба да прочита како би прочитао половину књиге? Потребно је да прочита још __________ страна како би прочитао половину књиге.	

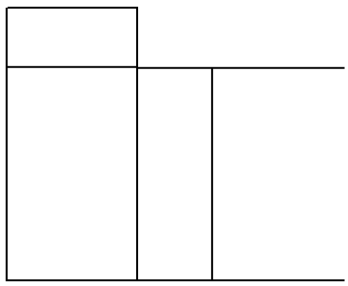
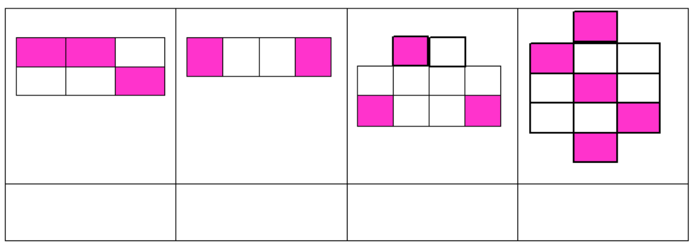
Прилог 3. Други финални тест из математике
Разред: четврти
Наставне теме: Геометрија, Разломци

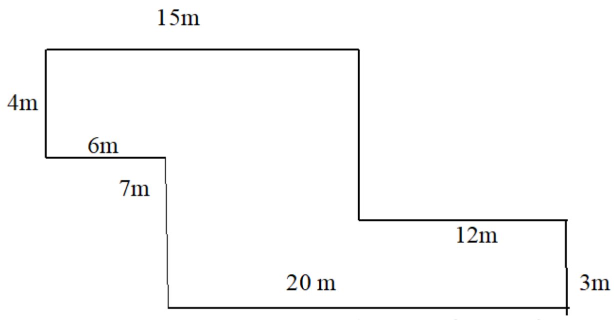
Име и презиме: ____

Основна школа: ____

Одељење: ____

<table>
<tr><th>бр.</th><th>ЗАДАЦИ</th><th>ПОЕНИ</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>У каквом су положају подебљане стране коцке и квадра?
1)  а) суседне су
б) паралелне су
2)  а) суседне су
б) паралелне су</td><td></td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Наброји јединице за мерење дужине од највеће до најмање.
____</td><td></td></tr>
<tr><td>3.</td><td>Ако је јединица мере квадрат А, одреди мерни број дате фигуре. Заокружи тачан одговор.

А

а) 3
б) 8
в) 9
г) 10</td><td></td></tr>
<tr><td>4.</td><td>Обојени део фигуре представи разломком.
<table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table></td><td></td></tr>
</table>

5.	Повежи различитим бојама звездице на левој и десној страни тако да добијеш тачне одговоре. $\frac{1}{2}$ броја 260 * * 30 $\frac{1}{4}$ броја 120 * * 15 $\frac{1}{10}$ броја 150 * * 65 $\frac{1}{2}$ броја 130 * * 130	
6.	Доврши започето цртање мреже квадра, а затим израчунај површину тог квадра. 	
7.	Изрази: $1m^2$ = ____________ cm^2 $2m^2\ 8dm^2$ = ________________ cm^2 34 000 mm^2 = _____________ cm^2 80 000cm^2 = _________________ m^2	
8.	Израчунај површину правоугаоника ако је његова дужина 15cm, а ширина 8 cm.	
9.	Обојени део фигуре представи разломком. 	

10.	Шта је веће $\frac{1}{5}$ броја 320 или $\frac{1}{8}$ броја 320? Израчунај, а затим упореди бројеве.	
11.	На парцели површине 21a засађен је пасуљ и грашак. Пасуљ је засађен на 6 пута већој површини него грашак. Израчунај колико метара квадратних је засађено пасуљом, а колико грашком. Пасуљом је засађено _____________ m^2. Грашком је засађено _____________ m^2	
12.	Израчунај обим и површину парка који има облика дате фигуре. (*Слика није у природној величини*)  Обим дате фигуре је ___________ Површина дате фигуре је ____________	
13.	Тракториста је првог дана поорао $\frac{1}{8}$ њиве, другог дана $\frac{2}{4}$ њиве, а трећег дана $\frac{5}{16}$ њиве. Који део њиве је преостао трактористи за орање? Решење представи цртежом. Преостао је ____________ део њиве.	
14.	Башта облика правоугаоника и парк облика квадрата имају исте обиме и то по 80 m. Дужина правоугаоника је за 5 m дужа од дужине парка. Израчунај површину баште и површину парка. Ширина баште је ___________________	
15.	Ученици су за три дана екскурзије прешли 680 km пута. Првог дана су прешли $\frac{2}{5}$ пута, а другог дана $\frac{3}{8}$ остатка пута. Колико су километара прешли трећег дана? Трећег дана су прешли _________ km.	

Прилог 4. Експериментални програм

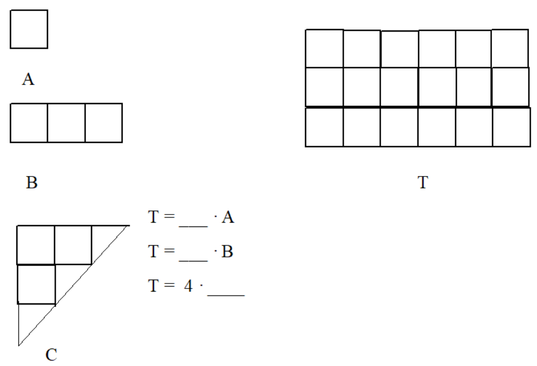
Наставна тема:	Површина
Наставна јединица:	1. Јединице мере за површину
Тип часа:	Диференцирана обрада новог градива
Циљ часа:	Усвајање појма квадратног метра као основне јединице за мерење површине. Стицање знања о јединицама мере за површину мањим од квадратног метра и уочавање односа између њих.
Исходи часа по нивоима:	Ученик ће умети да:
	О: искаже површину геометријске фигуре одређеном мерном јединицом;
	С: прочита и упореди мерне јединице за површину мање од квадратног метра;
	Н: примењује мерење површине у једноставним реалним ситуацијама.

<u>Наставни листић А</u>

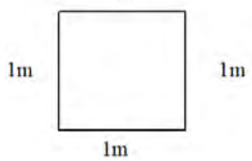
Јединице мере за површину

Пажљиво читај и допиши речи и бројеве који недостају и обоји и доцртај оно што се тражи.

1. Дат правоугаоник Т измери датим јединицама мере A, B, C.



Уочавамо да када исту површину меримо различитом јединицом мере, добијамо различите мерне бројеве. Да би се мерењем површине добили исти мерни бројеви, као јединица мере користи се непромењљива површина јединствена у свету која се назива **квадратни метар (m^2). Квадратни метар је квадрат чије су су странице дужине 1m.**

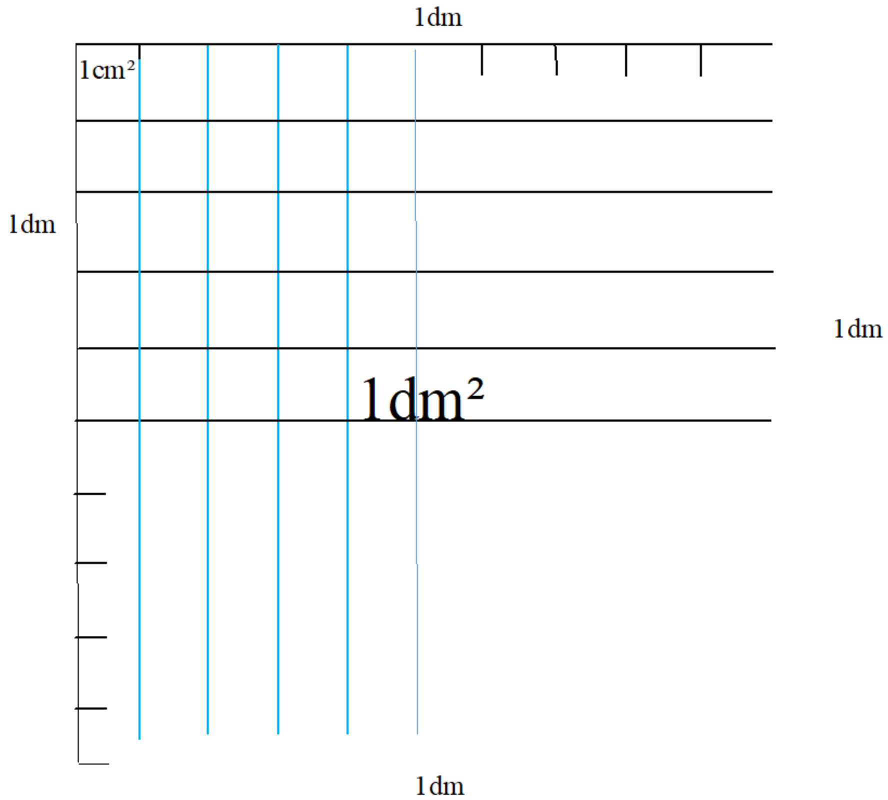


(Слика није у природној величини. Погледај модел квадратног метра у учионици).

2. Покушај да измериш површину свеске, књиге, клупе помоћу модела квадратног метра. Шта уочаваш?

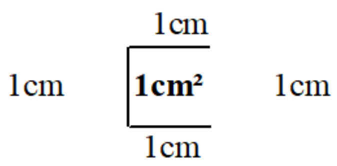
Квадратним метром мери се већа површина, као што је површина подова и зидова просторија, тапета, тепиха,... Као што **мање дужине меримо јединицама мере мањим од метра m**, као што су дециметар dm, центиметар ____ и милиметар ______, тако мање површине меримо јединицама мере мањим од квадратног метра, а то су: квадратни дециметар (dm^2), квадратни центиметар (cm^2), квадратни милиметар (mm^2).

3.Доврши цртање квадрата чија је дужина странице 1dm.



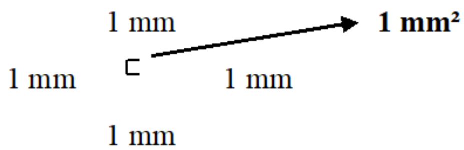
* **Квадратни дециметар (dm^2) је квадрат чије су странице дужине 1dm.**

4.Доврши цртање квадрата чија је дужина странице 1cm.



* **Квадратни центиметар (cm^2) је квадрат чије су странице дужине 1 cm.**

5. Доврши цртање квадрата чија је дужина странице 1 mm.



* **Квадратни милиметар (mm^2) је квадрат чије су странице дужине 1 mm.**

6. Подели квадратни дециметар на квадратне центиметре користећи слику за 3. задатак, као што је и започето. Изброји колико квадратних центиметара има један квадратни дециметар. $1dm^2 = 100cm^2$

Подели квадратни центиметар на квадратне милиметре користећи слику за 3. задатак.. Изброји колико квадратних милиметара има један квадратни центиметар. $1cm^2 = 100mm^2$

<u>Закључујемо:</u>

Однос јединица мере за површину:

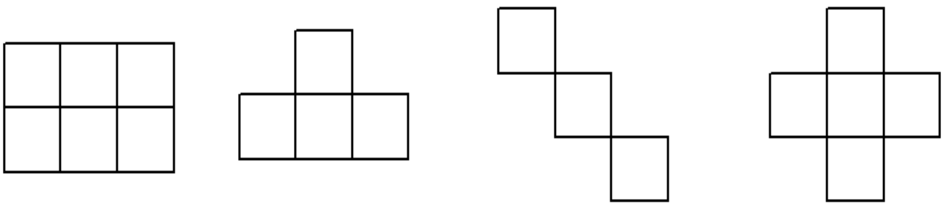
$1\ m^2 = 100\ dm^2$ **$1\ m^2 = 10\ 000\ cm^2$** **$1\ m^2 = 1\ 000\ 000\ mm^2$**

$1\ dm^2 = 100\ cm^2$ **$1\ dm^2 = 10\ 000\ mm^2$**

$1\ cm^2 = 100\ mm^2$

$1\ m^2 = 100\ dm^2 = 10\ 000\ cm^2 = 1\ 000\ 000\ mm^2$

7. Нацртане фигуре издељене су на квадрате чија је површина 1 cm^2. Колика је површина сваке фигуре?



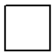
P_1= ___ cm^2 P_2= ___ cm^2 P_3= ___ cm^2 P_4= ___ cm^2

Наставни листић Б

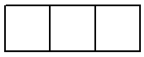
Јединице мере за површину

Пажљиво читај и допиши речи и бројеве који недостају и обоји и доцртај оно што се тражи.

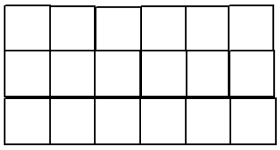
1. Дат правоугаоник Т измери датим јединицама мере А, В, С.



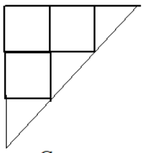
A



B



T



$T = \_\_\_ \cdot A$

$T = \_\_\_ \cdot B$

$T = 4 \cdot \_\_\_\_$

C

Уочавамо да када исту површину меримо различитом јединицом мере, добијамо ________ мерне бројеве. Да би се мерењем површине добили исти мерни бројеви, као јединица мере користи се непромењива површина јединствена у свету која се назива **квадратни метар (m^2)**.

***Квадратни метар је квадрат чије су су странице дужине 1m.**

1m

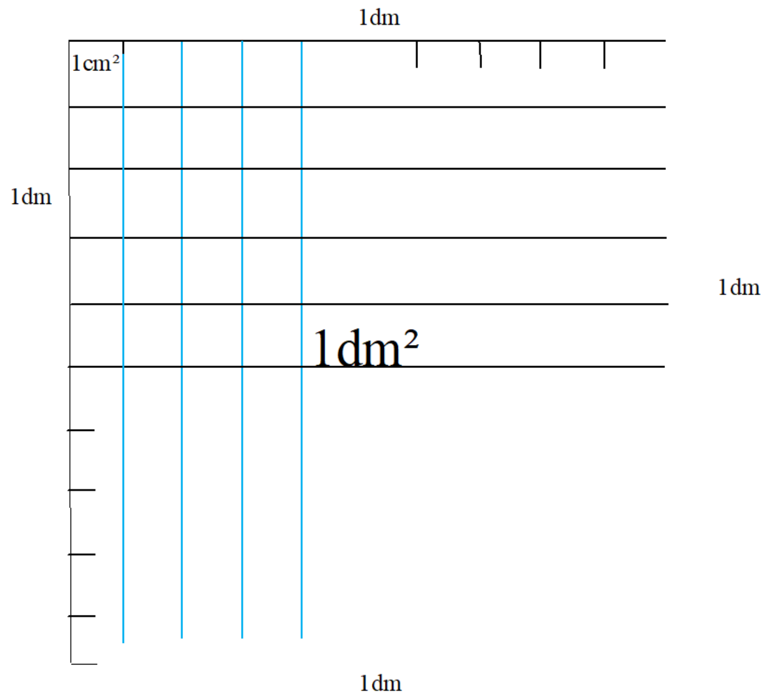
1m  _____ *(Слика није у природној величини. Погледај модел квадратног метра у учионици).*

1m

2. Покушај да измериш површину свеске, књиге, клупе помоћу модела квадратног метра. Шта уочаваш?

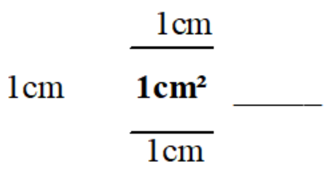
Квадратним метром мери се већа површина, као што је површина подова и зидова просторија, тапета, тепиха,... Као што **мање дужине меримо јединицама мере мањим од метра m**, као што су дециметар dm, центиметар ____ и милиметар _____, тако мање површине меримо јединицама мере _________ од квадратног метра, а то су: квадратни дециметар (dm^2), квадратни центиметар (cm^2), квадратни милиметар (mm^2).

3.Доврши цртање квадрата чија је дужина странице 1dm.



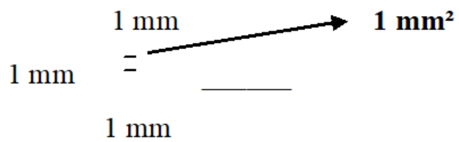
*** Квадратни дециметар (dm^2) је квадрат чије су странице дужине 1dm.**

4.Доврши цртање квадрата чија је дужина странице 1cm. На црту напиши дужину странице квадрата која недостаје.



*** Квадратни центиметар (cm^2) је квадрат чије су странице дужине 1 cm.**

5. Доврши цртање квадрата чија је дужина странице 1 mm. На црту напиши дужину странице квадрата која недостаје.



***Квадратни милиметар (mm^2) је квадрат чије су странице дужине 1 mm.**

6. Подели квадратни дециметар на квадратне центиметре користећи слику за 3. задатак,као што је и започето. Изброји колико квадратних центиметара има један квадратни дециметар. $1dm^2 = 100cm^2$

Подели квадратни центиметар на квадратне милиметре користећи слику за 4. задатак. Изброји колико квадратних милиметара има један квадратни центиметар. $1cm^2 = 100mm^2$

<u>Закључујемо:</u>

Однос јединица мере за површину:

$\mathbf{1\ m^2 = 100\ dm^2}$ $\mathbf{1\ m^2 = 10\ 000\ cm^2}$ $\mathbf{1\ m^2 = 1\ 000\ 000\ mm^2}$

$\mathbf{1\ dm^2 = 100\ cm^2}$ $\mathbf{1\ dm^2 = 10\ 000\ mm^2}$

$\mathbf{1\ cm^2 = 100\ mm^2}$

$$\mathbf{1\ m^2 = 100\ dm^2 = 10\ 000\ cm^2 = 1\ 000\ 000\ mm^2}$$

7. Упореди дате јединице мере за површину:

$1\ m^2 \bigcirc 1\ dm^2$ $1\ cm^2 \bigcirc 1\ dm^2$ $1\ m^2 \bigcirc 1\ mm^2$

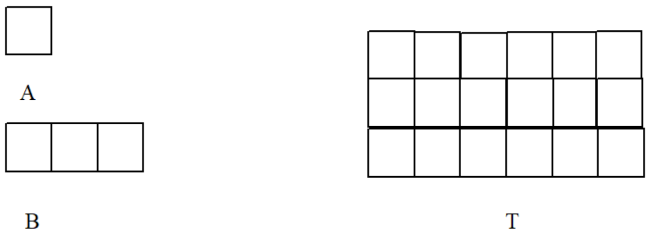
$1\ cm^2 \bigcirc 1\ m^2$ $1dm^2 \bigcirc 1\ mm^2$ $1\ mm^2 \bigcirc 1\ cm^2$

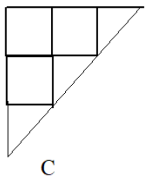
Наставни листић В

Јединице мере за површину

Пажљиво читај и допиши речи и бројеве који недостају и обоји и доцртај оно што се тражи.

1. Дат правоугаоник Т измери датим јединицама мере А, В, С.





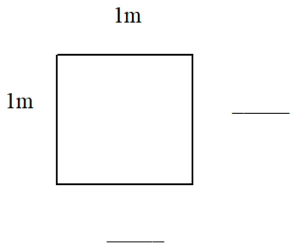
T = ___ · A

T = ___ · ___

T = 4 · ____

Уочавамо да када исту површину меримо различитом јединицом мере, добијамо _________ мерне бројеве. Да би се мерењем површине добили исти мерни бројеви, као јединица мере користи се непроменљива површина јединствена у свету која се назива **квадратни метар (m^2).**

***Квадратни метар је квадрат чије су су странице дужине 1m.**

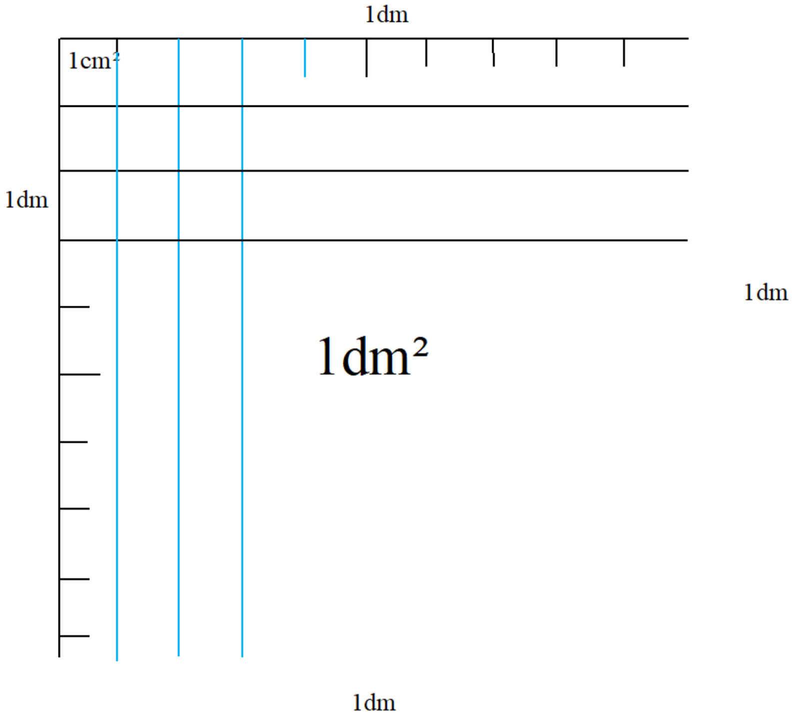


(*Слика није у природној величини. Погледај модел квадратног метра у учионици*).

2. Покушај да измериш површину свеске, књиге, клупе помоћу модела квадратног метра. Шта уочаваш?

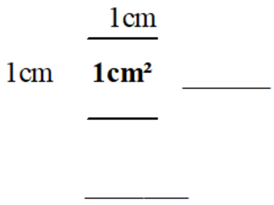
Квадратним метром мери се већа површина, као што је површина подова и зидова просторија, тапета, тепиха,... Као што **мање дужине меримо јединицама мере мањим од метра m**, као што су дециметар dm, центиметар ____ и милиметар _____, тако мање површине меримо јединицама мере _________ од квадратног метра, а то су: квадратни дециметар (dm^2), квадратни ___________ (cm^2), квадратни ____________ (mm^2).

3. Доврши цртање квадрата чија је дужина странице 1dm.



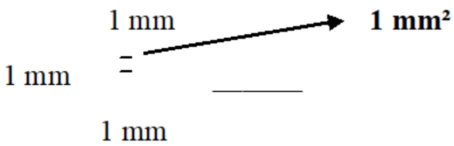
*** Квадратни дециметар (dm^2) је квадрат чија су странице дужине 1dm.**

4. Доврши цртање квадрата чија је дужина странице 1cm. На црту напиши дужину странице квадрата која недостаје.



*** Квадратни центиметар (cm^2) је квадрат чије су странице дужине 1 cm.**

5. Доврши цртање квадрата чија је дужина странице 1 mm. На црту напиши дужину странице квадрата која недостаје.



*** Квадратни милиметар (mm^2) је квадрат чије су странице дужине 1 mm.**

6. Подели квадратни дециметар на квадратне центиметре користећи слику за 3. задатак, као што је и започето. Изброји колико квадратних центиметара има један квадратни дециметар. $1dm^2 =$ ____cm^2

Подели квадратни центиметар на квадратне милиметре користећи слику за 4. задатак. Изброји колико квадратних милиметара има један квадратни центиметар.

$1cm^2 =$ ____mm^2

Закључујемо:

Однос јединица мере за површину:

$1\ m^2 = 100\ dm^2$ **$1\ m^2 = 10\ 000\ cm^2$** **$1\ m^2 = 1\ 000\ 000\ mm^2$**

$1\ dm^2 = 100\ cm^2$ **$1\ dm^2 = 10\ 000\ mm^2$**

$1\ cm^2 = 100\ mm^2$

$$1\ m^2 = 100\ dm^2 = 10\ 000\ cm^2 = 1\ 000\ 000\ mm^2$$

7. Површина пода канцеларије је $24m^2$. Површина тепиха у тој канцеларији је 620 dm^2. Израчунај колико метара квадратних у тој канцеларији није под тепихом.

Наставна тема:	Површина
Наставна јединица:	2. Јединице мере за површину
Тип часа:	Диференцирано утврђивање градива
Циљ часа:	Утврђивање знања о јединицама мере за површину и разумевање значаја њихове употребе у свакодневном животу.
Исходи часа по нивоима:	Ученик ће умети да:
	О: наведе мерне јединице за површину;
	С: искаже њихов однос;
	Н: опише важност употребе мерних јединица у свакодневном животу

Наставни листић А

Јединице мере за површину

1. Повежи различитом бојом шта се чиме мери:

дужина креде * * m

површина пода * * cm^2

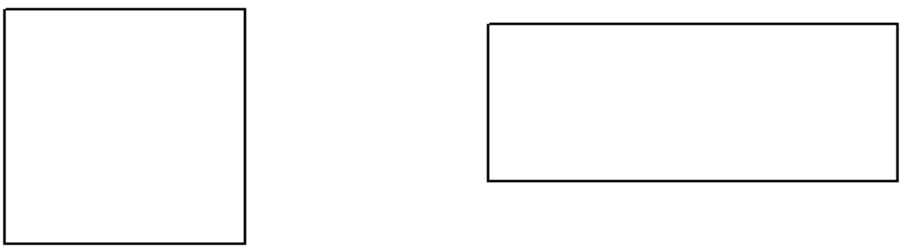
дужина ходника * * m^2

површина школске табле * * dm

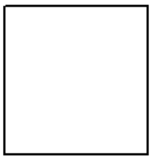
површина корица свеске * * cm

дужина школске табле * * dm^2

2. Дат квадрат и правоугаоник подели на квадратне центиметре.



3. Нацртај квадрат и правоугаоник који имају два пута дуже странице од датих, а затим их подели на квадратне центиметре и израчунај њихову површину пребројавањем квадрата.



4. Допуни:

$1m^2$ = ________ dm^2 = __________ cm^2 = ________________ mm^2

$1dm^2$ = ______________ cm^2 = ________________ mm^2

$1cm^2$ = ______________ mm^2

5. Упореди дате јединице мере за површину:

$1\ m^2$ ◯ $1\ cm^2$ $1\ mm^2$ ◯ $1\ dm^2$ $1\ m^2$ ◯ $1\ dm^2$

$1\ mm^2$ ◯ $1\ m^2$ $1dm^2$ ◯ $1\ cm^2$ $1\ cm^2$ ◯ $1\ mm^2$

Наставни листић Б

Јединице мере за површину

1. Допуни:

$1m^2$ = ________ dm^2 = __________ cm^2 = ________________ mm^2

$1dm^2$ = ______________ cm^2 = ________________ mm^2

$1cm^2$ = ______________ mm^2

2. Упореди дате јединице мере за површину:

$1\ m^2$ $1\ cm^2$ $1\ mm^2$ $1\ dm^2$ $1\ m^2$ $1\ dm^2$

$1\ mm^2$ $1\ m^2$ $1dm^2$ $1\ cm^2$ $1\ cm^2$ $1\ mm^2$

3. Упиши одговарајућу јединицу мере за површину, тако да једнакости буду тачне:

$24m^2$ = 2 400 __ $650\ 000dm^2$ = 6500___

$80dm^2$ = 8 000 ___ $2300cm^2$ = 23 ___

$360m^2$ = 3 600 000 ___ $2200000\ cm^2$ = 220 ___

4. Изрази у датим јединицама мере:

$8dm^2$ = ______________ cm^2 $4\ m^2$ = ______________ cm^2

$320cm^2$ = ____________ mm^2 $17dm^2$ = _______________ mm^2

$15m^2\ 8dm^2$ = ______________ dm^2 $2m^2\ 12dm^2\ 4cm^2$= _______________ cm^2

$6dm^2\ 4cm^2$ = ______________ mm^2 $60cm^2\ 9mm^2$ = ______________ mm^2

5. Упореди:

$5m^2\ 8dm^2$ $580dm^2$ $230dm^2$ $560cm^2$

$9cm^2\ 42mm^2$ $924mm^2$ $4m^2\ 7dm^2$ $407dm^2$

Наставни листић В

Јединице мере за површину

1. Изрази у датим јединицама мере:

$8dm^2 =$ ____________ cm^2

$4\ m^2 =$ ____________ cm^2

$320cm^2 =$ __________ mm^2

$17dm^2 =$ _____________ mm^2

$15m^2\ 8dm^2 =$ ____________ dm^2

$2m^2\ \ 12dm^2\ \ 4cm^2 =$ _____________ cm^2

$6dm^2\ 4cm^2 =$ ____________ mm^2

$60cm^2\ 9mm^2 =$ ____________ mm^2

2. Упореди:

$5m^2\ 8dm^2$ ◯ $580dm^2$

$230dm^2$ ◯ $560cm^2$

$9cm^2\ 42mm^2$ ◯ $924mm^2$

$4m^2\ 7dm^2$ ◯ $407dm^2$

3. Површина пода собе је $12m^2$. Површина тепиха у тој соби је $600dm^2$, а површина стазе је $1m^2\ 4dm^2$. Израчунај колико дециметара квадратних у тој соби није под тепихом и стазом.

____

4*. Израчунај:

$9m^2 - 275dm^2 + 123dm^2 =$ ____

$(8m^2 + 4dm^2) : 2 - 6dm^2 \cdot 3 =$ ____

$6dm^2 - 2dm^2\ 34cm^2 - 53cm^2 =$ ____

$7m^2 - 2 \cdot (24dm^2 + 18dm^2) =$ ____

5*. Површина три просторије је $56m^2$. Површина прве и друге просторије заједно је $26m^2$, а површина друге и треће је $36m^2$. Израчунај површину сваке просторије.

Наставна тема:	Површина
Наставна јединица:	3. Јединице мере за површину веће од квадратног метра
Тип часа:	Диференцирана обрада новог градива
Циљ часа:	Стицање знања о мерним јединицама за површину већим од квадратног метра (a, ha, km²). Разумевање њихове употребе у свакодневном животу.
Исходи часа по нивоима:	Ученик ће умети да:
	О: искаже површину геометријске фигуре одређеном мерном јединицом;
	С: наведе мерне јединице за површину веће од квадратног метра и њихов однос;
	Н: опише важност употребе ових мерних јединица у свакодневном живот (шта се мери: километрима квадратним, хектарима, арима).

Наставни листић А

Јединице мере за површину веће од квадратног метра

Пажљиво читај и допиши речи и бројеве који недостају.

Површина квадратића у свесци мери се милиметрима квадратним (mm^2), површина корица свеске мери се центиметрима квадратним (cm^2). површина школске клупе мери се ___________ квадратним (dm^2). површина зида мери се ___________ квадратним (m^2).

Велике површине као што су континенти, њива, воћњак, море, језеро, океан, територија града, државе... мере се јединицама мере већим од квадратног метра.

1. Дате су површине континената и потребно је да их запишеш од највеће до најмање:

АУСТРАЛИЈА – 7 692 024 km^2, АФРИКА – 30 370 000 km^2, ЕВРОПА – 10 180 000 km^2,

ЈУЖНА АМЕРИКА – 17 840 000 km^2, АЗИЈА – 43 810 000 km^2,

СЕВЕРНА АМЕРИКА – 24 490 km^2 и АНТАРКТИК - 13 720 000 km^2

$P_{\text{АЗИЈА}} > P_{\text{АФРИКА}} > P_{\text{ЈУЖНА АМЕРИКА}} > P_{\text{АНТАРКТИК}} >$ ___________ > ____________ > __________

43 810 000 km^2 > 30 370 000 km^2 > 17 840 000 km^2 > 13 720 000 km^2 > 10 180 000 km^2 > ______ km^2 > _____ km^2

Употребили смо јединицу мере **квадратни километар чија је ознака (km^2)**

2.Дате су површине националних паркова Србије и потребно је да их запишеш од најмање до највеће:

ЂЕРДАП – 63.608 ha, ТАРА – 22.000 ha, КОПАОНИК – 11.810 ha,

ФРУШКА ГОРА – 26.672 ha, ШАР-ПЛАНИНА – 39 000 ha

$P_{\text{КОПАОНИК}} < P_{\text{ТАРА}} < P_{\text{ФРУШКА ГОРА}} <$ __________ < ___________

11 810 ha < 22 000 ha < 26 672 ha < _______ha < _________ha

Овде смо употребили јединицу мере **хектар чија је ознака (ha).**

3. Дате су површине пољопривредних имања и потребно је да их запишеш као опадајући низ:

ЊИВА у Рибару – 35 a,

ЛИВАДА у Јеловцу – 48 a,

ШУМА у околини Деспотовца – 75 a

ВИНОГРАД у Вршцу – 27 a

$P_{ШУМА} > P_{ЛИВАДА} >$ ___________> ____________ > __________

75 a > 48 a > 35 a >_____ a

Овде смо **употребили јединицу мере ар чија је ознака (a).**

4. Попуни табелу користећи податке из прва четири задатка.

Јединица мере	*a*		*ha*		km^2	
	највећа	најмања	највећа	најмања	највећа	најмања
Назив места	**Шума у околини Деспотовца**					

5. Поређај као растући низ: континенти, национални паркови,њива, ливада , шума, виноград , а испод њихових назива напиши и мерне јединице којима си изражене њихове површине.

виноград, њива, _________, ________, национални паркови Србије, континенти

a, a, a, a , ha, km^2

<u>Закључујемо:</u>

Можемо закључити да су мерне јединице веће од квадратног метра (m^2); ар – (a), хектар –(ha), километар квадратни – (km^2), као и да је **$a < ha < km^2$.**

Запамти однос јединица мере већих од квадратног метра:

$$1\ km^2 = 100\ ha = 10\ 000\ a = 1\ 000\ 000\ m^2$$

$$1\ ha = 100\ a = 10\ 000\ m^2$$

$$1\ a = 100m^2$$

жНаставни листић Б

Јединице мере за површину веће од квадратног метра

Пажљиво читај и допиши речи и бројеве који недостају.

Површина квадратића у свесци мери се милиметрима квадратним (mm^2), површина корица свеске мери се центиметрима квадратним (cm^2), површина школске клупе мери се _________ квадратним (dm^2) , површина зида мери се _______________ _________(m^2).

Велике површине као што су континенти, њива, воћњак, море, језеро, океан, територија града, државе... мере се јединицама мере већим од квадратног метра.

1. Дате су површине континената и потребно је да их запишеш од највеће до најмање: АУСТРАЛИЈА – 7 692 024 km^2, АФРИКА – 30 370 000 km^2, ЕВРОПА – 10 180 000 km^2,

ЈУЖНА АМЕРИКА – 17 840 000 km^2, АЗИЈА – 43 810 000 km^2,

СЕВЕРНА АМЕРИКА – 24 490 km^2 и АНТАРКТИК - 13 720 000 km^2

$P_{АЗИЈА} > P_{АФРИКА} > P_{ЈУЖНА\ АМЕРИКА} >$ ____________ > ____________> _____________ > ___________

43 810 000 km^2 > 30 370 000 km^2>17 840 000 km^2>________km^2 >10 180 000 km^2 >_______ km^2 >______ km^2

Употребили смо јединицу мере **квадратни километар чија је ознака (km^2)**

2.Дате су површине националних паркова Србије и потребно је да их запишеш од намање до највеће:

ЂЕРДАП – 63.608 ha, ТАРА – 22.000 ha, КОПАОНИК – 11.810 ha,

ФРУШКА ГОРА – 26.672 ha, ШАР-ПЛАНИНА – 39 000 ha

$P_{КОПАОНИК} < P_{ТАРА} <$ ____________ < ___________ < ____________

11 810 ha < ___________ ha < 26 672 ha < _______ha < _________ha

Овде смо употребили јединицу мере **хектар чија је ознака (ha).**

3. Дате су површине пољопривредних имања и потребно је да их запишеш као опадајући низ:

ЊИВА у Рибару – 35 a,

ЛИВАДА у Јеловцу – 48 a,

ШУМА у околини Деспотовца – 75 a

ВИНОГРАД у Вршцу – 27 a

$P_{ШУМА} > P_{ЛИВАДА} >$ ___________> ____________

75 a > _____ a > 35 a > _____ a

Овде смо употребили јединицу мере **ар чија је ознака a**

4. Попуни табелу користећи податке из прва четири задатка.

Попуни табелу користећи податке из прва четири задатка.

Јединица мере	***a***		***ha***		**km^2**	
	највећа	**најмања**	**највећа**	**најмања**	**највећа**	**најмања**
Назив места	**Шума у околини Деспотовца**					

5. Поређај као растући низ: континенти, океани, национални паркови,њива, ливада , шума, виноград , а испод њихових назива напиши и мерне јединице којима си изражене њихове површине.

виноград, њива, ________, _______, _______________________ , континенти

a, a, a, a , ha , km²

Закључујемо:

Можемо закључити да су мерне јединице веће од квадратног метра (m²): ар – (a), хектар – (ha), километар квадратни – (km²), као и да је **a < ha < km².**

Запамти однос јединица мере већих од квадратног метра:

$$1\ km^2 = 100\ ha = 10\ 000\ a = 1\ 000\ 000\ m^2$$

$$1\ ha = 100\ a = 10\ 000\ m^2$$

$$1\ a = 100 m^2$$

Наставни листић В

Јединице мере за површину веће од квадратног метра

Пажљиво читај и допиши речи и бројеве који недостају.

Површина квадратића у свесци мери се милиметрима квадратним mm², површина корица свеске мери се ____________ ___________ (cm²), површина школске клупе мери се _________ квадратним (dm²) , површина зида мери се ______________ ___________ (m²).

Велике површине као што су континенти, њива, воћњак, море, језеро, океан, територија града, државе... мере се јединицама мере већим од квадратног метра.

1. Дате су површине континената и потребно је да их запишеш од највеће до најмање:
АУСТРАЛИЈА – 7 692 024 km², АФРИКА – 30 370 000 km², ЕВРОПА – 10 180 000 km²,

ЈУЖНА АМЕРИКА – 17 840 000 km², АЗИЈА – 43 810 000 km²,

СЕВЕРНА АМЕРИКА – 24 490 km² и АНТАРКТИК - 13 720 000 km²

$P_{АЗИЈА}$ > __________ > $P_{ЈУЖНА\ АМЕРИКА}$ > ___________ > ___________> ____________ > __________

43 810 000 km² > 30 370 000 km²>_________ km²>__________km² >10 180 000 km² >_______ km² >______ km²

Употребили смо јединицу мере **квадратни километар чија је ознака (km²**)

2.Дате су површине националних паркова Србије и потребно је да их запишеш од намање до највеће:

ЂЕРДАП – 63.608 ha, ТАРА – 22.000 ha, КОПАОНИК – 11.810 ha,

ФРУШКА ГОРА – 26.672 ha, ШАР-ПЛАНИНА – 39 000 ha

$P_{КОПАОНИК}$ < $P_{ТАРА}$ < ___________ < __________ < ___________

11 810 ha < __________ ha < ___________ ha < _______ha < _________ha

Овде смо употребили јединицу мере **хектар чија је ознака (ha)**

3. Дате су површине пољопривредних имања и потребно је да их запишеш као опадајући низ:

ЊИВА у Рибару – 35 a,

ЛИВАДА у Јеловцу – 48 a,

ШУМА у околини Деспотовца – 75 a

ВИНОГРАД у Вршцу – 27 a

$P_{ШУМА}$ > $P_{ЛИВАДА}$ > __________> ___________

75 a > _______ a > ________ a > ________ a

Овде смо употребили јединицу мере **ар чија је ознака a**.

4. Попуни табелу користећи податке из прва четири задатка.

Јединица мере	*a*		*ha*		km^2	
	највећа	најмања	највећа	најмања	највећа	најмања
Назив места	Шума у околини Деспотовца					
Површина	75					24 490

5. Поређај као растући низ: континенти, океани, национални паркови,њива, ливада , шума, виноград , а испод њихових назива напиши и мерне јединице којима си изражене њихове површине.

виноград, ______, ________, _______, ______________________ , континенти, _______

a, a, a, a , ha . km², km²

Закључујемо:

Можемо закључити да су мерне јединице веће од квадратног метра (m^2): ар – (a), хектар – (ha), километар квадратни – (km^2), као и да је **a < ha < km².**

Запамти однос јединица мере већих од квадратног метра:

$1\ km^2 = 100\ ha = 10\ 000\ a = 1\ 000\ 000\ m^2$

$1\ ha = 100\ a = 10\ 000\ m^2$

$1\ a = 100 m^2$

Наставна тема:	Површина
Наставна јединица:	4. Јединице мере за површину веће од квадратног метра
Тип часа:	Диференцирано утврђивање градива
Циљ часа:	Утврђивање знања о јединицама мере за површину које су веће од метра квадратног и разумевање употребе тих мерних јединица у свакодневном животу.
Исходи часа по нивоима:	Ученик ће умети да
	О: наведе мерне јединице за површину које су веће од квадратног метра;
	С: разуме њихов однос и упоређује их;
	Н: опише важност употребе ових мерних јединица у свакодневном животу (шта се мери: километрима квадратним, хектарима, арима).

Наставни листић А

Јединице мере за површину веће од квадратног метра

1. Повежи различитом бојом шта се чиме мери.

површина континената *

* km^2

површина њиве *

површина ливаде *

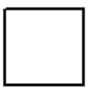
* a

површина националних паркова Србије *

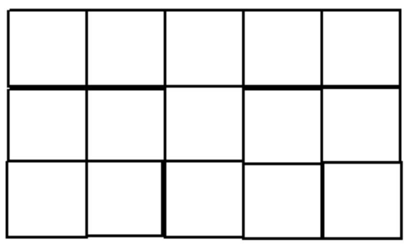
површина океана *

* ha

2. Површина њиве приказана је цртежом. На цртежу је површина њиве издељена на квадрате чија је површина 15a. Пребројавањем утврди колика је површина њиве.

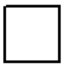


15a

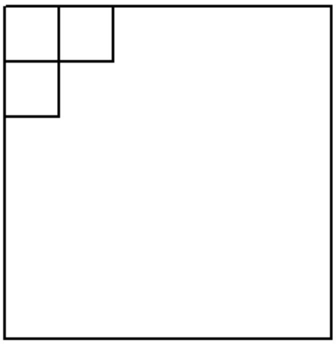


Површина њиве је _____ a

3. Површина винограда је представљена цртежом. Помоћу квадрата чија је површина 6a измери површину тог винограда.



6a



Површина винограда је ________ a.

4. Допуни:

$1km^2$ = _________ ha = ___________ a = ______________ m^2

1ha = _____________ a = ______________ m^2

1a = ______________ m^2

5. Упореди:

1 ha 1 a   1 a 1 km^2 1 m^2 1 a

1 km^2 1 ha $1m^2$ 1 km^2 1 ha 1 m^2

Наставни листић Б

Јединице мере за површину веће од квадратног метра

1. Допуни:

$1km^2$ = __________ ha = ____________ a = _______________ m^2

1ha = ______________ a = _______________ m^2

1a = _______________ m^2

2. Упореди:

1 ha	◯	1 a	1 a	◯	1 km^2	1 m^2	◯	1 a
1 km^2	◯	1 ha	1m^2	◯	1 km^2	1 ha	◯	1 m^2

3. У једном селу се налази пољопривредно земљиште величине 4 ha, од чега су њиве 67a, пашњаци 90a, воћњак је 46a, а остало је шума. Колика је површина шуме?

4. Изрази у:

а) арима	б) хектрима	в) километрима квадратним
100 m^2 = _______	300 a = _______	400 ha = _______
14 ha = ________	18 km^2 = _______	2400 ha = ________
6 km^2 = ________	212 km^2 = ________	60000 ha = _________
3ha 20a = ________	630000 m^2 = _________	200000 a = __________

5. Упореди:

5 km^2 77 ha	◯	577 ha	4783 a	◯	47 ha 63 a
3 km^2 8 m^2	◯	3800000 m^2	3652 m^2	◯	36 a 52m^2

Наставни листић В

Јединице мере за површину веће од квадратног метра

1. Изрази у:

а) арима

$100\ m^2 =$ _______

14 ha = ________

$6\ km^2 =$ ________

3ha 20a = ________

б) хектрима

300 a = _______

$18\ km^2 =$ _______

$212\ km^2 =$ ________

$630000\ m^2 =$ _________

в) километрима квадратним

400 ha = _______

2400 ha = ________

60000 ha = _________

200000 a = __________

2. Упореди:

$5\ km^2\ 77\ ha$ ◯ 577 ha

4783 a ◯ 47 ha 63 a

$3\ km^2\ 8\ m^2$ ◯ $3800000\ m^2$

$3652\ m^2$ ◯ $36\ a\ \ 52 m^2$

3. Грожђе је обрано са површине 4 ha 36 a , остало је још да се обере са површине 64 a .

Колика је укупна површина винограда. Постави једначину и реши је.

x − 4 ha 36 a = 64 a

4*. Израчунај:

$15a\ 8m^2\ - 4a\ 39m^2 =$
____

25ha 6a : 7 =
____

$24a\ 18m^2 \cdot 3 =$
____

562a + 3ha − 64a =
____

$(4a + 14m^2) \cdot 2 + 3a =$
____

$4ha\ 6a + 24a\ 56m^2 =$
____

5*. На парцели површине 15a засађен је парадајз и краставац. Парадајз је засађен на 4 пута већој површини него краставац. Израчунај колико метара квадратних је засађено парадајзом, а колико краставцом.

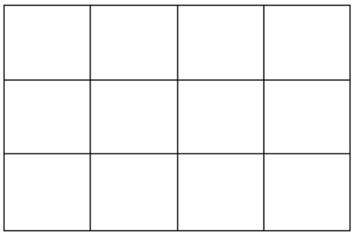
Наставна тема:	Површина
Наставна јединица:	5.Површина правоугаоника
Тип часа:	Диференцирана обрада новог градива
Циљ часа:	Усвајање појма површине правоугаоника и стицање знања о поступку израчунавања површине правоугаоника.
Исходи часа по нивоима:	Ученик ће умети да:
	О: израчуна површину правоугаоника;
	С: користи јединице мере за израчунавање површине правоугаоника;
	Н: објасни разлику између обима и површине; примењује мерење у једноставним реалним ситуацијама

Наставни листић А

Површина правоугаоника

Пажљиво читај и допиши речи и бројеве који недостају.

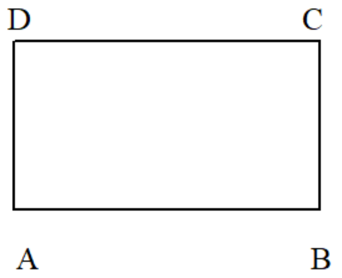
Правоугаоник је издељен на квадратне центиметре.



1.У првом реду има 4 квадрата, у другом реду има 4 квадрата, а у трећем реду такође има ______ квадрата. Значи, има 3 реда по 4 квадрата.
Да бисмо израчунали укупан број квадрата, помножићемо број редова са бројем квадрата у једном реду, тј. $3 \cdot 4 =$ _____ .
Пошто један квадрат има површину 1 cm^2, површина датог правоугаоника је
$3 \cdot 4\ cm^2 =$ ____ cm^2.

2. У првој колони има 3 квадрата, у другој колони има 3 квадрата, у трећој колони такође има ______ квадрата и у четвртој колони има такође 3 квадрата. Значи, има 4 колоне
по 3 квадрата.
Да бисмо израчунали укупан број квадрата, помножићемо број колона са бројем квадрата у једној колони, тј. $4 \cdot 3 =$ _____.
Пошто један квадрат има површину 1 cm^2, површина датог правоугаоника је
$4 \cdot 3\ cm^2 =$ _____ cm^2.
Добили смо да је површина датог правоугаоника 12 cm^2.
Дужине његових страница су 3 cm и 4 cm. Уместо да бројимо квадратиће, површину правоугаоника могли смо да добијемо и на краћи начин: множењем мерних бројева дужина страница.
$P = 3 \cdot 4\ cm^2$
$P = 12\ cm^2$

3. Измери дужине страница датог правоугаоника, а затим израчунај његову површину.



$a = AB = CD =$ ______ cm

$b = BC = AD =$ ______ cm

$P = a \cdot b$

$P = 4\ \text{cm} \cdot 2\ \text{cm}$

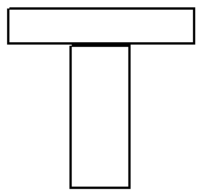
$P =$ ____ cm^2

Закључак:

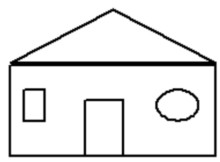
Ако је дужина правоугаоника a, а ширина b, онда је мерни број површине тог правоугаоника $P = a \cdot b$

Значи: Површина правоугаоника одређује се множењем мерних бројева дужина његових суседних страница.

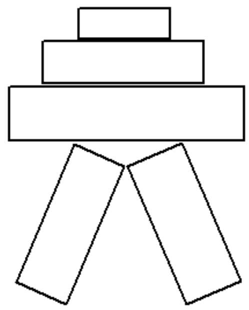
4. Колико правоугаоника видиш на сваком цртежу?



____

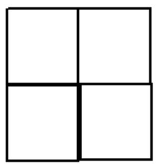


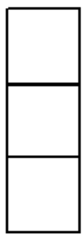
____



____

5. Колика је површина датих правоугаоника, ако су они издељени на квадрате чија је површина 1 cm^2?





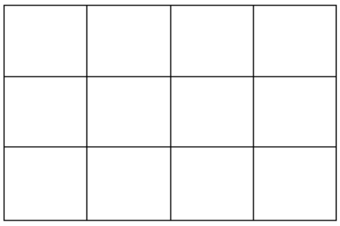
$P_1 =$ _______ cm^2 $P_2 =$ _______ cm^2 $P_3 =$ _______ cm^2

Наставни листић Б

Површина правоугаоника

Пажљиво читај и допиши речи и бројеве који недостају.

Правоугаоник је издељен на квадратне центиметре.



1. У првом реду има 4 квадрата, у другом реду има _____ квадрата, а у трећем реду такође има ______ квадрата. Значи, има 3 реда по 4 квадрата.

Да би израчунали укупан број квадрата, помножићемо број редова са бројем квадрата у једном реду, тј. 3 · ____ = _____ .

Пошто један квадрат има површину 1 cm^2, површина датог правоугаоника је

3 · ____ cm^2 = ____ cm^2.

2. У првој колони има 3 квадрата, у другој колони има _____ квадрата, у трећој колони такође има ______ квадрата и у четвртој има 3 квадрата. Значи, има 4 колоне по ____ квадрата.

Да би израчунали укупан број квадрата, помножићемо број колона са бројем квадрата у једној колони 4 · ____ = _____ .

Пошто један квадрат има површину 1 cm^2, површина датог правоугаоника је

____ · 3 cm^2 = ____ cm^2

Добили смо да је површина датог правоугаоника 12 cm^2.

Дужине његових страница су 3 cm и 4 cm. Уместо да бројимо квадратиће, површину правоугаоника могли смо да добијемо и на краћи начин: множењем мерних бројева дужина страница.

P = 3 · 4 cm^2

P = ____ cm^2

3. Измери дужине страница датог правоугаоника, а затим израчунај његову површину.

D C

A B

a = AB = CD = ______ cm

b = BC = AD = ______ cm

P = a · ____

P = 4 cm · ____ cm

P = ____ cm^2

Закључак:

Ако је дужина правоугаоника a, а ширина b, онда је мерни број површине тог правоугаоника P = a · _____

Значи: Површина правоугаоника одређује се множењем мерних бројева дужина његових суседних _________________.

4. Израчунај површину правоугаоника, ако су његове суседне странице a= 8 dm, b = 12dm.

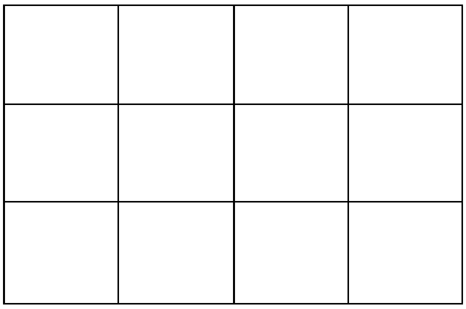
5. Површина прозора облика правоугаоника је 84dm^2. Дужина стакла употребљеног за прозор је 7dm. Израчунај ширину стакла.

Наставни листић В

Површина правоугаоника

Пажљиво читај и допиши речи и бројеве који недостају.

Правоугаоник је издељен на квадратне центиметре.



1. У првом реду има 4 квадрата, у другом реду има _____ квадрата, а у трећем реду такође има ______ квадрата. Значи, има ____ реда по ____ квадрата.

Да би израчунали укупан број квадрата, помножићемо број редова са бројем квадрата у једном реду, тј. ____ · ____ = _____ .

Пошто један квадрат има површину 1 cm^2, површина датог правоугаоника је

____ · ____ cm^2 = ____ cm^2.

2. У првој колони има 3 квадрата, у другој колони има _____ квадрата, у трећој колони такође има ______ квадрата и у четвртој такође има ____ квадрата. Значи, има _____ колоне по ____ квадрата.

Да би израчунали укупан број квадрата, помножићемо број колона са бројем квадрата у једној колони, тј. ____ · ____ = _____ .

Пошто један квадрат има површину 1 cm^2, површина датог правоугаоника је

____ · ____ cm^2 = ____ cm^2.

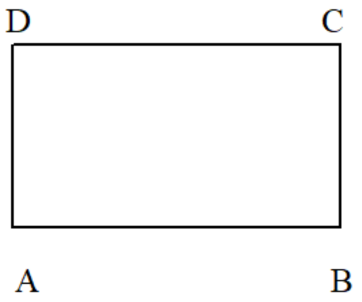
Добили смо да је површина датог правоугаоника ____ cm^2

Дужине његових страница су 3 cm и 4 cm. Уместо да бројимо квадратиће, површину правоугаоника могли смо да добијемо и на краћи начин: множењем мерних бројева дужина страница.

$P = 3 \cdot 4\ cm^2$

$P =$ ____ cm^2

3. Измери дужине страница датог правоугаоника, а затим израчунај његову површину.



a = AB = CD = ______ cm

b = BC = AD = ______ cm

P = ____ · ____

P = ____ cm · ____ cm

P = ____ cm^2

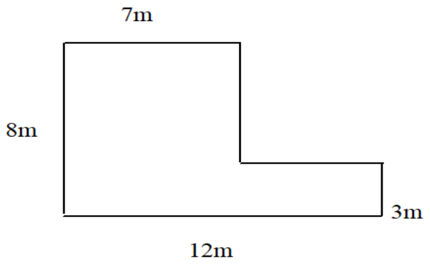
Закључак:

Ако је дужина правоугаоника a, a ширина b, онда је мерни број површине тог правоугаоника P = _____ · _____

Значи: Површина правоугаоника одређује се __________ мерних бројева дужина његових суседних _______________.

4. Разлика дужина страница a и b је 10 cm. Обим овог правоугаоника је 140cm. Израчунај његову површину.

5. Израчунај површину дворишта представљеног сликом.

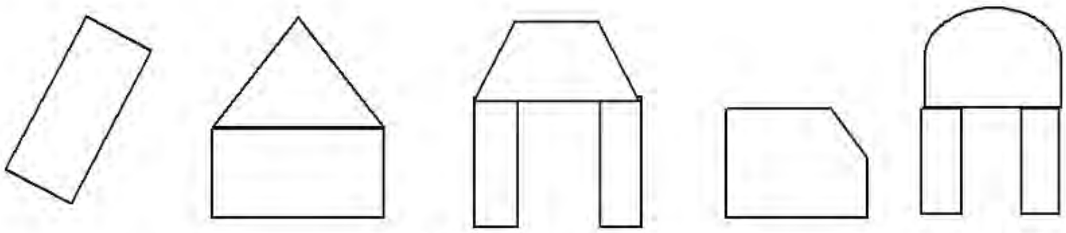


Наставна тема:	Површина
Наставна јединица:	6. Површина правоугаоника
Тип часа:	Диференцирано утврђивање градива
Циљ часа:	Утврђивање знања о израчунавању површине правоугаоника.
Исходи часа по нивоима:	Ученик ће знати да:
	О: израчуна површину правоугаоника;
	С: користи јединице мере за површину при израчунавању површине правоугаоника;
	Н: објасни разлику између обима и површине фигуре.

Наставни листић А

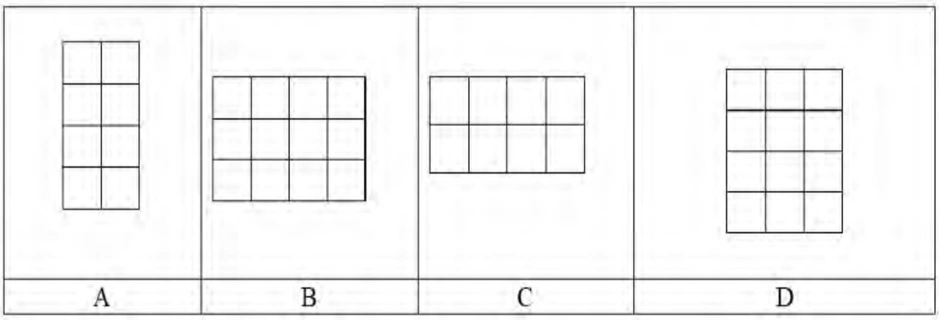
Површина правоугаоника

1. Колико укупно правоугаоника видиш на цртежима? Заокружи тачан одговор.



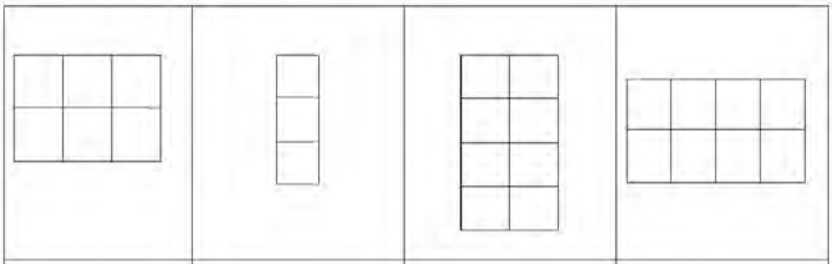
а) 6 б) 7 в) 8 г) 9

2. Који правоугаоници имају једнаке површине. Заокружи тачне одговоре.



а) A и B б) A и C в) A и D г) B и C д) B и D ђ) C и D

3. Колика је површина датих правоугаоника, ако су они издељени на квадрате чија је површина 2 cm^2



$P_1 =$ ______ cm^2	$P_2 =$ ______ cm^2	$P_3 =$ ______ cm^2	$P_4 =$ ______ cm^2

4. Израчунај површину правоугаоника чије су странице: 7cm и 12 cm.

5. Ако је дужина правоугаоника 6cm, а површина 48cm^2, израчунај његову ширину.

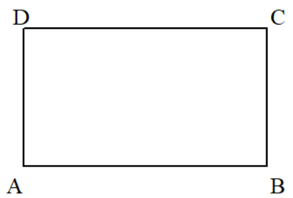
<u>Наставни листић Б</u>

Површина правоугаоника

1. Израчунај површину правоугаоника чије су странице: 7cm и 12 cm.

2. Ако је дужина правоугаоника 6cm, а површина 48cm^2, израчунај његову ширину.

3. Нацртан је правоугаоник ABCD. Измери дужине његових страница, а затим израчунај његову површину.



AB = CD = _____ mm

BC = AD = _____ mm

P = ____ mm · ____ mm

P = _____ mm^2

4. Површина школског дворишта је 3 975 m^2, а површина игралишта је 24a. За колико квадратних метара је површина школског дворишта већа од ширине игралишта?

5. Обим парцеле облика правоугаоника је 240m. Израчунај њену површину ако је ширина парцеле 35 m.

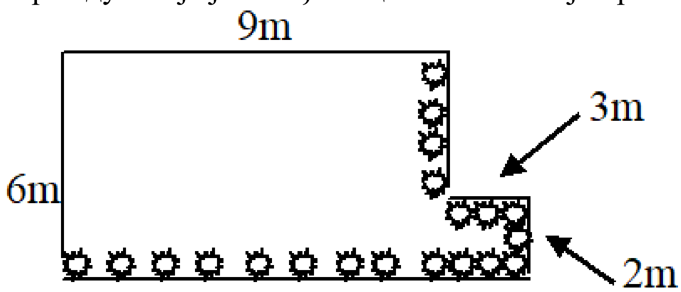
<u>Наставни листић В</u>

Површина правоугаоника

1. Површина школског дворишта је 3 975 m^2, а површина игралишта је 24a. За колико квадратних метара је површина школског дворишта већа од ширине игралишта?

2. Обим парцеле облика правоугаоника је 240m. Израчунај њену површину ако је ширина парцеле 35 m.

3. Израчунај површину парка приказаног на слици, а затим израчунај дужину ивице парка дуж које је засађено цвеће као што је приказано на цртежу.



4.* Од свих могућих правоугаоника површине 36 cm^2, чији су мерни бројеви дужина страница различити природни бројеви, одредити онај који има:

а) највећи обим б) најмањи обим

5.* Обим правоугаоника је 22cm. Ако дужу страницу продужимо за 3 cm, а краћу скратимо за 1 cm, површина ће се повећати за 2cm^2. Израчунај површину задатог правоугаоника?

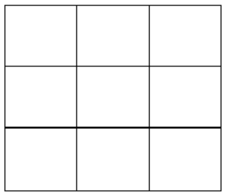
Наставна тема:	Површина
Наставна јединица:	7. Површина квадрата
Тип часа:	Диференцирана обрада новог градива
Циљ часа:	Усвајање појма површине квадрата и стицање знања о поступку израчунавања површине квадрата.
Исходи часа по нивоима:	Ученик ће знати да:
	О: израчуна површину квадрата;
	С: користи јединице мере за површину при израчунавању површине квадрата;
	Н: примењује мерење у једноставним реалним ситуацијама; објасни разлику између обима и површине фигуре.

Наставни листић А

Површина квадрата

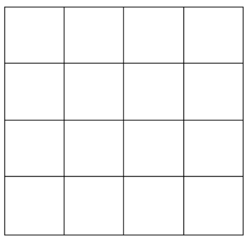
Пажљиво читај и допиши речи и бројеве који недостају.

1.Квадрат је издељен на квадратне центиметре.



У првом реду има 3 квадрата, у другом реду има _____ квадрата, а у трећем реду такође има ______ квадрата. Значи, има 3 реда по 3 квадрата.
Да бисмо израчунали укупан број квадрата, помножићемо број редова са бројем квадрата у једном реду, тј. $3 \cdot 3 =$ _____ .
Пошто један квадрат има површину 1 cm^2, површина датог квадрата је
$3 \cdot 3\ cm^2 =$ ____ cm^2.

2. Квадрат је издељен на квадратне центиметре.



У првој колони има 4 квадрата, у другој колони има 4 квадрата, у трећој колони има ______ квадрата и у четвртој колони такође има 4 квадрата. Значи, има 4 колоне по 4 квадрата.

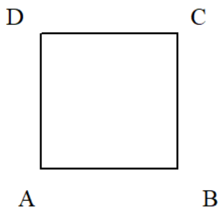
Да бисмо израчунали укупан број квадрата, помножићемо број колона са бројем квадрата у једној колони, тј. $4 \cdot 4 =$ _____ .

Пошто један квадрат има површину 1 cm^2, површина датог квадрата је

$4 \cdot 4 cm^2 =$ ____ cm^2.

Добили смо да је површина датог квадрата 16 cm^2
Дужине његових страница су 4 cm и 4 cm. Уместо да бројимо квадратиће, површину квадрата могли смо да добијемо и на краћи начин: множењем мерних бројева дужина страница.
$P = 4 \cdot 4\ cm^2$
$P = 16\ cm^2$

3. Измери дужине страница датог квадрата, а затим израчунај његову површину.



a = AB = CD = BC= AD = ______ cm

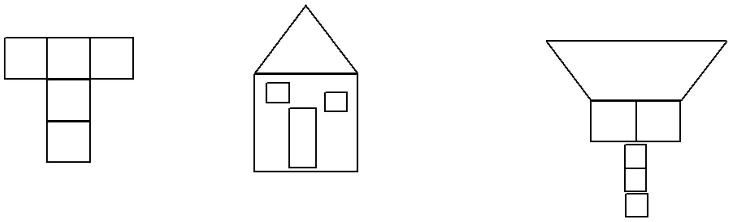
$P = a \cdot a$

$P = 2\ cm \cdot 2\ cm$

P = ____ cm^2

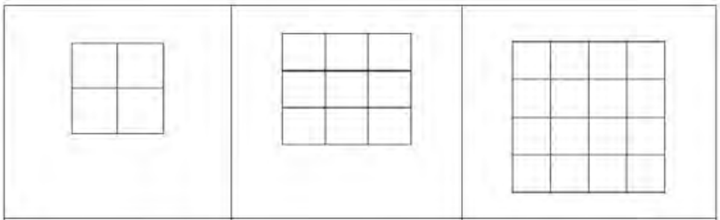
Закључак:
Ако је дужина квадрата a, онда је мерни број површине тог квадрата $P = a \cdot a$
Значи: Површина квадрата одређује се множењем мерних бројева дужина његових суседних страница.

4. Колико квадрата видиш на сваком цртежу?



__________ ____________ ____________

5. Колика је површина датих квадрата, ако су они издељени на квадрате чија је површина 1 cm^2?



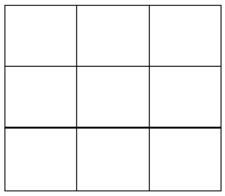
$P_1 =$ _____ cm^2	$P_2 =$ _____ cm^2	$P_3 =$ _____ cm^2

Наставни листић Б

Површина квадрата

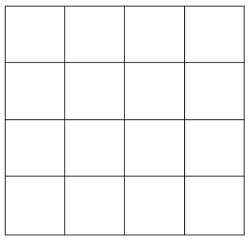
Пажљиво читај и допиши речи и бројеве који недостају.

1. Квадрат је издељен на квадратне центиметре.



У првом реду има 3 квадрата, у другом реду има _____ квадрата, а у трећем реду такође има ______ квадрата. Значи, има 3 реда по____ квадрата.
Да би израчунали укупан број квадрата, помножићемо број редова са бројем квадрата у једном реду, тј. 3 · ____ = _____ .
Пошто један квадрат има површину 1 cm^2, површина датог квадрата је
3 · ____cm^2 = ____ cm^2.

2. Квадрат је издељен на квадратне центиметре.



У првој колони има 4 квадрата, у другој колони има _____ квадрата, у трећој колони има ______ квадрата и у четвртој колони такође има 4 квадрата. Значи, има 4 колоне по ____ квадрата.

Да би израчунали укупан број квадрата, помножићемо број колона са бројем квадрата у једној колони, тј. 4 · _____ = _____ .

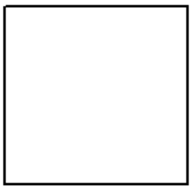
Пошто један квадрат има површину 1 cm^2, површина датог квадрата је

____ · 4 cm^2 = ____ cm^2.

Добили смо да је површина датог квадрата 16 cm^2
Дужине његових страница су 4 cm и 4 cm. Уместо да бројимо квадратиће, површину квадрата могли смо да добијемо и на краћи начин: множењем мерних бројева дужина страница.
P = 4 · 4 cm^2
P = ____ cm^2

3. Измери дужине страница датог квадрата, а затим израчунај његову површину.

D C



A B

$a = AB = CD = BC = AD =$ ______ cm

$P = a \cdot$ _____

$P = 2\ cm \cdot$ ____ cm

$P =$ ____ cm^2

Закључак:

Ако је дужина квадрата a, онда је мерни број површине тог квадрата $P = a \cdot$ _____

Значи: Површина квадрата одређује се множењем мерних бројева дужина његових суседних ____________.

4. Обим дворишта облика квадрата је 56m. Израчунај његову површину.

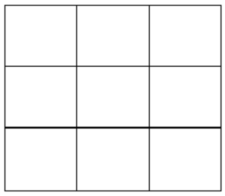
5. Површина квадрата чија је страница дужине 8 dm, једнака је површини правоугаоника чија је ширина 4 dm. Која фигура има већи обим и за колико?

Наставни листић В

Површина квадрата

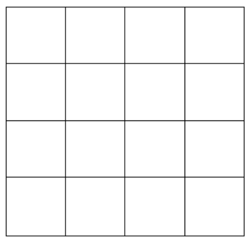
Пажљиво читај и допиши речи и бројеве који недостају.

1. Квадрат је издељен на квадратне центиметре.



У првом реду има 3 квадрата, у другом реду има _____ квадрата, а у трећем реду такође има ______ квадрата. Значи, има _____ реда по____ квадрата.
Да би израчунали укупан број квадрата, помножићемо број редова са бројем квадрата у једном реду, тј. _____ · ____ = _____ .
Пошто један квадрат има површину 1 cm^2, површина датог квадрата је
_____ · ____ cm^2 = ____ cm^2.

2. Квадрат је издељен на квадратне центиметре.



У првој колони има 4 квадрата, у другој колони има _____ квадрата, у трећој колони има ______ квадрата и у четвртој колони такође има _____ квадрата. Значи, има _____ колоне по ____ квадрата.

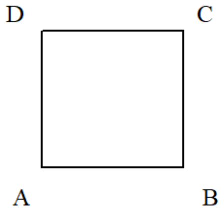
Да би израчунали укупан број квадрата, помножићемо број колона са бројем квадрата у једној колони, тј. ____ · _____ = _____ .

Пошто један квадрат има површину 1 cm^2, површина датог квадрата је

____ · ____ cm^2 = ____ cm^2.

Добили смо да је површина датог квадрата ____ cm^2
Дужине његових страница су 4 cm и 4 cm. Уместо да бројимо квадратиће, површину квадрата могли смо да добијемо и на краћи начин: множењем мерних бројева дужина страница.
P = 4 · 4 cm^2
P = ____ cm^2

3. Измери дужине страница датог квадрата, а затим израчунај његову површину.



a = AB = CD = BC= AD = ______ cm

P = ____ · _____

P = ____ cm · ____ cm

P = ____ cm²

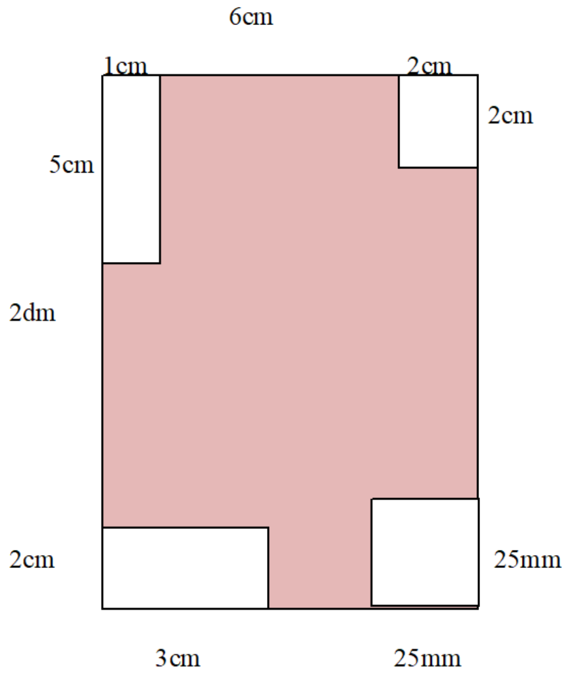
Закључак:

Ако је дужина квадрата а, онда је мерни број површине тог квадрата P = ____ · ____

Значи: Површина квадрата одређује се ____________ мерних бројева дужина његових суседних ____________.

4. На њиви облика квадрата странице 30m засађене су јагоде. Колико килограма јагода би могло да се добије са те њиве ако се зна да се са 1a добије 100 kg јагода?

5. Израчунај површину осенченог дела фигуре.

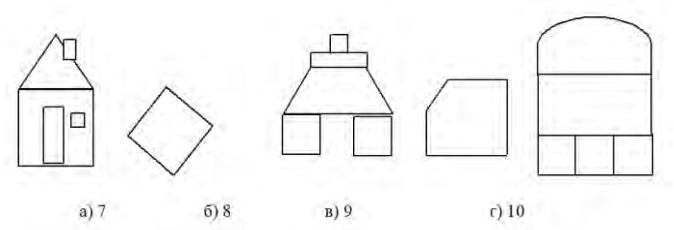


Наставна тема:	Површина
Наставна јединица:	8. Површина квадрата
Тип часа:	Диференцирано утврђивање градива
Циљ часа:	Утврђивање знања о поступку израчунавања површине квадрата.
Исходи часа по нивоима:	Ученик ће знати да:
	О: Израчуна површину квадрата;
	С: Користи јединице мере за површину при израчунавању површине квадрата;
	Н: Објасни разлику између обима и површине фигуре.

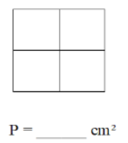
Наставни листић А

Површина квадрата

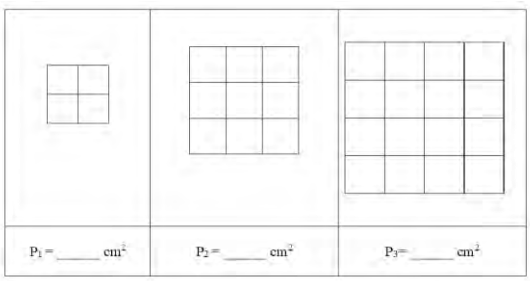
1. Колико укупно квадрата видиш на цртежима? Заокружи тачан одговор.



2. Нацртани квадрат је издељен на квадратне центиметре. Одреди његову површину.



3. Колика је површина датих квадрата, ако су они издељени на квадрате чија је површина 2 cm^2?



4. Израчунај површину квадрата странице дужине 5cm.

5. Израчунај површину квадрата, ако је његов 24 cm.

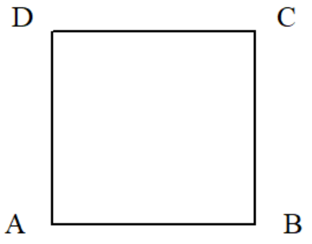
Наставни листић Б

Површина квадрата

1. Израчунај површину квадрата странице дужине 5cm.

2. Израчунај површину квадрата, ако је његов 24 cm.

3. Нацртан је квадрат ABCD. Измери дужину његових страница, а затим израчунај његову површину.

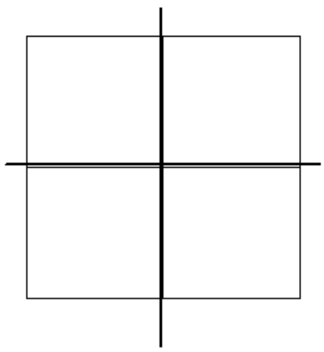


AB = CD = BC = AD = _____ mm

P = _________________________________ mm^2

4. Под терасе има облик квадрата чија је површина 1600 dm^2. Под треба поплочати плочицама облика квадрата дужине 20 cm. Колико је плочица потребно за поплочавање тог пода?

5. Парцела облика квадрата је подељена на 4 дела облика квадрата од којих сваки од њих има обим 12 m. Колика је површина сваког дела?

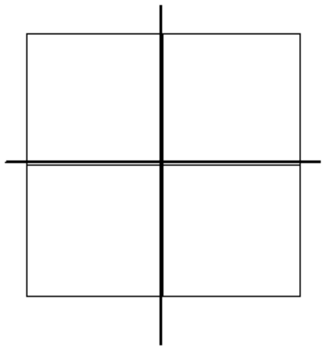


Наставни листић В

Површина квадрата

1. Под терасе има облик квадрата чија је површина 1600 dm^2. Под треба поплочати плочицама облика квадрата дужине 20 cm. Колико је плочица потребно за поплочавање тог пода?

2. Парцела облика квадрата је подељена на 4 дела облика квадрата од којих сваки од њих има обим 12 m. Колика је површина сваког дела?



3. Једна слагалица има 16 делова облика квадрата. Када је сложена, она је у облику квадрата. Ако се сви делови поређају један до другог , добије се правоугаоник чији је обим 68 cm. Израчунај површину сложене слагалице, када је у облику квадрата.

4.* Странице два квадрата разликују се за 2 cm , а њихове површине за 20 cm^2. Израчунај обим и површину мањег квадрата.

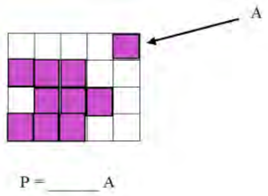
5.* Када се дужина правоугаоника смањи за 8 cm, а ширина повећа за 4 cm, онда се добије квадрат чија је површина једнака површини правоугаоника. За колико је обим правоугаоника већи од обима квадрата?

Наставна тема:	Површина
Наставна јединица:	9. Површина правоугаоника и квадрата
Тип часа:	Диференцирано утврђивање градива
Циљ часа:	Утврђивање знања о поступку ирачунавања површине правоугаоника и квадрата.
Исходи часа по нивоима:	Ученик ће знати да:
	О: израчуна површину правоугаоника и површину квадрата;
	С: користи јединице мере за површину
	Н: објасни разлику између обима и површине фигуре.

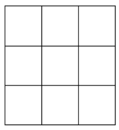
Наставни листић А

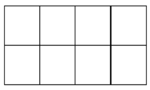
Површина правоугаоника и квадрата

1. Колика је површина нацртане фигуре изражена јединицом мере А?



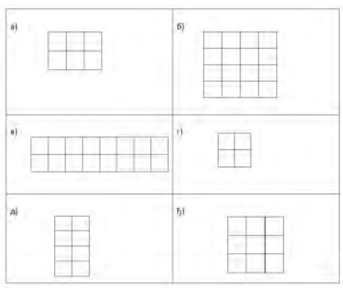
2. Да ли већу површину има дати квадрат или дати правоугаоник?





Већу површину има _________________________________

3. Који квадрат и правоугаоник имају исте површине? Заокружи слова којима су означене те фигуре.



4. Површина квадрата је 81cm². Израчунај обим тог квадрата.

5. Израчунај површину правоугаоника чије су странице странице 14 cm и 90 dm

Наставни листић Б

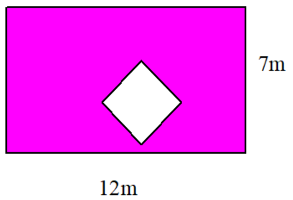
Површина правоугаоника и квадрата

1. Површина квадрата је $81cm^2$. Израчунај обим тог квадрата?

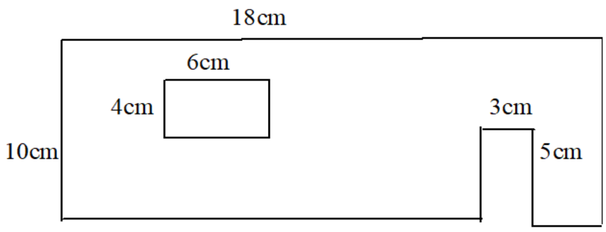
2. Израчунај површину правоугаоника чије су странице странице 14 cm и 90 dm?

3. Израчунај површину обојеног дела фигуре, према датим подацима. Страница квадрата

је 4m.



4. Израчунај површину датог дворишта на слици. (*Слика није у природној величини*)

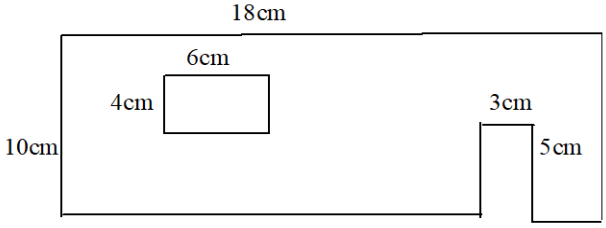


5. Правоугаоник страница 50cm и 13dm има исти обим као и квадрат. Израчунај површину тог квадрата.

Наставни листић В

Површина правоугаоника и квадрата

1. Израчунај површину датог дворишта на слици. (*Слика није у природној величини*)



2. Правоугаоник страница 50cm и 13dm има исти обим као и квадрат. Израчунај површину тог квадрата.

3. Башта облика правоугаоника и травњак облика квадрата имају једнаке обиме који износе 48 m. Дужина баште је 3 пута мању од дужине травњака. Израчунај њихове површине, а затим израчунај за колико се разликују.

4.Површина баште облика правоугаоника једнака је површини парка облика квадрата и износи 2a 56m^2. Дужина баште је 2 пута краћа од дужине парка. Израчунај ширину баште.

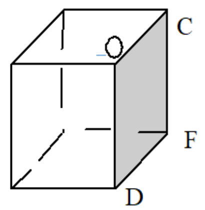
5.* Правоугаоник обима 84cm једном правом је подељен на два подударна квадрата. За колико је обим правоугаоника већи од обима једног од добијених квадрата, а за колико се њихове површине разликују?

Наставна тема:	Површина
Наставна јединица:	10. Површина коцке
Тип часа:	Диференцирана обрада новог градива
Циљ часа:	Усвајање знања о начину израчунавања површине коцке.
Исходи часа по нивоима:	Ученик ће знати да:
	О: Именује елементе и опише особине коцке;
	С: Црта мрежу коцке;
	Н: Израчуна површину коцке.

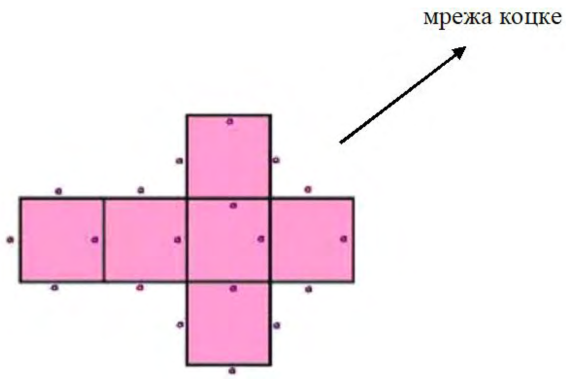
Наставни листић А

Површина коцке

Пре него што научимо како се израчунава површина коцке, да се подсетимо да је коцка ограничена са 6 површи облика квадрата. Обоји страну коцке која је паралелна страни DFCO.



Површ коцке представљамо помоћу мреже.



Површина квадрата се израчунава на следећи начин P = a · ____

Пошто се површ коцке састоји из 6 подударних квадрата, њена површина се израчунава када се површина једног квадрата помножи бројем 6, тј. **P = 6 · (____ · a)**

Закључак:

Ако је дужина ивице коцке a, онда је мерни број површине те коцке

P = 6 · (a · a)

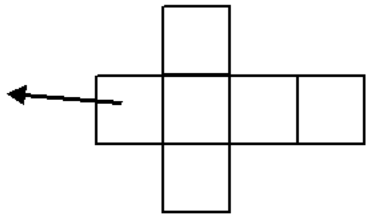
1. Дата је мрежа коцке. Ако је површина једне стране коцке $4cm^2$, израчунај површину целе коцке. (*Слика није у природној величини*).

P стр. = _____ cm^2

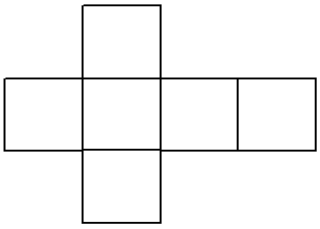
P коцке = 6 · $4cm^2$

P коцке = _____ cm^2

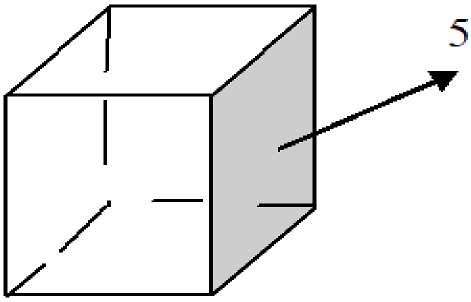
$4cm^2$



2. Дата је мрежа коцке Ако је површина једног квадрата 3 cm^2 , израчунај површину целе коцке. (*Слика није у природној величини*)



3.Ако је површина једне стране коцке $5cm^2$, израчунај површину целе коцке.



$5cm^2$

4. Ако је ивица коцке a = 3cm, израчунај њену површину P.

a = _____cm

P = 6 · (a · a)

P = 6 · (3cm ·3cm)

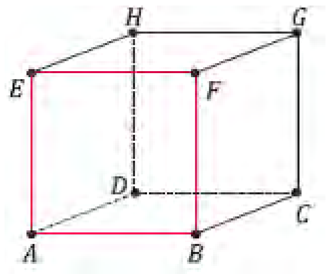
P = 6 · $9cm^2$

P = _____ cm^2

Наставни листић Б

Површина коцке

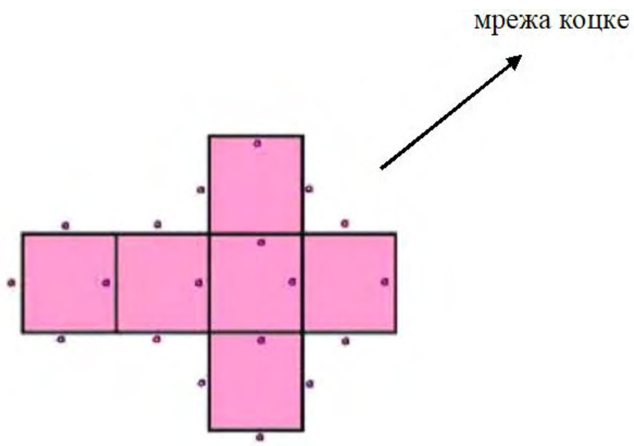
Пре него што научимо како се израчунава површина коцке, да се подсетимо да је коцка ограничена са 6 површи облика квадрата. Обоји страну коцке која је паралелна страни BCGH.



Именуј: горњу страну коцке ________________

десну страну коцке _________________

Површ коцке представљамо помоћу мреже.



Површина квадрата се израчунава на следећи начин P = a · ____

Пошто се површ коцке састоји из 6 подударних ___________, њена површина се израчунава када се површина једног квадрата помножи бројем 6, тј. **P = 6 · (____ · a)**

Закључак:

Ако је дужина ивице коцке a, онда је мерни број површине те коцке

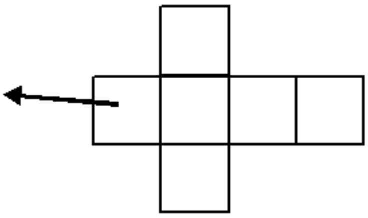
P = 6 · (a · ____)

1.Дата је мрежа коцке. Ако је површина једне стране коцке $4cm^2$, израчунај површину целе коцке. (Слика није у природној величини).

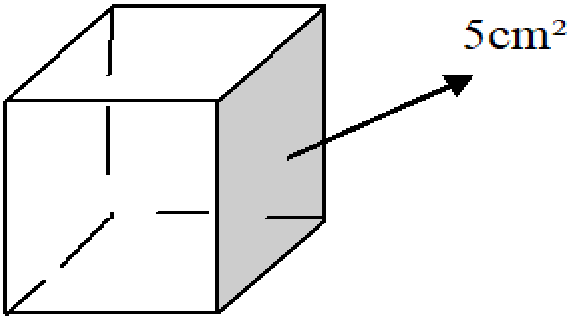
P стр. = ______ cm²

P коцке = _____ · _____cm²   4cm²

P коцке = ______ cm²



2. Ако је површина једне стране коцке 5cm² , израчунај површину целе коцке.



3. Ако је ивица коцке 3cm, израчунај њену површину.

a = _____cm

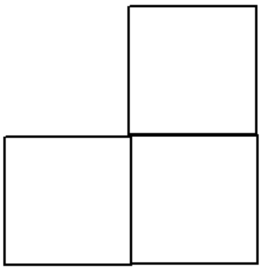
P = 6 · (a · _____)

P = 6 · (3cm ·_____)

P = 6 · 9cm²

P = _____ cm²

4. Доврши цртање мреже коцке и израчунај њену површину.



a = _________ mm

P = 6 · (____mm · ______ mm)

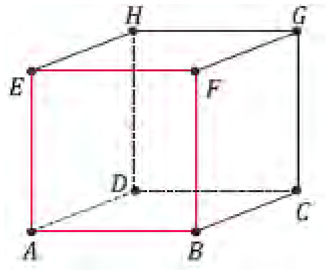
P = 6 · ______mm²

P = ______mm²

Наставни листић В

Површина коцке

Пре него што научимо како се израчунава површина коцке, да се подсетимо да је коцка ограничена са 6 површи облика квадрата. На основу дате слике именуј:



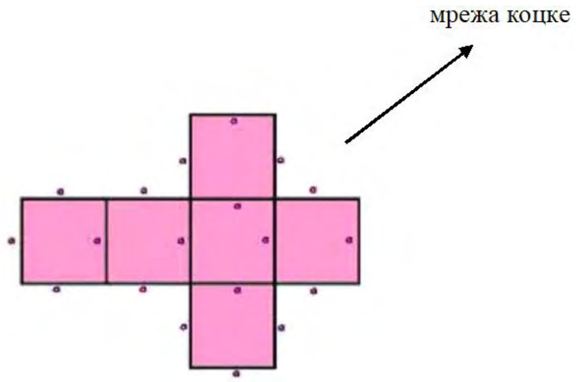
темена коцке ____

ивице коцке ____

стране коцке ____

____

Површ коцке представљамо помоћу мреже.



Површина квадрата се израчунава на следећи начин P = a · ____

Пошто се површ коцке састоји из _____ подударних квадрата, њена површина се израчунава када се површина једног квадрата помножи бројем 6, тј. P = ____ · (____ · a)

Закључак:

Ако је дужина ивице коцке a, онда је мерни број површине те коцке

P = ___ · (a · ____)

1. Ако је површина једне стране коцке 4cm², израчунај површину целе коцке.

P стр = _____ cm²

P коцке = _____ · _____cm²

P коцке = _____ cm²

2. Ако је ивица коцке 3cm, израчунај њену површину.

a = ____cm

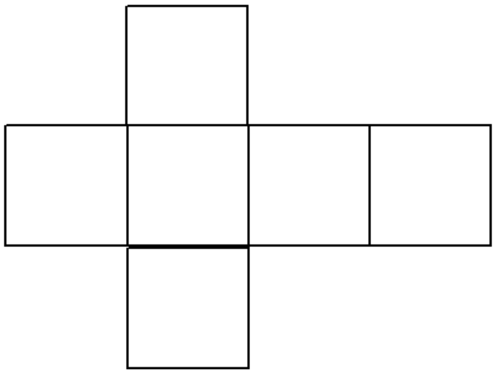
P = 6 · (_____ · ____)

P = _____ · (3cm ·____)

P = 6 · 9cm²

P = ____ cm²

3. Измери дужину ивице коцке чија је дата мрежа, а затим израчунај њену површину.



a = ________ mm

P = ____mm · _____ mm

P = ______mm²

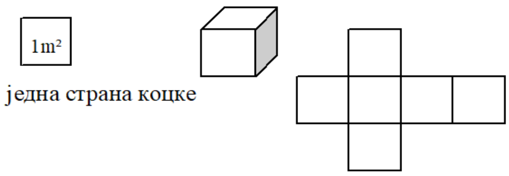
5. Обим једне стране коцке је 1dm 2cm. Израчунај површину те коцке, а затим нацртај мрежу те коцке.

Наставна тема:	Површина
Наставна јединица:	11. Површина коцке
Тип часа:	Диференцирано утврђивање градива
Циљ часа:	Утврђивање знања о начину израчунавања површине коцке.
Исходи часа по нивоима:	Ученик ће знати да:
	О: именује елементе и опише особине коцке;
	С: црта мрежу коцке;
	Н: израчуна површину коцке.

<u>Наставни листић А</u>

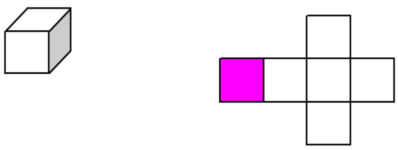
Површина коцке

1. Једна страна коцке има површину 1m². Израчунај површину те коцке. (*Слика није у природној величини*).



2. Површина квадрата из којих се састоји мрежа коцке је 5cm². Израчунај површину дате коцке. (*Слика није у природној величини*).

3. Површина коцке је 54dm². Израчунај површину једне њене стране.



4. Израчунај површину коцке чија је дужина ивице 2 cm.

5.Дужина свих ивица коцке је 48 cm. Одреди дужину једне ивице те коцке, а затим израчунај њену површину.

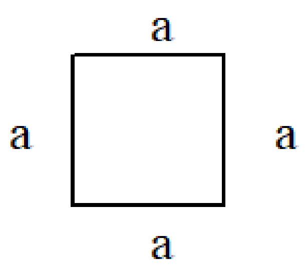
Наставни листић Б

Површина коцке

1. Израчунај површину коцке чија је дужина ивице 2 cm.

2. Дужина свих ивица коцке је 48 cm. Одреди дужину једне ивице те коцке, а затим израчунај њену површину.

3. Обим једне стране коцке је 32 dm. Израчунај њену површину



$O = 32\ dm$

4.Израчунај површину кутије облика коцке чија је ивица 2cm 4mm.

5. Упореди површине две кутије облика коцке. Ивица прве кутије је 12 cm, а ивица друге кутије је 3 пута краћа од ивице прве кутије.

Наставни листић В

Површина коцке

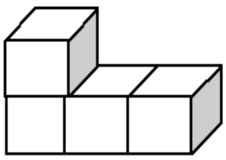
1. Израчунај површину кутије облика коцке чија је ивица 2cm 4mm.

2. Упореди површине две кутије облика коцке. Ивица прве кутије је 12 cm, а ивица друге кутије је 3 пута краћа од ивице прве кутије.

3. За прављење две различите кутије облика коцке потребно је 390 dm^2 картона (без отпада). Ако је за једну страну веће кутије потребно 49 dm^2 картона, колико је картона потребно за једну страну мање кутије?

4*. Површина свих страна коцке које имају једно заједничко теме је 432cm^2. Израчунај дужину ивице те коцке, збир њених ивица, обим једне стране, површину једне њене стране и њену површину.

5*. Ивица коцке је 2m. Израчунај површину тела направљеног од 4 такве коцке које је дато на слици. Нацртај тело направљено од 5 таквих коцки.

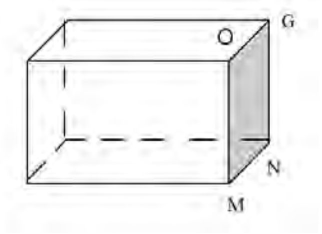


Наставна тема:	Површина
Наставна јединица:	12. Површина квадра
Тип часа:	Диференцирана обрада новог градива
Циљ часа:	Усвајање знања о начину израчунавања површине квадра.
Исходи часа по нивоима:	Ученик ће знати да:
	О: Именује елементе и опише особине квадра;
	С: Црта мрежу квадра;
	Н: Израчуна површину квадра.

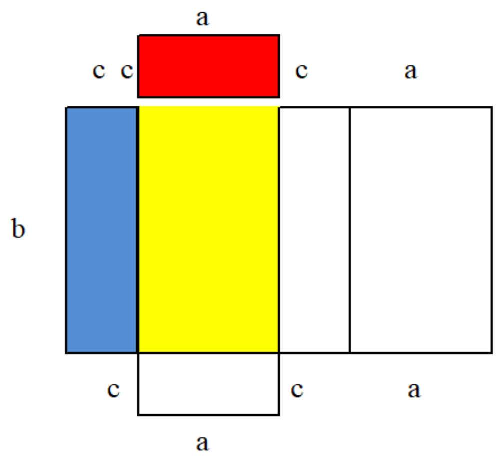
<u>Наставни листић А</u>

Површина квадра

Пре него што научимо како се израчунава површина квадра, да се подсетимо да квадар има 6 страна од којих су наспрамне стране паралелне и подударне. Обоји стране квадра које су суседне страни MNGO.



Површ квадра представљамо помоћу мреже.



Мрежа квадра се састоји из 6 правоугаоника, од којих су три пара правоугаоника подударна.

Пошто се површ квадра састоји из 3 пара подударних правоугаоника, његова површина се израчунава када се површине свих правоугаоника саберу.
Подударне правоугаонике обоји истом бојом, као што је започето.
Површина жутог правоугаоника се израчунава $a \cdot b$
Површина плавог правоугаоника се израчунава $b \cdot c$

Површина ________ правоугаоника се израчунава $a \cdot c$

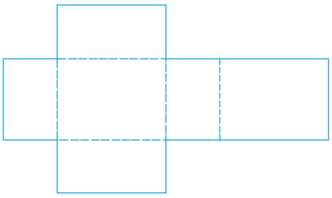
Пошто имамо по два правоугаоника сваке боје, површина квадра се израчунава на следећи начин:

$P = 2 \cdot a \cdot b + \_\_\_ \cdot b \cdot c + 2 \cdot a \cdot c$, тј. $P = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$

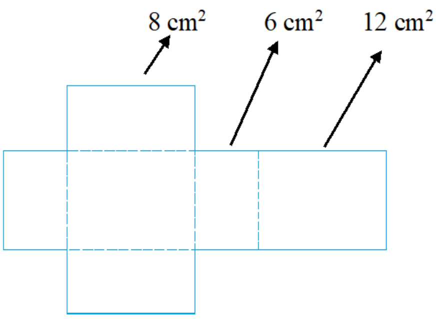
Закључак: Ако су димензије квадра a, b, c, онда је мерни број површине квадра

$$P = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$$

1. Обоји истом бојом паралелне стране квадра.



2. Обоји истом бојом подударне стране квадра. Израчунај површину квадра ако су дати следећи подаци.



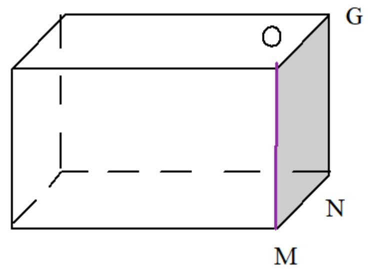
3.Ако је дужина квадра 6cm, ширина 4cm, а висина 3cm, израчунај површину тог квадра.

a = ___cm
b = ___cm
c = ____cm
$P = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$
$P = 2 \cdot (6cm \cdot 4cm + 4cm \cdot 3cm + 6cm \cdot 3cm)$
$P = 2 \cdot (24cm^2 + 12cm^2 + 18cm^2)$
$P = 2 \cdot \_\_\_\_ cm^2$
$P = \_\_\_\_ cm^2$

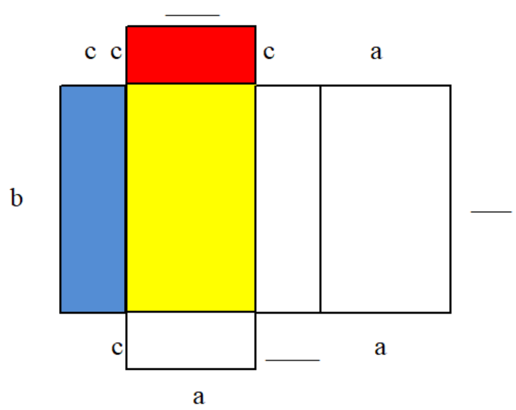
Наставни листић Б

Површина квадра

Пре него што научимо како се израчунава површина квадра, да се подсетимо да квадар има 6 страна од којих су наспрамне стране паралелне и подударне. На цртежу квадра је означена ивица MO. Подебљај црвеном бојом све ивице које су њој паралелне.



Површ квадра представљамо помоћу мреже. На цртице напиши одговарајуће слово.



Мрежа квадра се састоји из 6 правоугаоника, од којих су три пара правоугаоника подударна. Доврши започето обележавање димензија квадра.

Површина правоугаоника се израчунава на следећи начин P = a · ____

Пошто се површ квадра састоји из 3 пара _________ правоугаоника, његова површина се израчунава када се површине свих правоугаоника саберу.

Подударне правоугаонике обоји истом бојом, као што је започето.

Површина жутог правоугаоника се израчунава a · ____

Површина плавог правоугаоника се израчунава b · ___

Површина ________ правоугаоника се израчунава a · c

Пошто имамо по два правоугаоника сваке боје, површина квадра се израчунава на следећи начин:

P = 2 · a · b + ___ · b · c + ____ · a · c, tj. P = 2 · (a · b + b · c + a · c)

Закључак: Ако су димензије квадра a, b, c, онда је мерни број површине квадра

$$P = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$$

1. Ако је дужина квадра 6cm , ширина 4cm , а висина 3cm . Израчунај површину тог квадра.

$a = \underline{\hspace{1cm}}cm$

$b = \underline{\hspace{1cm}}cm$

$c = \underline{\hspace{1.2cm}}cm$

$P = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$

$P = 2 \cdot (\underline{\hspace{1.5cm}}cm \cdot 4cm + \underline{\hspace{1.2cm}}cm \cdot 3cm + 6cm \cdot \underline{\hspace{1.2cm}}cm)$

$P = 2 \cdot (24cm^2 + 12cm^2 + 18cm^2)$

$P = 2 \cdot \underline{\hspace{1.2cm}}\ cm^2$

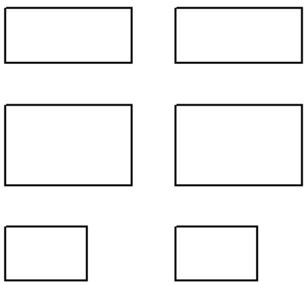
$P = \underline{\hspace{1.2cm}}\ cm^2$

2. Површине неподударних страна квадра су: $14cm^2$, $28cm^2$ $8cm^2$. Израчунај његову површину.

$14cm^2$

$28cm^2$

$8cm^2$



$a \cdot b = \underline{\hspace{1cm}}cm^2$

$b \cdot c = \underline{\hspace{1cm}}cm^2$

$a \cdot c = \underline{\hspace{1cm}}cm^2$

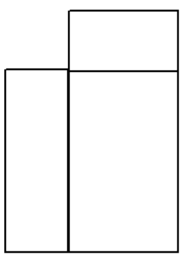
$P = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$

$P = \underline{\hspace{1cm}} \cdot (14cm^2 + 28cm^2 + 8cm^2)$

$P = 2 \cdot \underline{\hspace{1cm}}cm^2$

$P = \underline{\hspace{1.2cm}}cm^2$

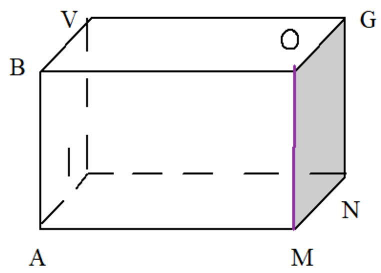
3.Доврши цртање мреже квадра. Измери дужину ивица квадра, а затим израчунај његову површину.



Наставни листић В

Површина квадра

Пре него што научимо како се израчунава површина квадра, да се подсетимо да квадар има 6 страна од којих су наспрамне стране паралелне и подударне. На слици је приказан квадар.



Именуј: темена: ____

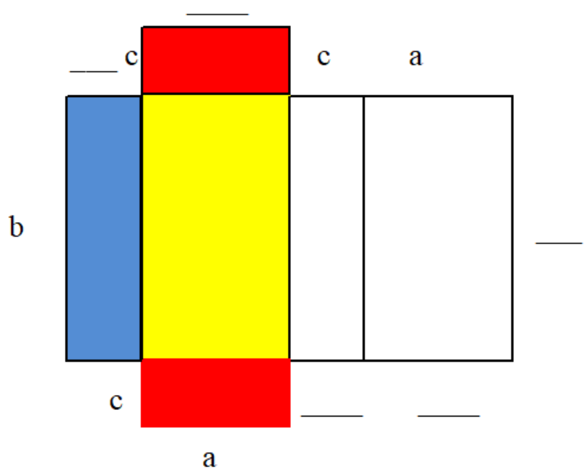
ивице које су једнаке по дужини ______ = _______ = _______ = _______

______ = _______ = _______ = _______

______ = _______ = _______ = _______

подударне стране: ________ и _________ , ________ и _________,
________ и _________

Површ квадра представљамо помоћу мреже. На цртице напиши одговарајуће слово.



Мрежа квадра се састоји из ______ правоугаоника, од којих су три пара правоугаоника подударна. Доврши започето обележавање димензија квадра.

Пошто се површ квадра састоји из 3 пара _________ правоугаоника, његова површина се израчунава када се површине свих правоугаоника саберу.

Подударне правоугаонике обоји истом бојом, као што је започето.
Површина жутог правоугаоника се израчунава $a \cdot$ ____
Површина плавог правоугаоника се израчунава ____ $\cdot$ ___
Површина ________ правоугаоника се израчунава $a \cdot c$
Пошто имамо по два правоугаоника сваке боје, површина квадра се израчунава на следећи начин:

$P = 2 \cdot a \cdot b +$ ___ $\cdot b \cdot c +$ ____ $\cdot a \cdot c$, tj. $P = 2 \cdot (a \cdot$ ___ $+ b \cdot$ ___ $+$ ___ $\cdot c)$

Закључак:Ако су димензије квадра a, b, c, онда је мерни број површине квадра

$P = 2 \cdot ($___ $\cdot$ ___ $+$ ___ $\cdot$ ___ $+$ ___ $\cdot$ ___$)$

1. Ако је дужина квадра 6cm , ширина 4cm , а висина 3cm . Израчунај површину тог квадра.

$a =$ ___cm

$b =$ ___cm

$c =$ ____cm

$P = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$

$P = 2 \cdot ($_____cm $\cdot$ 4cm + ____cm $\cdot$ 3cm + 6cm $\cdot$ ____cm)

$P = 2 \cdot ($____cm² + ____cm² + ____cm²)

$P = 2 \cdot$ ____ cm²

$P =$ ____ cm²

2. Површине неподударних страна квадра су: 14cm², 28cm² 8cm². Израчунај његову површину.

$a \cdot b =$ ____cm²

$b \cdot c =$ ____cm²

$a \cdot c =$ ____cm²

$P = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$

$P =$ ____ $\cdot$ (____cm² + ____cm² + ____cm²)

$P = 2 \cdot$ ____cm²

$P =$ _____cm²

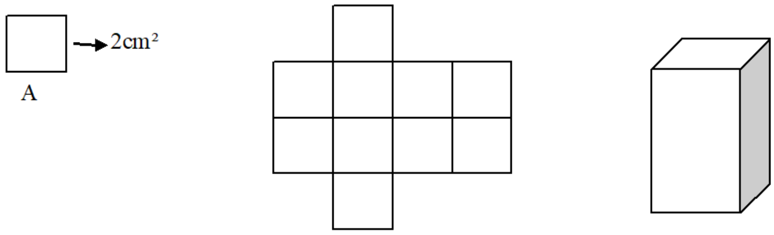
3.Димензије квадра су: 12dm, 80cm, 500mm. Израчунај његову површину.

Наставна тема:	Површина
Наставна јединица:	13. Површина квадра
Тип часа:	Диференцирано утврђивање градива
Циљ часа:	Утврђивање знања о начину израчунавања површине квадра.
Исходи часа по нивоима:	Ученик ће знати да:
	О: Именује елементе и опише особине квадра;
	С: Црта мрежу квадра;
	Н: Израчуна површину квадра.

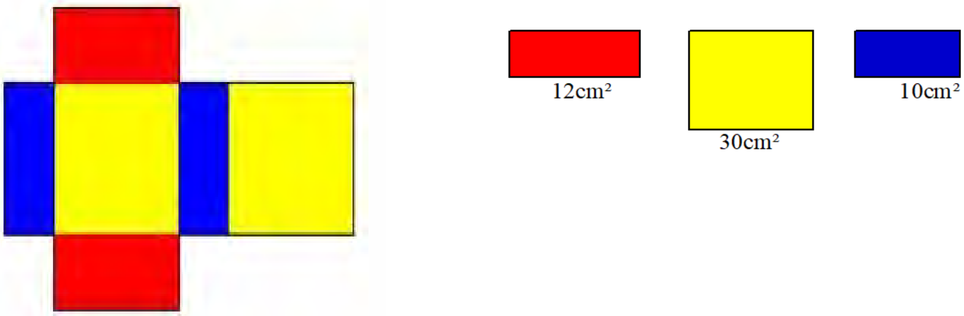
Наставни листић А

Површина квадра

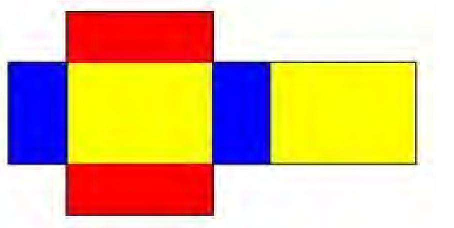
1. Девојчица жели да направи модел квадра од папира. Најпре је нацртала фигуру која представља површ тог квадра. Одреди површину тог квадра, ако је јединица мере дати квадрат А чија је површина 2 cm². (*Слика није у природној величини*).



2. Дата је мрежа квадра. Подударне стране су исте боје. Дате су површине различитих страна. Израчунај површину тог квадра.



3. Површина три различите стране квадра је $47cm^2$. Колика је површина целог квадра?

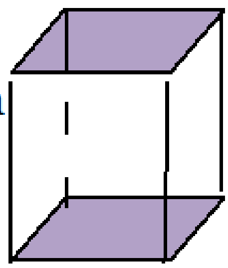


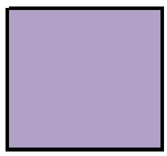
$P + P + P = 47\ cm^2$

4. Израчунај површину квадра чије су димензије: 5cm, 3cm, 7cm.

5. У основи квадра је квадрат површине $9cm^2$, а његова висина је 5cm. Израчунај површину тог квадра.

5cm





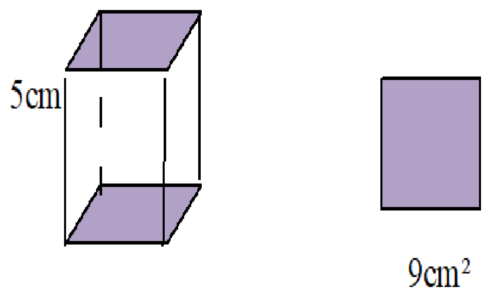
$9cm^2$

Наставни листић Б

Површина квадра

1. Израчунај површину квадра чије су димензије: 5cm, 3cm, 7cm.

2. У основи квадра је квадрат површине 9cm², а његова висина је 5cm. Израчунај површину тог квадра.



3. Израчунај површину квадра чија је дужина 8dm, ширина 15dm, а висина је два пута дужа од ширине.

4. Дужина кутије облика квадра је 16cm, ширина 1dm 2cm, а висина је 3 пута мања од ширине. Колика је површина те кутије?

5. Површина основе кутије облика квадра је 54cm², дужина је 9cm, а висина 3cm. Израчунај површину те кутије.

Наставни листић В

Површина квадра

1. Дужина кутије облика квадра је 16cm , ширина 1dm 2cm, а висина је 3 пута мања од ширине. Колика је површина те кутије?

2. Површина основе кутије облика квадра је $54cm^2$, дужина је 9cm , а висина 3cm . Израчунај површину те кутије.

3. Обим основе кутије је 32cm , а дужина је за 2cm дужа од ширине. Висина кутије је 5cm. Израчунај њену површину.

4*. Површина кутије је $180cm^2$. Израчунај њену висину, ако је њена дужина 6cm, а ширина 3cm.

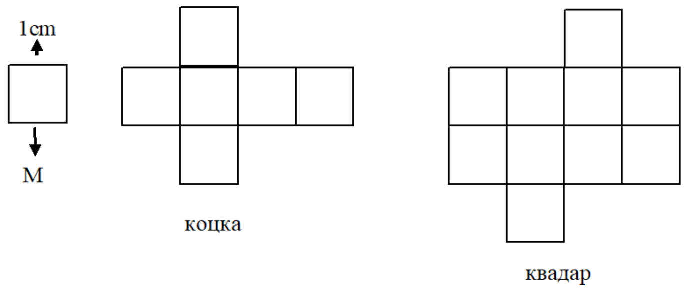
5*. Површина свих бочних страна квадра је 304 cm^2. Одреди површину целог квадра, ако је његова ширина 10 cm, а висина 8 cm. Направи такву кутију.

Наставна тема:	Површина
Наставна јединица:	14. Површина коцке и квадра
Тип часа:	Диференцирано утврђивање градива
Циљ часа:	Утврђивање знања о елементима и особинама коцке и квадра и о начину израчунавања њихове површине.
Исходи часа по нивоима:	Ученик ће знати да:
	О: именује елементе и опише особине коцке и квадра;
	С: црта мрежу коцке и квадра;
	Н: израчуна површину коцке и квадра.

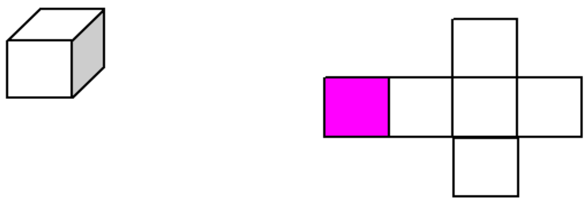
<u>Наставни листић А</u>

Површина коцке и квадра

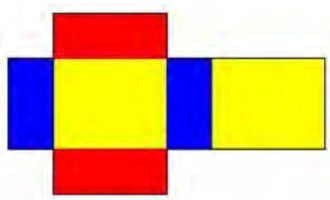
1. Одреди површину коцке и квадра чија је мрежа дата, ако је јединица мере дати квадрат М чија је површина 1 cm².

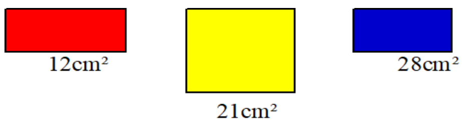


2. Површина коцке је 42dm². Израчунај површину једне њене стране.



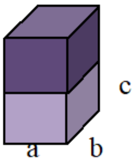
3. Дата је мрежа квадра. Подударне стране су исте боје. Дате су површине различитих страна. Израчунај површину тог квадра.





4. За колико је површина кутије облика коцке чија је ивица 4 dm мања од површине кутије облика квадра димензија 6 dm, 8 dm и 3 dm ?

5. Две коцке ивице 6cm стављене су једна на другу и тако је направљен квадар. Колика је површина тог квадра?



a = ______ cm

b = ______ cm

c = ______ cm

P = ____________________________________

P = ____________________________________

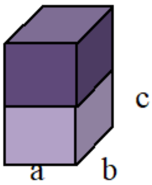
P = _____ cm²

Наставни листић Б

Површина коцке и квадра

1. За колико је површина кутије облика коцке чија је ивица 4 dm мања од површине кутије облика квадра димензија 6 dm, 8 dm и 3 dm ?

2. Две коцке ивице 6cm стављене су једна на другу и тако је направљен квадар. Колика је површина тог квадра?



a = ______ cm

b = ______ cm

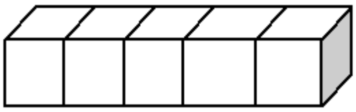
c = ______ cm

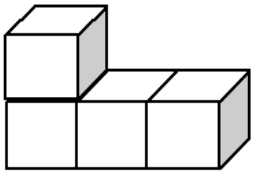
P = ____________________________________

P = ____________________________________

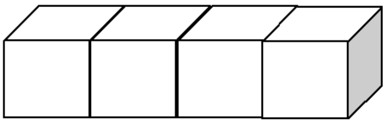
P = _____ cm²

3. Ивица коцке је 2 cm. Израчунај површину тела направљеног од више таквих коцки.

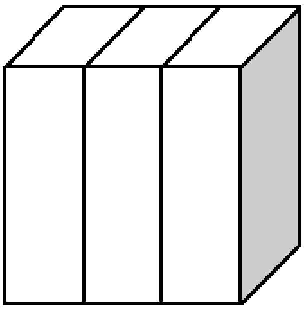
а) 

б) 

4. Ако квадар дужине 24 cm исечемо на 4 једнака дела, добићемо 4 коцке. Израчунај површину једне коцке.



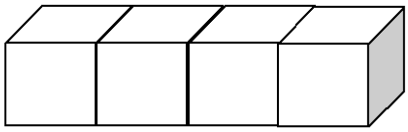
5. Ако коцку ивице 9 dm исечемо на 3 једнака дела, добићемо 3 подударна квадра. Израчунај површину једног квадра.



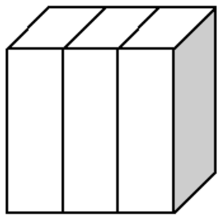
Наставни листић В

Површина коцке и квадра

1. Ако квадар дужине 24 cm исечемо на 4 једнака дела , добићемо 4 коцке. Израчунај површину једне коцке.



2. Ако коцку ивице 9 dm исечемо на 3 једнака дела , добићемо 3 подударна квадра. Израчунај површину једног квадра.



3. Збир површина страна квадра које имају заједничко теме је за 12 cm^2 мањи од површине коцке чија је ивица 6 cm. Одреди површину целог квадра.

4*. Купатило треба поплочати плочицама површине 50cm^2. Колико је таквих плочица потребно, ако се зидови поплочавају до висине од 1m 60cm, а купатило има дужину 3m и ширину 2m 5dm?

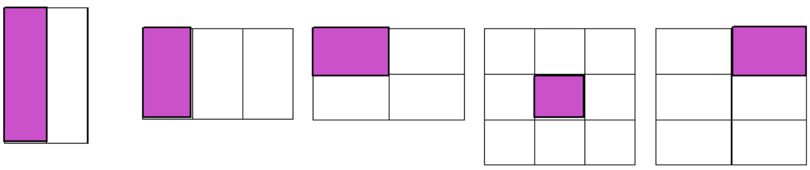
5*. Потребно је окречити собу дужине 8m , ширине 4m и висине 3m .На једном зиду је прозор ширине 80dm и висине 1m, а на другом врата ширине 1m 5dm , висине 2m . Израчунај површину собе коју треба окречити.

Наставна тема:	Бројеви
Наставна јединица:	15.Читање и писање разломака
Тип часа:	Диференцирана обрада новог градива
Циљ часа:	Стицање знања о читању и писању разломака код којих је бројилац већи од броја 1 или једнак броју 1 и разумевање односа делова и целог.
Исходи часа по нивоима:	Ученик ће знати да:
	О: прочита и запише разломке облика $\frac{m}{n}$ (m,n $\leq$ 10);
	С: препозна графички приказ разломка;
	Н: израчуна део неке целине.

Наставни листић А

Читање и писање разломака

1.Погледај дате правоугаонике. Испод црте напиши на колико делова је сваки правоугаоник подељен, а изнад црте напиши колико таквих делова је обојено за сваки правоугаоник посебно.



— — — — —

Писање разломака

***Дата црта се назива разломачка црта.**

***Број испод разломачке црте нам именује на колико једнаких делова је подељена целина и назива се именилац.**

***Број изнад црте броји колико таквих делова је обојено и назива се бројилац.**

***Број изнад црте броји колико таквих делова је обојено и назива се**

$$\frac{1}{2}$$

бројилац

разломачка црта

именилац

2. Напиши разломак чији је бројилац број 1, а именилац је број:
   а) 3 б) 7

Читање разломака

***Разломке читамо тако што најпре изговарамо бројилац, а затим именилац.**

Пр.

$\frac{1}{2}$ **једна половина** $\frac{1}{5}$ **једна петина**

3. Напиши како читамо дате разломке:

Разломак	Читамо:
$\frac{1}{3}$	
$\frac{1}{4}$	
$\frac{1}{6}$	
$\frac{1}{7}$	
$\frac{1}{8}$	
$\frac{1}{9}$	
$\frac{1}{10}$	

Половина, четвртина, десетина

***Половина неког броја се израчунава када тај број поделимо бројем 2.**

(Половина броја 120 је 120 : 2 = 60)

***Четвртина неког броја се израчунава када тај број поделимо бројем 4.**

(Четвртина броја 120 је 120 : 4 = 30)

***Десетина неког броја се израчунава када тај број поделимо бројем 10.**

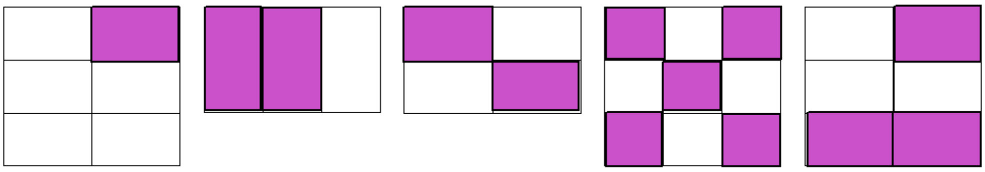
(Десетина броја 120 је 120 : 10 = 12)

4. Израчунај $\frac{1}{2}$ броја 360. ______________________________
5. Израчунај $\frac{1}{4}$ броја 240. ______________________________
6. Израчунај $\frac{1}{10}$ броја 760. ______________________________

Наставни листић Б

Читање и писање разломака

1.Погледај дате правоугаонике. Испод црте напиши на колико делова је сваки правоугаоник подељен, а изнад црте напиши колико таквих делова је обојено за сваки правоугаоник посебно.



— — — — —

Писање разломака

***Дата црта се назива <u>разломачка црта.</u>**

***Број испод разломачке црте нам именује на колико једнаких делова је подељена целина и назива се <u>именилац.</u>**

***Број изнад црте броји колико таквих делова је обојено и назива се <u>бројилац</u>.**

$$\frac{1}{2}$$

бројилац

разломачка црта

именилац

2. Напиши разломак чији је бројилац број 1, а именилац је број:

а) 3 б) 7

Читање разломака

***Разломке читамо тако што најпре изговарамо бројилац, а затим именилац.**

Пр.

$\frac{1}{2}$ **једна половина** $\frac{3}{5}$ **три петине**

3.Напиши како читамо дате разломке:

Разломак	Читамо:
$\frac{1}{3}$	
$\frac{3}{4}$	
$\frac{5}{6}$	
$\frac{2}{7}$	
$\frac{7}{8}$	
$\frac{2}{9}$	
$\frac{3}{10}$	

n-ти део неке целине

***Половина неког броја израчунава се када тај број поделимо бројем 2.**

(Половина броја 120 је 120 : 2 = 60)

***Трећина неког броја израчунава се када тај број поделимо бројем 3.**

(Трећина броја 120 је 120 : 3 = 40)

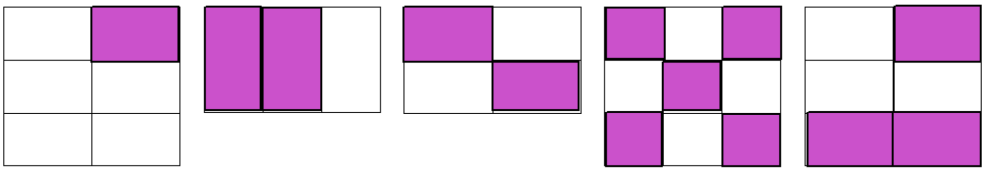
*** *n-ти део* неког броја израчунава се када тај број поделимо бројем n.**

(* *n-ти део* броја 120 је 120 : n = ______)

4. Израчунај $\frac{1}{3}$ броја 360. ______________________________
5. Израчунај $\frac{1}{7}$ броја 560. ______________________________
6. Израчунај $\frac{1}{5}$ броја 470. ______________________________

Читање и писање разломака

1.Погледај дате правоугаонике. Испод црте напиши на колико делова је сваки правоугаоник подељен, а изнад црте напиши колико таквих делова је обојено за сваки правоугаоник посебно.



— — — — —

Писање разломака

***Дата црта се назива <u>разломачка црта.</u>**

***Број испод разломачке црте нам именује на колико једнаких делова је подељена целина и назива се <u>именилац.</u>**

***Број изнад црте броји колико таквих делова је обојено и назива се <u>бројилац</u>.**

$$\frac{1}{2}$$

бројилац

разломачка црта

именилац

2. Напиши разломак чији је бројилац број 1, а именилац је број:

а) 3 б) 7

Читање разломака

***Разломке читамо тако што најпре изговарамо бројилац, а затим именилац.**

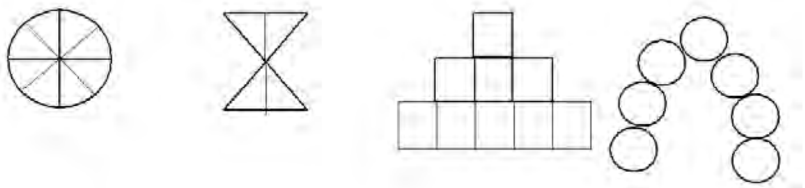
Пр.

$\frac{1}{2}$ **једна половина** $\frac{3}{5}$ **три петине**

3.Напиши како читамо дате разломке:

Разломак	Читамо:
$\frac{1}{3}$	
$\frac{3}{4}$	
$\frac{5}{6}$	
$\frac{2}{7}$	
$\frac{7}{8}$	
$\frac{2}{9}$	
$\frac{3}{10}$	

4. Графички прикажи следеће разломке:



$\frac{3}{8}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{5}{9}$ $\frac{4}{7}$

Део $\frac{a}{b}$ неког броја

*** Део $\frac{a}{b}$ неког броја одређујемо тако што број* поделимо имениоцем и помножимо бројиоцем разломка.**

Пр. $\frac{2}{3}$ *броја 120 је (120 : 3) · 2 = 40 · 2 = 80*

$\frac{3}{6}$ *броја 120 је (120 : 6) · 5 = 20 · 5 = 100*

$\frac{3}{10}$ *броја 120 је (120 : 10) · 3 = 12 · 3 = 36*

5.Израчунај $\frac{2}{3}$ броја 3600. ______________________________________

6.Израчунај $\frac{3}{7}$ броја 5600. ______________________________________

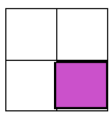
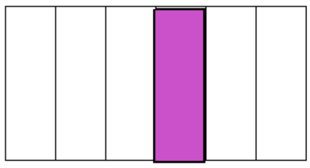
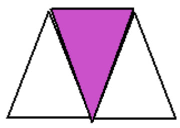
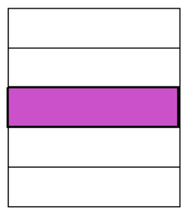
7.Израчунај $\frac{3}{5}$ броја 4750. ______________________________________

Наставна тема:	Бројеви
Наставна јединица:	16.Читање и писање разломака
Тип часа:	Диференцирано утврђивање градива
Циљ часа:	Утврђивање знања о читању и писању разломака код којих је бројилац већи од броа 1 или једнак броју 1 и разумевање односа делова и целог.
Исходи часа по нивоима:	Ученик ће знати да:
	О: прочита и запише разломке облика $\frac{m}{n}$ (m,n $\leq$ 10) и израчуна половину, четвртину, десетину броја;
	С: препозна графички приказ разломка;
	Н: израчуна део неке целине

<u>Наставни листић А</u>

Читање и писање разломака

1.Обојене делове запиши разломком и речима:

			
—	—	—	—

2. Напиши како читамо следеће разломке:

$\frac{1}{2}$ ____

$\frac{1}{4}$ ____

$\frac{1}{5}$ ____

$\frac{1}{10}$ ____

3. Повежи различитим бојама звездице на левој и десној страни тако да добијеш тачне одговоре.

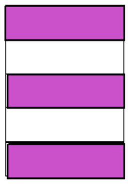
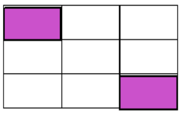
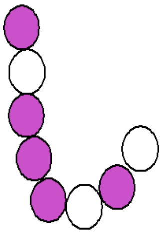
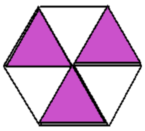
$\frac{1}{2}$ броја 420 * * 185

$\frac{1}{4}$ броја 280 * * 210

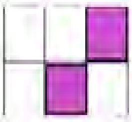
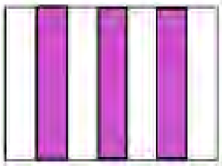
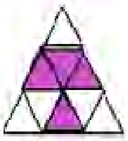
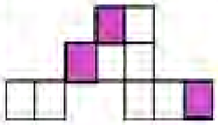
$\frac{1}{10}$ броја 850 * * 70

$\frac{1}{2}$ броја 370 * * 85

4. Обојене делове запиши разломком:

			
—	—	—	—

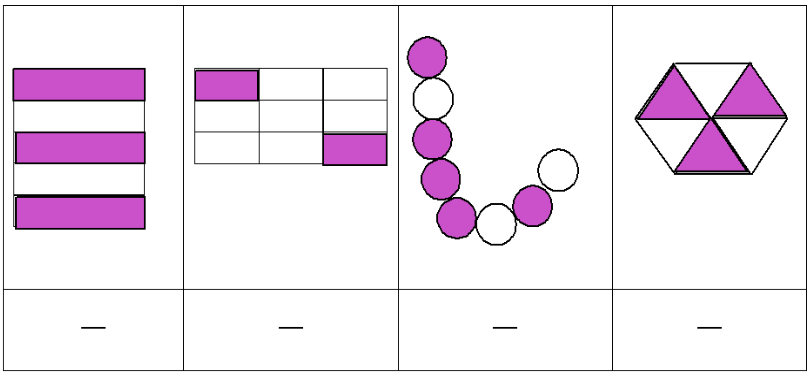
5. Обојене делове запиши речима:

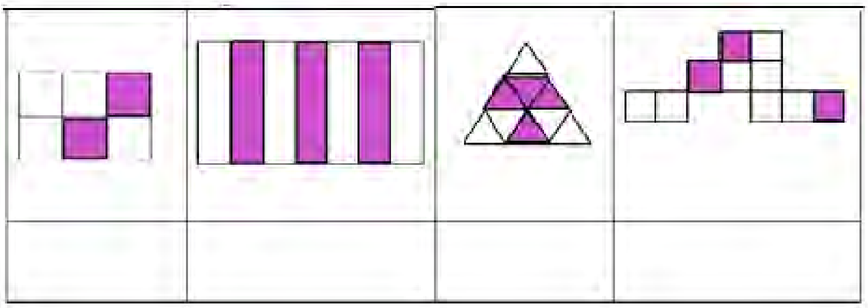
Наставни листић Б

Читање и писање разломака

1. Обојене делове запиши разломком:



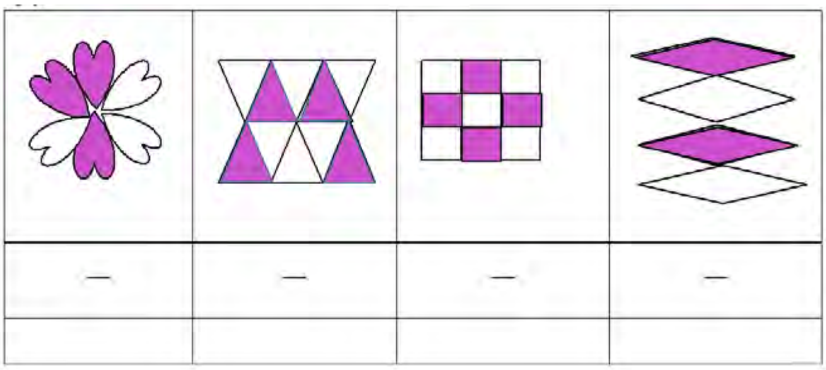
2. Обојене делове запиши речима:



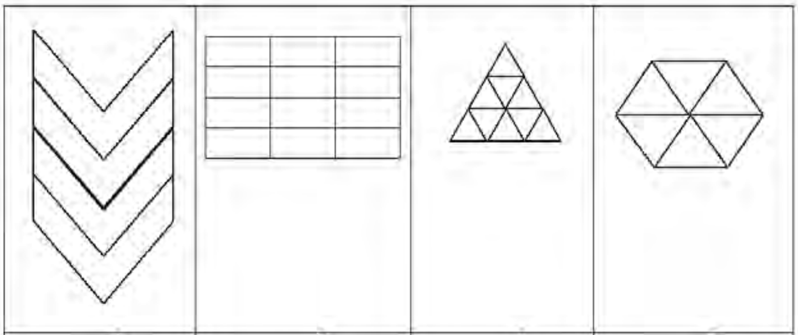
3. Израчунај:

$\frac{1}{5}$ броја 360 ____

4. Обојене делове запиши разломком и речима:



5.Обоји део фигуре изражен разломком:

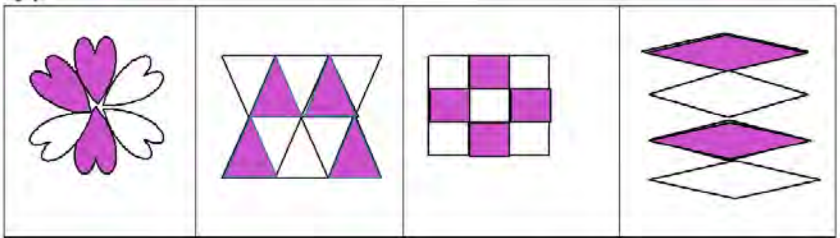


$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{6}$

Наставни листић В

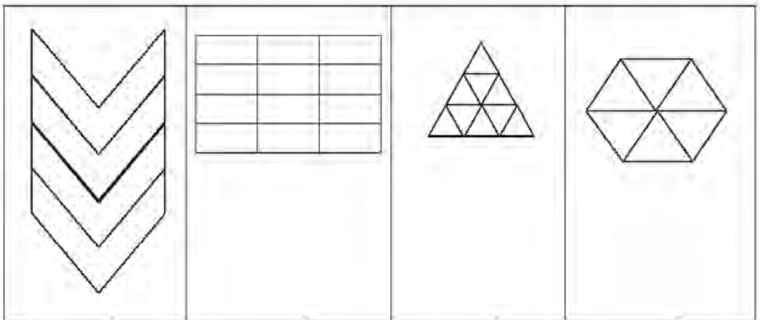
Читање и писање разломака

1. Обојене делове запиши разломком и речима:



—	—	—	—

2. Обоји део фигуре изражен разломком:



$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{6}$

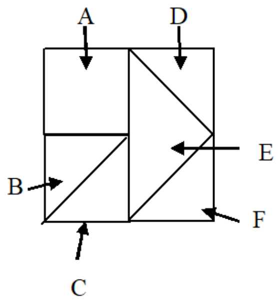
3. У одељењу има 28 ученика. Од њих $\frac{4}{7}$ има одличан успех, $\frac{1}{4}$ има врло добар успех, а остали ученици добар успех. Колико ученика из тог одељења има одличан успех, колико врло добар, а колико добар успех. Израчунај и решење прикажи графички.

Одличан успех има ________ ученика, врло добар успех има ____ ученика, а добар успех има _________ ученика.

4. Када је Лина потрошила $\frac{5}{8}$ своје уштеђевине, остало јој је 1935 динара. Колика је била Линина уштеђевина? Израчунај и прикажи графички.

Линина уштеђевина је била _________ динафра.

5. а) Квадрат је подељен на делове. Изрази разломком делове означене стрелицама:



A = _________ D = ____________

B = _________ E = ____________

C = __________ F = ____________

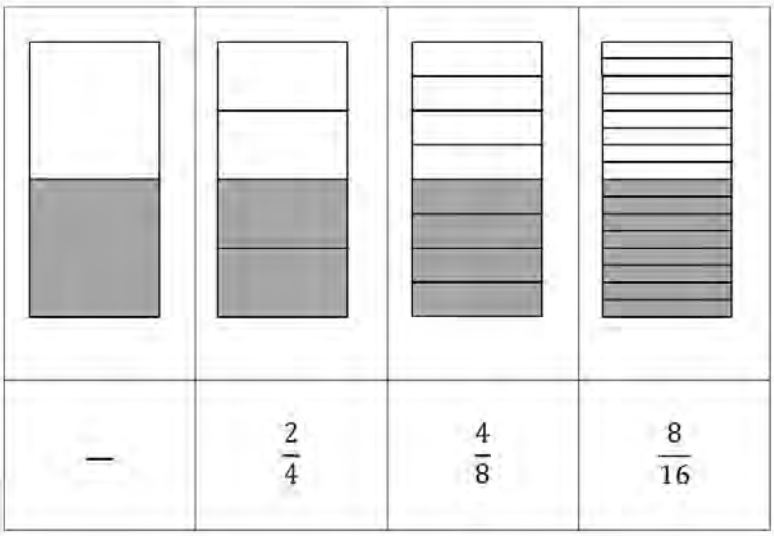
б) Нацртај квадрат и подели га на 5 различитих делова и сваки део изрази разломком, слично као у задатку под а).

Наставна тема:	Скуп природних бројева
Наставна јединица:	17.Једнакост разломака
Тип часа:	Диференцирана обрада новог градива
Циљ часа:	Стицање знања о представљању истог дела целине различитим разломцима.
Исходи часа по нивоима:	Ученик ће знати да:
	О: прочита и запише разломке облика $\frac{m}{n}$ (m,n $\leq$ 10);
	С: препозна графички приказ разломка;
	Н: исти део целине представи различитим разломцима.

<u>Наставни листић А</u>

Једнакост разломака

2. Представи разломком осенчени део првог правоугаоника. Погледај како су разломком предстаљени делови осталих правоугаоника.



а) Да ли су обојени исти делови датих правоугаоника? (Заокружи тачан одговор)

ДА/ НЕ

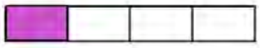
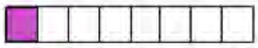
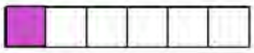
б) Да ли су обојени делови представљени једнаким или разичитим разломцима? (*Заокружи тачан одговор*)

ЈЕДНАКИМ / РАЗЛИЧИТИМ

Можемо закључити:

***Исти делови целине могу се представити *ЈЕДНАКОМ / РАЗЛИЧИТИМ* разломцима. (*Заокружи тачан одговор*.)**

2.Представи разломком осенчени део фигуре и напиши како се чита разломак који представља тај део.

фигура	разломак	читамо
	$\frac{\ }{2}$	
	$\frac{1}{4}$	једна четвртина
	$\frac{\ }{8}$	
	$\frac{\ }{3}$	
	—	

На основу датих правоугаоника, покушај да довршиш одговоре на следећа питања:

а) Колико половина има једно цело? <u>две</u>

б) Како то записујемо разломком? $\frac{2}{2}$

в) Колико четвртина има једно цело? <u>четири</u>

г) Како то записујемо? _______________

д) Колико осмина има једно цело? <u>осам</u>

ђ) Како то записујемо разломком? _____________________

е) Колико трећина има једно цело? ____________________

ж) Како то записујемо разломком? ____________________

з) Колико шестина има једно цело? ____________________

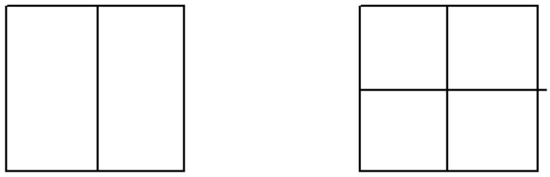
и) Како то записујемо разломком? ____________________

Можемо закључити:

***Једно цело се представља као разломак који има *ЈЕДНАКИ / РАЗЛИЧИТИ* бројилац и именилац. (Заокружи тачан одговор).**

То можемо записати: 1= $\frac{2}{2} = \frac{\ }{4} = \frac{\ }{8} = \frac{\ }{3} = \frac{6}{6}$

3.Први квадрат подељен је на два једнака дела. Осенчи један део. Други квадрат подељен је на четири једнака дела. Обоји два таква дела. Да ли су обојени делови датих квадрата једнаки? __________



На основу слике заокружи тачан одговор:

а) $\frac{1}{2}$ квадрата је мања од $\frac{2}{4}$ квадрата

б) $\frac{1}{2}$ квадрата је једнака са $\frac{2}{4}$ квадрата

в) $\frac{1}{2}$ квадрата је већа од $\frac{2}{4}$ квадрата

4.Први круг подељен је на четири једнака дела. Осенчи један део. Други круг подељен је на осам једнаких делова. Обоји два таква дела. Да ли су обојени делови датих кругова једнаки? __________

На основу слике заокружи тачан одговор:

а) $\frac{1}{4}$ круга је мања од $\frac{2}{8}$ круга

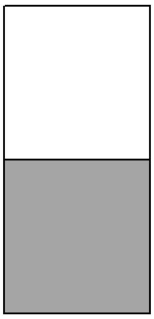
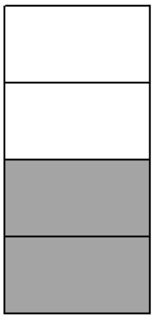
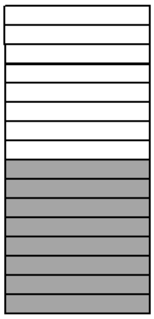
б) $\frac{1}{4}$ круга је једнака са $\frac{2}{8}$ круга

в) $\frac{1}{4}$ круга је већа од $\frac{2}{8}$ круга

Наставни листић Б

Једнакост разломака

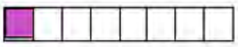
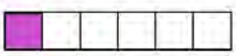
1.Представи разломком осенчене делове фигура као што је започето.

			
$\frac{1}{2}$	—	—	—

а) Да ли су обојени исти делови датих правоугаоника? __________
б) Да ли су обојени делови представљени истим или разичитим разломцима?
____

Можемо закључити:
***Исти делови целине могу се представити *ЈЕДНАКОМ / РАЗЛИЧИТИМ* разломцима. (*Заокружи тачан одговор*.)**

2.Представи разломком осенчени део фигуре и напиши како се чита разломак који представља тај део.

фигура	разломак	читамо
	—	
	$\frac{1}{4}$	једна четвртина
	—	
	—	
	—	

На основу датих правоугаоника, покушај да довршиш одговоре на следећа питања:

а) Колико половина има једно цело? <u>две</u>

б) Како то записујемо разломком? $\frac{2}{2}$

в) Колико четвртина има једно цело? ____________________

г) Како то записујемо? ________________

д) Колико осмина има једно цело? ______________________

ђ) Како то записујемо разломком? ______________________

е) Колико трећина има једно цело? ______________________

ж) Како то записујемо разломком? ______________________

з) Колико шестина има једно цело? ______________________

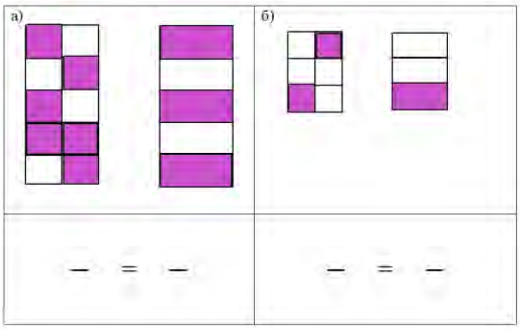
и) Како то записујемо разломком? ______________________

Можемо закључити:

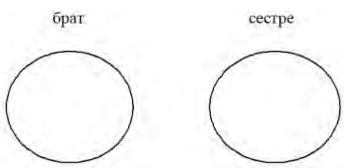
***Једно цело се представља као разломак који има *ЈЕДНАКИ / РАЗЛИЧИТИ* бројилац и именилац. (*Заокружи тачан одговор*).**

То можемо записати: 1= $\frac{2}{2} = \frac{}{4} = \frac{}{8} = \frac{}{} = \frac{}{}$

3.Представи разломком осенчене делове подударних фигура.



4.Брат је појео четвртину пице, а две сестре по осмину пице. Представи цртежом. Да ли је брат појео више, мање или исто у односу на то колико су укупно појеле сестре ?

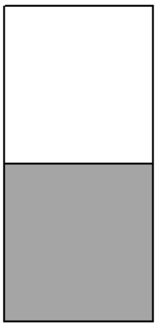
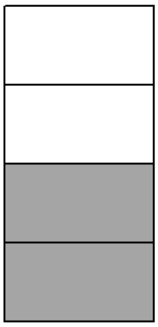
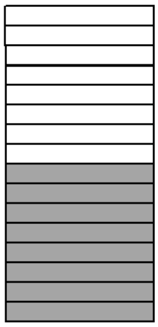


Одговор: ____

Наставни листић В

Једнакост разломака

1. Представи разломком осенчене делове фигура.

			
—	—	—	—

а) Да ли су обојени исти делови датих правоугаоника? __________

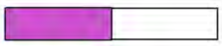
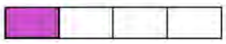
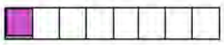
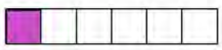
б) Да ли су обојени делови представљени истим или разичитим разломцима?

____

Можемо закључити:

***Исти делови целине могу се представити ___________________ разломцима.**

2.Представи разломком осенчени део фигуре и напиши како се чита разломак који представља тај део.

фигура	разломак	читамо
	—	
	—	
	—	
	—	
	—	

На основу датих правоугаоника, покушај да довршиш одговоре на следећа питања:

а) Колико половина има једно цело? ____________________

б) Како то записујемо разломком? ____________________

в) Колико четвртина има једно цело? __________________

г) Како то записујемо? ______________

д) Колико осмина има једно цело? ____________________

ђ) Како то записујемо разломком? ____________________

е) Колико трећина има једно цело? ____________________

ж) Како то записујемо разломком? ____________________

з) Колико шестина има једно цело? ____________________

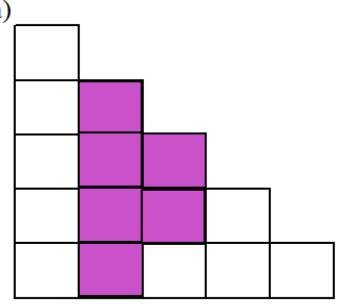
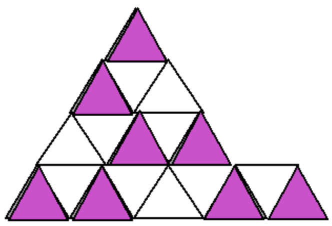
и) Како то записујемо разломком? ____________________

Можемо закључити:

***Једно цело се представља као разломак који има ____________________ бројилац иименилац.**

То можемо записати: 1= $\frac{2}{2} = \frac{\ }{\ } = \frac{\ }{\ } = \frac{\ }{\ } = \frac{\ }{\ }$

3.На основу слике допиши бројиоце и имениоце који недостају.

а)	б)
	
$\frac{6}{\ } = \frac{\ }{5}$	$\frac{\ }{18} = \frac{4}{\ }$

4.Да ли су тачне следеће реченице?

а) $\frac{2}{5}$ броја 850 једнако је са $\frac{4}{7}$ броја 595

____

Одговор: ____

б) $\frac{2}{3}$ броја 639 једано је са $\frac{3}{5}$ броја 920

____

Одговор: ____

Наставна тема:	Бројеви
Наставна јединица:	18.Једнакост разломака
Тип часа:	Диференцирано утврђивање градива
Циљ часа:	Утврђивање знања о представљању истог дела целине различитим разломцима.
Исходи часа по нивоима:	Ученик ће знати да:
	О: прочита и запише разломке облика $\frac{m}{n}$ (m,n $\leq$ 10);
	С: препозна графички приказ разломка;
	Н: исти део целине представи различитим разломцима.

<u>Наставни листић А</u>

Једнакост разломака

1. Први правоугаоник подељен је на два једнака дела. Осенчи један део. Други правоугаоник подељен је на четири једнака дела. Обоји два таква дела. Да ли су обојени делови датих правоугаоника једнаки? ___________

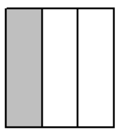
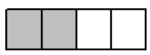
На основу слике заокружи тачан одговор:

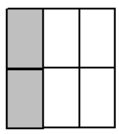
а) $\frac{1}{2}$ правоугаоника је мања од $\frac{2}{4}$ правоугаоника

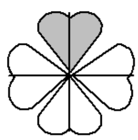
б) $\frac{1}{2}$ правоугаоника је једнака са $\frac{2}{4}$ правоугаоника

в) $\frac{1}{2}$ правоугаоника је већа од $\frac{2}{4}$ правоугаоника

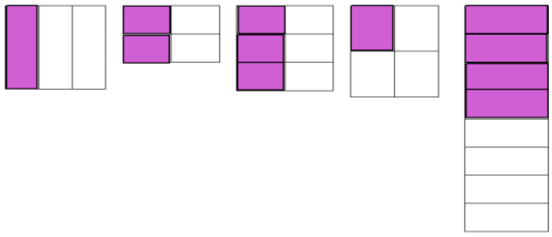
2. Означи разломком осенчени део цртажа са леве стране. Повежи цртеже са леве и десне стране којима су осенчени исти делови.

 — *   * $\frac{2}{4}$ 

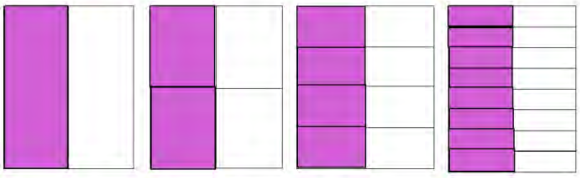
 — *   * $\frac{2}{6}$ 

 — *   * $\frac{2}{8}$ 

3.Гледајући цртеже, заокружи правоугаонике којима је осенчена $\frac{1}{2}$

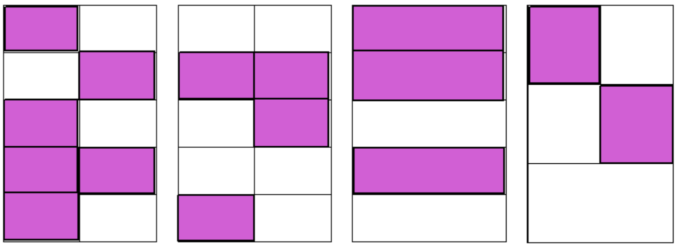


4.Представи разломком осенчене делове правоугаоника.



— = — = — = —

5.Представи разломком осенчене делове правоугаоника, а затим повежи разломке који предстаљају осенчени исти део правоугаоника.

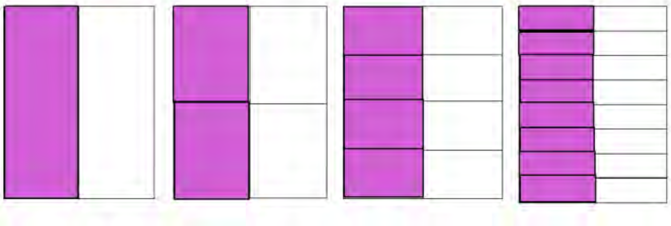


— — — —

<u>Наставни листић Б</u>

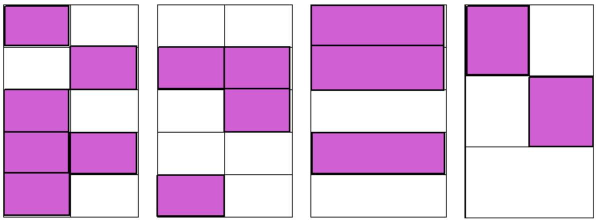
Једнакост разломака

1.Представи разломком осенчене делове правоугаоника.



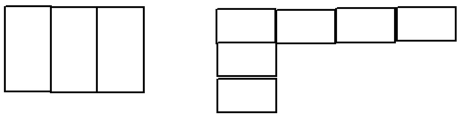
— = — = — = —

2.Представи разломком осенчене делове правоугаоника, а затим заокружи разломке који предстаљају осенчени исти део правоугаоника.



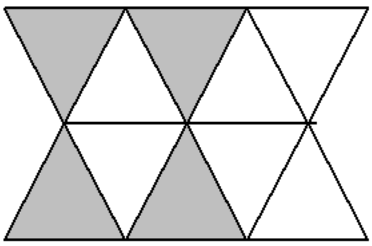
— — — —

3.Дати су делови два једнака правоугаоника представљени разломком. Доцртај део који недостаје тако да добијеш целе правоугаонике.



$\frac{3}{8}$ $\frac{6}{16}$

4.Представи разломком осенчени део фигуре. Затим нацртај другу фигуру истог облика и величине, осенчи исти део фигуре али представи различитим разломком.



—

5. Да ли су тачне следеће реченице?

а) $\frac{3}{5}$ броја 720 једнако је са $\frac{2}{3}$ броја 648

____

Одговор: ______________________________________

б) $\frac{4}{9}$ броја 819 једано је са $\frac{3}{4}$ броја 504

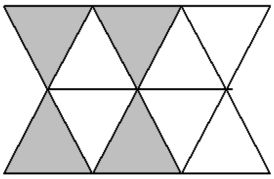
____

Одговор: ______________________________________

Наставни листић В

Једнакост разломака

1. Представи разломком осенчени део фигуре. Затим нацртај другу фигуру истог облика и величине, осенчи исти део фигуре али представи различитим разломком.



$\frac{\ }{\ }$

2. Да ли су тачне следеће реченице?

а) $\frac{3}{5}$ броја 720 једнако је са $\frac{2}{3}$ броја 648

____

Одговор: ____

б) $\frac{4}{9}$ броја 819 једано је са $\frac{3}{4}$ броја 504

____

Одговор: ____

3.Једна седмина неког броја једнака је са $\frac{5}{8}$ броја 384. Који је то број?

____

4.Упиши бројиоце иımениоце који недостају тако да добијеш тачне једнакости:

$\frac{1}{2} = \frac{\ }{8}$ $\quad \frac{3}{5} = \frac{\ }{10}$ $\quad \frac{2}{3} = \frac{6}{\ }$ $\quad \frac{8}{\ } = \frac{4}{5}$

5.Ученик је за три дана прочитао књигу која има 184 страна. Првог је прочитао $\frac{3}{8}$ књиге, $\frac{1}{4}$ другог, а трећег дана преостали део књиге. Израчунај колико је ученик прочитао страна првог, другог и трећег дана. Која два дана је прочитао исти број страна? Представи цртежом.

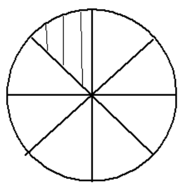
Наставна тема:	Бројеви
Наставна јединица:	19.Упоређивање разломака
Тип часа:	Диференцирана обрада новог градива
Циљ часа:	Стицање знања о упоређивању разломака (једнаки броиоци, различит именилац; једнаки imeниоци, различит бројилац).
Исходи часа по нивоима:	Ученик ће знати да:
	О: прочита и запише разломке облика $\frac{m}{n}$ (m,n ≤ 10);
	С: упореди разломке облика $\frac{m}{n}$ са једнаким бројиоцима и различитим имениоцима;
	Н: упореди разломке облика $\frac{m}{n}$ са једнаким имениоцима и различитим бројиоцима.

Наставни листић А

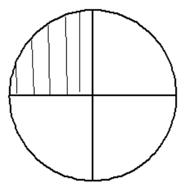
Упоређивање разломака

1. Века и Виктор су купили бурек за доручак. Века је појела осмину бурека са сиром. Виктор је појео четвртину бурека са месом . Представи разломком део круга који представља бурек који је појела Века и који је појео Виктор.

Века



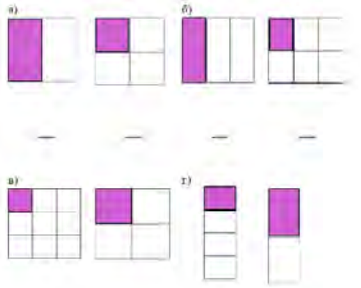
Виктор



Ко је појео веће парче бурека, Века или Виктор?

____

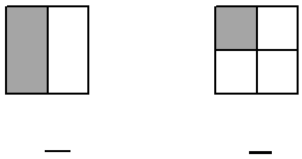
2. Представи разломком осенчени део фигуре, а затим, на основу слике, заокружи разломак који представља већи део целине.

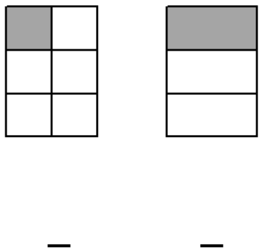


Можемо закључити:

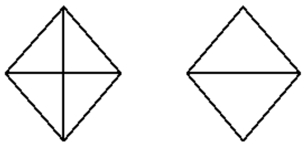
Од два разломка који имају једнаке бројиоце већи је онај чији је именилац МАЊИ/ ВЕЋИ.** ***(Заокружи тачан одговор)

3. Представи разломком осенчене делове фигура, а затим заокружи разломак који представља већи осенчени део.

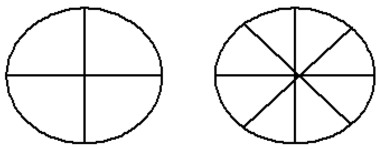
а) 

б) 

4.Осенчи део фигуре према датом разломку, а затим заокружи разломак који представља мањи део фигуре.

а) 

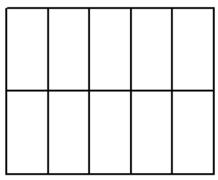
$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$

б) 

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$

5.Века и Виктор су ишли на рођендан. Рођенданска торта била је подељена на 10 једнаких делова. Века је појела $\frac{2}{10}$ торте. Осенчи на цртежу тај део торте розе бојом. Виктор је појео $\frac{3}{10}$ торте. Осенчи тај део торте плавом бојом.

торта

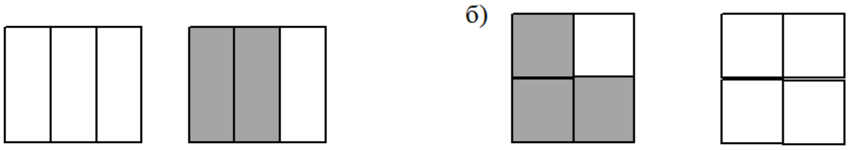


Ко је већи део торте појео, Века или Виктор? ______________________________

Значи, $\frac{3}{10}$ торте је веће од $\frac{2}{10}$ торте.

Можемо закључити:
***Од два разломка који имају једнаке имениоце, већи је онај разломак чији је бројилац већи**

6.Осенчи део фигуре назначене разломком, а затим заокружи разломак који представља већи део целине.



а) $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$

б) $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{4}$

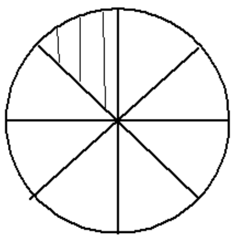
Наставни листић Б

Упоређивање разломака

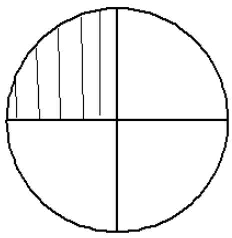
1. Века и Виктор су купили бурек са сиром и месом. Века је за доручак бурек са сиром поделила са 7 другарица на једнаке делове. Виктор је поделио бурек са месом на једнаке делове са 3 другара.

Напиши разломком који део бурека је добила Века, а који део је добио Виктор.

Века



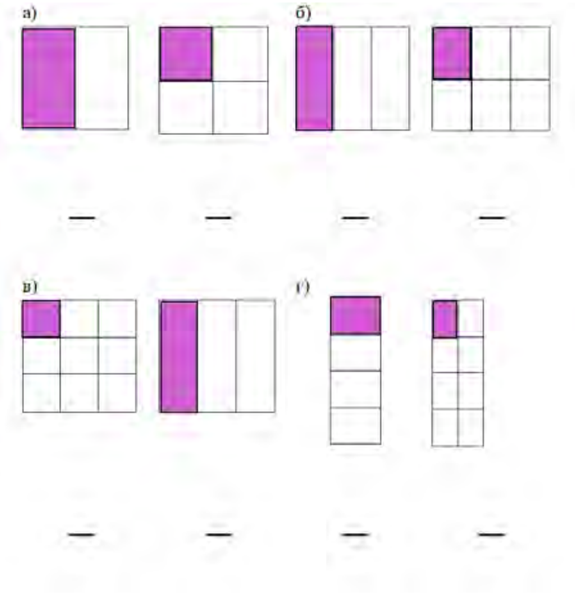
Виктор



Ко је појео веће парче бурека, Века или Виктор?

____

2.Представи разломком осенчени део фигуре, а затим, на основу слике, заокружи разломак који представља већи део целине.



Можемо закључити:
***Од два разломка који имају једнаке бројиоце већи је онај чији је именилац МАЊИ/ ВЕЋИ. (Заокружи тачан одговор)**

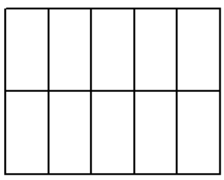
3. Поређај по величини од најмањег до највећег следеће разломке:

а) $\frac{1}{9}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}$ б) $\frac{1}{3}, \frac{1}{8}, \frac{1}{7}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$

_____________________________ _____________________________

4.Века и Виктор су ишли на рођендан. Рођенданска торта била је подељена на 10 једнаких делова. Века је појела $\frac{2}{10}$ торте. Осенчи на цртежу тај део торте розе бојом. Виктор је појео $\frac{3}{10}$ торте. Осенчи тај део торте плавом бојом.

торта



Ко је већи део торте појео, Века или Виктор? __________________________

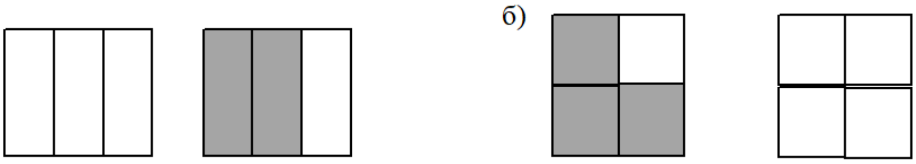
Значи, $\frac{3}{10}$ торте је __________________ од $\frac{2}{10}$ торте.

Можемо закључити:

***Од два разломка који имају једнаке имениоце, већи је онај разломак чији је бројилац ВЕЋИ / МАЊИ. (Заокружи тачан одговор).**

5.Осенчи део фигуре назначене разломком, а затим заокружи разломак који представља већи део целине.

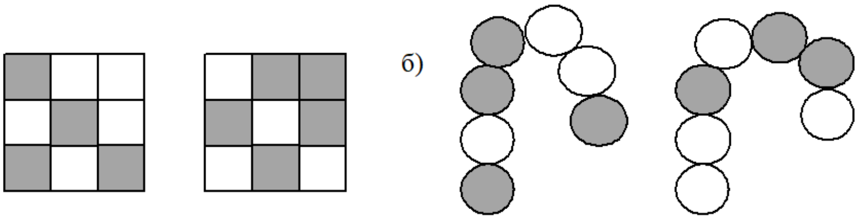
а) б)



$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{4}$

6.Представи разломком осенчене делове фигура, а затим заокружи разломак који представља већи осенчени део.

а) б)



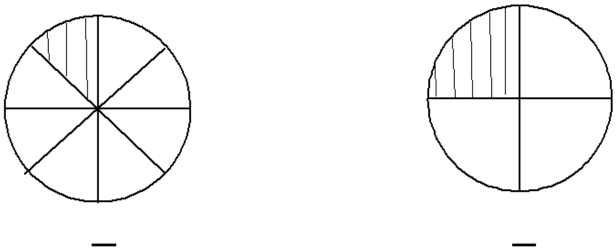
Наставни листић В

Упоређивање разломака

1. Века и Виктор су купили бурек са сиром и месом. Века је за доручак бурек са сиром поделила са 7 другарица на једнаке делове. Виктор је поделио бурек са месом на једнаке делове са 3 другара. Напиши разломком који део бурека је добила Века. __________ Напиши који део бурека је добио Виктор. ________________

Осенчи део круга који представља бурек који је добила Века и који је добио Виктор.

Века Виктор

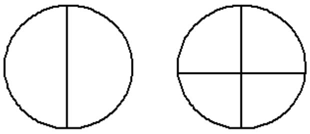


Ко је појео веће парче бурека, Века или Виктор?

____

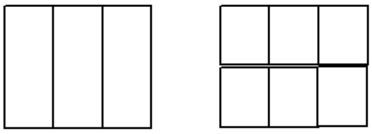
2. Осенчи део фигуре назначене разломком, а затим заокружи разломак који представља већи део целине.

а)



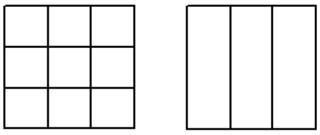
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$

б)



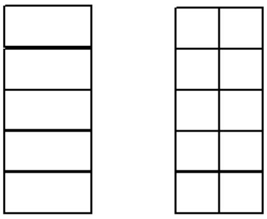
$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$

в)



$\frac{2}{9}$ $\frac{2}{3}$

г)

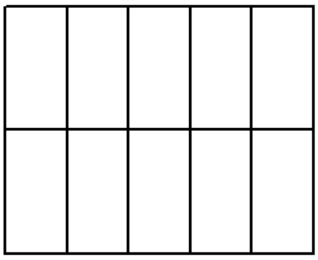


$\frac{3}{5}$ $\frac{3}{10}$

Можемо закључити:
***Од два разломка који имају једнаке бројиоце већи је онај чији је именилац ________________________.**

3. Века и Виктор су ишли на рођендан. Рођенданска торта била је подељена на 10 једнаких делова. Века је појела $\frac{2}{10}$ торте. Осенчи на цртежу тај део торте розе бојом. Виктор је појео $\frac{3}{10}$ торте. Осенчи тај део торте плавом бојом.

торта



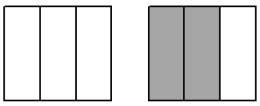
Ко је већи део торте појео, Века или Виктор? ________________________

Значи, $\frac{3}{10}$ торте је ________________ од $\frac{2}{10}$ торте.

Можемо закључити:
***Од два разломка који имају једнаке имениоце, већи је онај разломак чији је бројилац ________________________.**

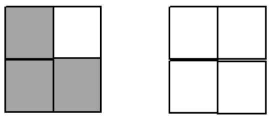
4. Осенчи део фигуре назначене разломком, а затим заокружи разломак који представља већи део целине.

а)



$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$

б)



$\frac{3}{4}$ $\frac{1}{4}$

5. Израчунај, а затим упореди:

$\frac{3}{4}$ kg ◯ 600 g $\qquad$ $\frac{3}{10}$ km ◯ 300m

$\frac{2}{3}$ h ◯ 50 min. $\qquad$ $\frac{5}{8}$ l ◯ 525 ml

6. Дечак је три дана прочитао књигу која има 320 страна. Првог дана је прочитао $\frac{1}{5}$ укупног броја страна. Другог дана је прочитао $\frac{3}{8}$ укупног броја страна. Колико страна је дечак прочитао трећег дана? Ког дана је прочитао највећи, а ког дана најмањи број страна књиге?

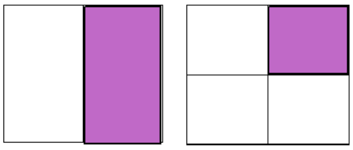
Наставна тема:	Скуп природних бројева
Наставна јединица:	20.Упоређивање разломака
Тип часа:	Диференцирано утврђивање градива
Циљ часа:	Утврђивање знања о упоређивању разломака (једнаки броиоци, различит именилац; једнаки имениоци, различит бројилац).
Исходи часа по нивоима:	Ученик ће знати да:
	О: прочита и запише разломке облика $\frac{m}{n}$ (m,n $\leq$ 10);
	С: упореди разломке облика $\frac{m}{n}$ са једнаким бројиоцима и различитим имениоцима;
	Н: упореди разломке облика $\frac{m}{n}$ са једнаким имениоцима и различитим бројиоцима.

Наставни листић А

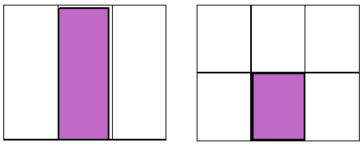
Упоређивање разломака

1. Представи разломком осенчени део фигуре, а затим, на основу слике, заокружи разломак који представља мањи део целине.

а)

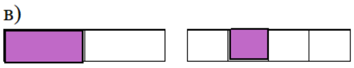


б)



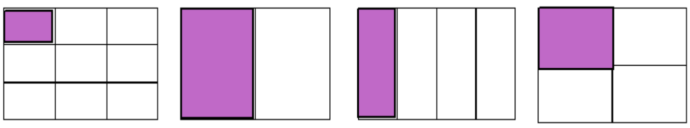
— — — —

в)



— —

2. Представи разломком осенчени део фигуре, а затим, на основу слике, заокружи разломак који представља највећи део целине.



— — — —

3. Израчунај половину броја 240 и четвртину броја 240, а затим заокружи тачан одговор.

а) $\frac{1}{2}$ броја 240 је мања од $\frac{1}{4}$ броја 240

б) $\frac{1}{2}$ броја 240 је једнака $\frac{1}{4}$ броја 240

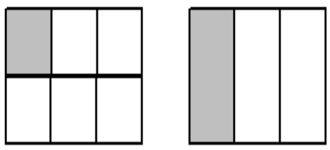
в) $\frac{1}{2}$ броја 240 је већа од $\frac{1}{4}$ броја 240

4. Поређај разломке од најмањег до највећег:

$\frac{1}{5}, \frac{1}{2}, \frac{1}{10}, \frac{1}{8}$ ________________________________

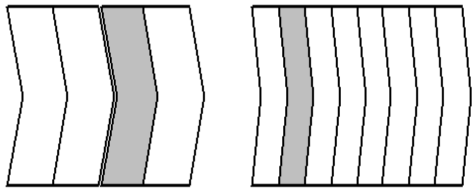
5. Представи разломком осенчени део фигуре, а затим их упореди стављајући одговарајући знак: $<$, $>$ или $=$.

а)



_ ◯ _

б)



_ ◯ _

<u>Наставни листић Б</u>

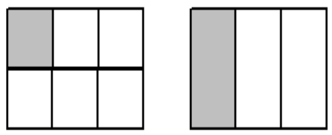
Упоређивање разломака

1. Поређај разломке од најмањег до највећег

$\frac{1}{5}, \frac{1}{2}, \frac{1}{10}, \frac{1}{8}$ ______________________________

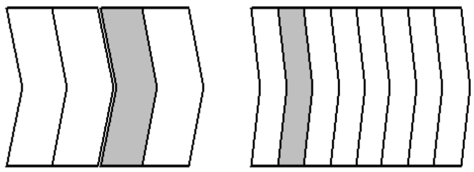
2. Представи разломком осенчени део фигуре, а затим их упореди стављајући одговарајући знак: <, > или = .

а)



___ ◯ ___

б)



___ ◯ ___

3.Влада је појео $\frac{1}{2}$ бурека, Урош је појео $\frac{1}{4}$ бурека, а Душан је појео $\frac{1}{8}$ бурека. Који дечак је појео најмањи, а који највећи део бурека?

4 .Поређај разломке од највећег до најмањег:

а) $\frac{3}{7}, \frac{3}{5}, \frac{3}{10}, \frac{3}{4}, \frac{3}{11}, \frac{3}{8}$

б) $\frac{2}{10}, \frac{6}{10}, \frac{3}{10}, \frac{1}{10}, \frac{8}{10}, \frac{7}{10}$

5.Израчунај, а затим упореди следеће делова целине

$\frac{2}{5}$ kg ◯ 400 g

$\frac{7}{10}$ km ◯ 600m

$\frac{2}{5}$ h ◯ 25 min.

$\frac{3}{4}$ l ◯ 570 ml

Наставни листић В

Упоређивање разломака

1. Поређај разломке од највећег до најмањег:

а) $\frac{3}{7}, \frac{3}{5}, \frac{3}{10}, \frac{3}{4}, \frac{3}{11}, \frac{3}{8}$

б) $\frac{2}{10}, \frac{6}{10}, \frac{3}{10}, \frac{1}{10}, \frac{8}{10}, \frac{7}{10}$

2. Израчунај, а затим упореди следеће делове целина

$\frac{2}{5}$ kg ◯ 400 g $\qquad$ $\frac{7}{10}$ km ◯ 600m

$\frac{2}{5}$ h ◯ 25 min. $\qquad$ $\frac{3}{4}$ l ◯ 570 ml

3.Путник је за три дана прешао 450 km. Првог дана је прешао $\frac{2}{9}$ пута, другог дана $\frac{4}{9}$ пута, а трећег дана остатак пута. Ког дана је прешао највише, а ког дана најмање километара?

4.Лина је појела $\frac{1}{4}$ пице, Века је појела $\frac{3}{8}$ пице, а Виктор је појео остатак пице. Изрази разломком који део пице је појео Виктор. Претстави задатак цртежом.

5.Два радника су радила неки посао. Један је урадио $\frac{6}{15}$, а други $\frac{3}{5}$ тог посла. Који радник је урадио већи део посла?

Прилог 5. Експериментални програм – решења

Наставна јединица: Јединице мере за површину- обрада		**Решење наставног листа А**		
1.T = 18 · A T = 6 · B T = 4 · C	2. Као што **мање дужине меримо јединицама мере мањим од метра m**, као што су дециметар dm, центиметар cm и милиметар mm, тако мање површине меримо јединицама мере мањим од квадратног метра, а то су: квадратни дециметар (dm^2), квадратни центиметар (cm^2), квадратни милиметар (mm^2)	Задатке: 3,4,5. проверава учитељ	6. $1dm^2 = 100cm^2$	7. 6 cm^2 , 4cm^2 , 3cm^2 ,5cm^2,

Наставна јединица: Јединице мере за површину- обрада		**Решење наставног листа Б**		
1.T = 18 · A T = 6 · B T = 4 · C	2. Као што **мање дужине меримо јединицама мере мањим од метра m**, као што су дециметар dm, центиметар cm и милиметар mm, тако мање површине меримо јединицама мере мањим од квадратног метра, а то су: квадратни дециметар (dm^2), квадратни центиметар (cm^2), квадратни милиметар (mm^2)	Задатке: 3,4,5. проверава учитељ	6. $1\ dm^2 = 100\ cm^2$ $1\ cm^2 = 100\ mm^2$	7. > , < , > < , > , <

Наставна јединица: Јединице мере за површину- обрада		**Решење наставног листа В**		
1.T = 18 · A T = 6 · B T = 4 · C ... добијамо различите мерне бројеве.	2. Као што **мање дужине меримо јединицама мере мањим од метра m**, као што су дециметар dm, центиметар cm и милиметар mm, тако мање површине меримо јединицама мере мањим од квадратног метра, а то су: квадратни дециметар (dm^2), квадратни центиметар (cm^2), квадратни милиметар (mm^2)	Задатке: 3,4,5. проверава учитељ	6. $1dm^2 = 100cm^2$ $1\ dm^2 = 10\ 000\ mm^2$ $1\ cm^2 = 100\ mm^2$ $1\ m^2 = 100\ dm^2 = 10\ 000\ cm^2 = = 1\ 000\ 000\ mm^2$	7. 1780 dm^2

Наставна јединица : Јединице мере за површину - утврђивање		**Решење наставног листа А**	
1.дужина креде cm површина пода m^2 дужина ходника m површина школске табле dm^2 површина корица свеске cm^2 дужина школске табле dm	Задатке: 2,3. проверава учитељ	4. . $1\ m^2 = 100\ dm^2 = 10\ 000\ cm^2 = 1\ 000\ 000\ mm^2$ $1\ dm^2 = 100\ cm^2 = 10\ 000\ mm^2$ $1\ cm^2 = 100\ mm^2$	5. > , < , > < . > , >

Наставна јединица: Јединице мере за површину - утврђивање		**Решење наставног листа Б**		
1. $1\ m^2 = 100\ dm^2 = 10\ 000\ cm^2 = 1\ 000\ 000\ mm^2$ $1\ dm^2 = 100\ cm^2 = 10\ 000\ mm^2$ $1\ cm^2 = 100\ mm^2$	2. > , < , > < . > , >	3.dm^2 m^2 cm^2 dm^2 cm^2 m^2	4 .800 40 000 32 000 170 000 1508 3 204 60 400 6 009	5. < > = =

Наставна јединица: Јединице мере за површину - утврђивање			**Решење наставног листа В**	
1 .800 40 000 32 000 170 000 1508 3 204 60 400 6 009	2. < > = =	3.496 dm^2	4. 748 dm^2 384dm^2 313dm^2 616 dm^2	5.Рп + Рд + Рт = 56m^2 Рп + Рд = 26m^2 Рт = 56m^2 - 26m^2 Рт = 30m^2 Рд + Рт = 36m^2 Рп = 56m^2 - 36m^2 Рп = 20m^2

				$Р_{д} = 56m^2 - (20m^2+30m^2)$ $Р_{д} = 6m^2$

Наставна јединица: Јединице мере за површину веће од квадратног метра - обрада		**Решење наставног листа А**		
Дециметрима , метрима 1.$Р_{\text{Европа}} > Р_{\text{Аустралија}} > Р_{\text{Северна Америка}}$ 7 692 024 km^2 > 24 490 km^2	2. $Р_{\text{Шар-планима}} < Р_{\text{Ђердап}}$ 39 000 ha < 63 608 ha	3. $Р_{\text{њива}} > Р_{\text{виноград}}$; 27 a	4.виноград у Вршцу, Ђердап, Копаоник, Азија, Северна Америка	5.ливада, шума
Наставна јединица: Јединице мере за површину веће од квадратног метра - обрада		**Решење наставног листа Б**		
Дециметрима, метрима квадратним 1. $Р_{\text{Антарктик}} > Р_{\text{Европа}} > Р_{\text{Аустралија}} > Р_{\text{Северна Америка}}$ 13 720 000 km^2 , 7 692 024 km^2 24 490 km^2	2. $Р_{\text{Фрушка гора}} < Р_{\text{Шар-планима}} < Р_{\text{Ђердап}}$ 22 000 ha, 39 000 ha, 63 608 ha	3. $Р_{\text{њива}} > Р_{\text{виноград}}$; 48 a > 27 a	4.виноград у Вршцу, Ђердап, Копаоник, Азија, Северна Америка	5. ливада, шума, национални паркови Србије

Наставна јединица: Јединице мере за површину веће од квадратног метра - обрада		**Решење наставног листа В**		
Центиметрима квадратним, дециметрима, метрима квадратним 1. $Р_{\text{Afrika}}$, $Р_{\text{Антарктик}}$, $Р_{\text{Европа}}$, $Р_{\text{Аустралија}}$, $Р_{\text{Северна Америка}}$ 17 840 000 km^2, 13 720 000 km^2 7 692 024 km^2 24 490 km^2	2. $Р_{\text{Фрушка гора}} < Р_{\text{Шар-планима}} < Р_{\text{Ђердап}}$ 22 000 ha < 26 672 ha < 39 000 ha < 63 608 ha	3. $Р_{\text{њива}} > Р_{\text{виноград}}$ 48 a > 35 a > 27 a	4.виноград у Вршцу, Ђердап, Копаоник, Азија, Северна Америка; 27a, 63 608ha, 11 810ha, 43 810 000 km^2 24 490 km^2	5. ливада, шума, национални паркови Србије, океани

Наставна јединица: Јединице мере за површину веће од квадратног метра- утврђивање			**Решење наставног листа А**	
1.површина континента km^2 Површина њиве a Површина ливаде a површина националних паркова Србије ha површина океана km^2	2, 75a	3. 216 a	4 1 km^2 = 100 ha = 10 000 a = 1 000 000 m^2 1 ha = 100 a = 10 000 m^2 1 a = 100m^2	5. > , < , < > , < , >

Наставна јединица: Јединице мере за површину веће од квадратног метра- утврђивање			**Решење наставног листа Б**	
1. 1 km^2 = 100 ha = 10 000 a = 1 000 000 m^2 1 ha = 100 a = 10 000 m^2 1 a = 100m^2	2. > , < , < > , < , >	3. 197 a	4. а) 1a, 1 400a. 60 000a, 320a б) 3ha, 1 800ha, 21 200ha, 63ha в) 4 km^2 , 24 km^2, 600 km^2, 20 km^2	5. = > < =

Наставна јединица: Јединице мере за површину веће од квадратног метра- утврђивање			**Решење наставног листа В**	
1. а) 1a, 1 400a. 60 000a, 320a б) 3ha, 1 800ha, 21 200ha, 63ha	2. = > < =	3. x − 4 ha 36 a = 64 a x=500a	4. 1 069 m^2, 358a, 7 254m^2, 798a, 1128m^2,	5. $Р_{\text{краставац}} + Р_{\text{парадајз}} = 15a$ $Р_{\text{парадајз}} = 4 \cdot Р_{\text{краставац}}$ $Р_{\text{краставац}} + 4 \cdot Р_{\text{краставац}} = 15a$

в) 4 km^2 , 24 km^2, 600 km^2, 20 km^2			38 144m^2	5 · Ркраставац = 15a Ркраставац = 15a : 5 Ркраставац = 3a Рпарадајз = 4 · 3a Рпарадајз = 12a

Наставна јединица: Површина правоугаоника - обрада			**Решење наставног листа А**	
1.4 квадрата, 12cm^2	2. 3 квадрата, 12, 12m^2	3. a = AB = CD = 4 cm b = BC = AD = 2 cm P = a · b P = 4 cm · 2 cm P = 8 cm^2	4. 2,3,5	5. P = 4 cm^2 P = 3 cm^2 P = 6 cm^2

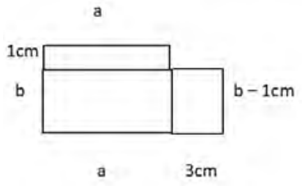
Наставна јединица: Површина правоугаоника - обрада			**Решење наставног листа Б**	
1.4 квадрата, 4 квадрата 3 · 4 = 12 3 · 4cm^2 = 12cm^2	2. 3 квадрата, 3 квадрата, 3 квадрата, 4 · 3 = 12 4 · 3cm^2 = 12cm^2	3. a = AB = CD = 4 cm b = BC = AD = 2 cm P = a · b P = 4 cm · 2 cm P = 8 cm^2 Закључак: P = a · b Површина правоугаоника одређује се множењем мерних бројева дужина његових суседних страница.	4. 96dm^2	5. b = 12dm

Наставна јединица: Површина правоугаоника - обрада			**Решење наставног листа В**	
1.4 квадрата, 4 квадрата; 3 реда по 4 квадрата 3 · 4 = 12 3 · 4cm^2 = 12cm^2	2. 3 квадрата, 3 квадрата, 3 квадрата; 4 колоне по 3 квадрата; 4 · 3 = 12 4 · 3cm^2 = 12cm^2	3. a = AB = CD = 4 cm b = BC = AD = 2 cm P = a · b P = 4 cm · 2 cm P = 8 cm^2 Закључак: P = a · b Површина правоугаоника одређује се множењем мерних бројева дужина његових суседних страница.	4. a = 40 cm b = 30cm P = 1200 cm^2	5. Поделимо фигуру на два правоугаоника. Површина једног је 35m^2, а другог је 36m^2. Површина фигуре је 35m^2 + 36m^2 = 71m^2

Наставна јединица: Површина правоугаоника - утврђивање			**Решење наставног листа А**	
1.а) 6	2. в) A и D	3.P_1 = 12 cm^2 P_2 = 6 cm^2 P_3 = 16 cm^2 P_4 = 16 cm^2	4. P =84 cm^2	5.b= 8cm

Наставна јединица: Површина правоугаоника - утврђивање			**Решење наставног листа Б**	
1. P =84 cm^2	2.b= 8cm	3. AB = CD = 40 mm BC = AD = 25 mm P = 40 mm · 25 mm P = 1000 mm^2	4. Површина школског дворишта већа од површине игралишта за 1 575 m^2	5.b= 85 m P = 1 105 m^2

Наставна јединица: Површина правоугаоника - утврђивање			**Решење наставног листа В**	
4. Површина школског дворишта већа од површине игралишта за 1 575 m^2	5.b= 85 m P = 1 105 m^2	3 Површина парка је 60 m^2. Дужина ивице парка дуж које је засађено цвеће је 21m . .	4. Могуће дужине страница правоугаоника су: 1cm и 36cm, 2cm и 18cm, 3cm и 12cm, 4cm и 9cm а) O = 2· (1 cm + 36 cm) O = 74 cm б) O = 2 · (4 cm + 9 cm)	5. Посматрамо слику:

			O = 26 cm	 На основу податка да се променом дужина страница правоугаоника површина повећала за 2 cm² и слике (површина правоугаоника странице 3 cm и b – 1 је за 2 cm^2 већа од површине правоугаоника страница 1 cm и a), можемо записати: $(b-1) \cdot 3 - a \cdot 1 = 2$ $3 \cdot b - 3 - a = 2$ $3 \cdot b - a = 2 + 3$ $3 \cdot b - a = 5$ $a = 3 \cdot b - 5$ Како је дат обим правоугаоника, можемо израчунати дужину једне странице: $O = 2 \cdot (a + b)$ $22 = 2 \cdot (3 \cdot b - 5 + b)$ $11 = 4 \cdot b - 5$ $4 \cdot b = 16$ $b = 4$ Дужина странице a је 4 cm. Сада можемо израчунати дужину друге странице: $a = 3 \cdot 4 - 5 = 12 - 5 = 7$ Дужина странице b је 7 cm. Површина је: $P = a \cdot b$ $P = 7cm \cdot 4cm = 28\ cm^2$

Наставна јединица: Површина квадрата - обрада			**Решење наставног листа А**	
1. 3 квадрата, 3 квадрата; $3 \cdot 3 = 9$; $3 \cdot 3\ cm^2 = 9\ cm^2$.	2. · 4 квадрата; $4 \cdot 4 = 16$; $4 \cdot 4cm^2 = 16\ cm^2$.	.3. a = AB = CD = BC= AD = 2 cm $P = a \cdot a$ $P = 2\ cm \cdot 2\ cm$ $P = 4\ cm^2$.	4. 5,3,5,	5. P1 = 4 cm2 P2 = 9 cm2 P3 = 16 cm2

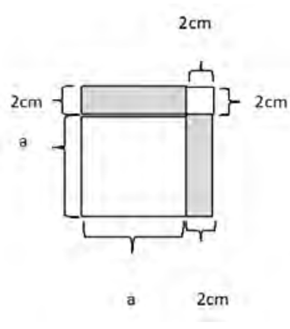
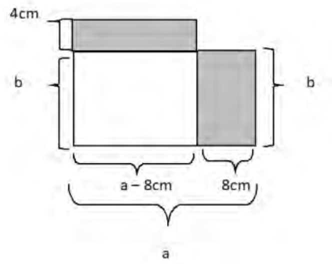
Наставна јединица: Површина квадрата - обрада			**Решење наставног листа Б**	
1. 3 квадрата, 3 квадрата, 3 квадрата; $3 \cdot 3 = 9$;	2. · 4 квадрата, 4 квадрата, 4 квадрата;	.3. a = AB = CD = BC= AD = 2 cm $P = a \cdot a$ $P = 2\ cm \cdot 2\ cm$ $P = 4\ cm^2$	4. a = 14 cm P = 196 cm².	5. Обим квадрата је 32dm, а обим правоугаоника је 40dm. Правоугаоник има већи обим пд квадрата за 8dm.

3 · 3 cm² = 9 cm².	4 колоне по 4 квадрата 4 · 4 = 16; 4 · 4cm² = 16 cm².	Закључак: P = a · b Значи: Површина квадрата одређује се множењем мерних бројева дужина његових суседних страница.		

Наставна јединица: Површина квадрата - обрада			Решење наставног листа В	
1. 3 квадрата, 3 квадрата, 3 реда по 3 квадрата; 3 · 3 =9; 3 · 3 cm² = 9 cm².	2. 4 квадрата, 4 квадрата, 4 квадрата; 4 · 4 = 16; 4 · 4cm² = 16 cm².	.3. a = AB = CD = BC= AD = 2 cm P = a · a P = 2 cm · 2 cm P = 4 cm² Закључак: P = a · b Значи: Површина квадрата одређује се множењем мерних бројева дужина његових суседних страница.	4. 900 kg јагода	5. 12 000 mm² - 2 125 mm² = 9 875 mm²

Наставна јединица: Површина квадрата - утврђивање			Решење наставног листа А	
1. в) 9	2. P = 4 cm²	.3. $P_1 = 8$ cm² $P_2 = 18$ cm² $P_3 = 32$ cm²	4. P = 25 cm²	5. a = 6 cm P = 36 cm²

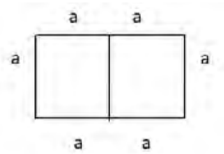
Наставна јединица: Површина квадрата - утврђивање			Решење наставног листа Б	
1. P = 25 cm²	2. a = 6 cm P = 36 cm²	.3. AB = CD = BC = AD = 25 mm P =25 mm · 25 mm P =625 mm²	4. Површина једне плочице је 4m². Потребно је 400 плочица.	5. a = 3cm P = 9cm²

Наставна јединица: Површина квадрата - утврђивање			Решење наставног листа В	
1. Површина једне плочице је 4m². Потребно је 400 плочица.	2. a = 3cm P = 9cm²	.3. Дужина једног дела слагалице је 2 cm. P = 64 cm²	4.Погледати слику:  2 · (2 · a) + 4 = 20 4 · a + 4 = 20 4 · a = 16 a = 4 O = 4 · a O = 4 · 4 O = 16 cm P = a · a P = 4 · 4 P = 16 cm²	5.Погледати слику:  Квадрат ће имати страницу дужине: a_1= a – 8, односно a_1=b + 4 Ово значи да је a – 8 = b + 4 a = b + 12 Правоугаоници који су осенчени на слици морају имати једнаке површине (јер правоугаоник из задатка и добијени квадрат имају једнаке површине. 8 ·b = 4 · (a – 8) 8 ·b = 4 ·a – 32 8 ·b = 4 ·(b + 12) – 32 8 ·b = 4 ·b + 48 – 32 4 ·b = 16 b = 16 : 4 b = 4 Дужина странице b је 4 cm.

				a = 4 + 12 a = 16 Дужина странице a је 16 cm. Оп = 2 · (16 + 4) Оп = 2 · 20 Оп = 40cm a (квадрата) =4 cm + 4 cm = 8 cm Ок = 4 · 8cm Ok = 32cm Обим правоугаоника је већи од обима квадрата за 8 cm, јер је 40 cm - 32 cm = 8 cm.

Наставна јединица: Површина правоугаоника и квадрата - утврђивање			**Решење наставног листа А**	
1.P = 20 A	2. Већу површину има квадрат.	.3. б) и в)	4. O = 36cm	5. P = 12 600 dm^2

Наставна јединица: Површина правоугаоника и квадрата - утврђивање				**Решење наставног листа Б**
1. O = 36cm	2. P = 12 600 dm^2	3. m^2 - 16 m^2 =68 m^2	4. 180 cm^2– (24cm^2 + 15cm^2) 180cm^2 – 39cm^2 141 cm^2	5. a = 6 dm P = 36 dm^2

Наставна јединица: Површина правоугаоника и квадрата - утврђивање				**Решење наставног листа В**
1. 180 cm^2– (24cm^2 + 15cm^2) 180cm^2 – 39cm^2 141 cm^2	2. a = 6 dm P = 36 dm^2	3. Отрављака=48m От = 4 · a a= 48m : 4 a = 12m дужина травњака Ртравњака = 12m · 12m Ртравњака = 144 m^2 Обаште=48m a (баште)= 12m : 3 = cm Об = 2·a + 2 · б 48m= 2·4m + 2 · б 40m = 2 · б б = 20m Рбаште = 4m · 20m Рбаште = 80 m^2 Површине се разликују за 64 m^2	4. P баште = P парка = 2a 56 m^2 a · a = 256 m^2 a =16 m дужина парка a =16 m : 2 = 8 m дужина баште 8 m · b = 256 b = 256 m^2 : 8m b = 32m Ширина баште је 32m	5.  a (квадрата) = 84cm: 6 = 14cm O (квадрата) = 4 · 14 cm = 56 cm P (квадрата) = 14 cm · 14 cm = 196cm^2 a (правоугаоника) = 14cm + 14cm = 28 cm. b (правоугаоника) = 14cm O (правоугаоника) = 84 cm P (правоугаоника) = 28 cm · 14 cm = 392cm^2 Обим правоугаоника је већи од обима квадрата за 28 cm. Површина правоугаоника је већа од површине квадрата за 196 m^2

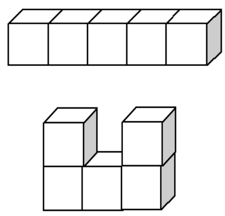
Наставна јединица Површина коцке - обрада				**Решење наставног листа А**
P = a · a P = 6 · (a · a)	1.P стр. = 4 cm^2 P коцке = 6 · 4cm^2 P коцке = 24 cm^2	2. P = 6 ·3 cm^2 P = 18 cm^2	3. P = 6 · 5cm^2 P = 30 cm^2	4. a = 3cm P = 6 · (a · a) P = 6 · (3cm ·3cm) P = 6 · 9cm^2 P = 54 cm^2

Наставна јединица Површина коцке - обрада			**Решење наставног листа Б**	
горња страна коцке EFGH десна странуа коцке BCGF P = a · a P = 6 · (a · a) P = 6 · (a · a)	1.P стр. = 4 cm^2 P коцке = 6 · 4cm^2 P коцке = 24 cm^2	2. P = 6 ·3 cm^2 P = 18 cm^2	3. P = 6 · 5cm^2 P = 30 cm^2	5. a = 15 mm P = 6 · (15 mm · 15 mm) P = 6 · 225 mm^2 P = 1 350 mm^2 Цртање мреже коцке проверава учитељ.

Наставна јединица Површина коцке - обрада		**Решење наставног листа В**		
темена коцке: A,B,C,D,E,F,G,H ивице коцке: AB, BC, CD, DA, EF, FG, GH, HE, AE, BF, CG, DH стране коцке: ABCD, EFGH, ABFE, DCGH, BCGF, ADHE P = a · A површ коцке састоји из 6 подударних квадрата P = 6 · (a · a) P = 6 · (a · a)	1.P стр. = 4 cm^2 P коцке = 6 · 4cm^2 P коцке = 24 cm^2	2. P = 6 ·3 cm^2 P = 18 cm^2	3. P = 6 · 15 mm^2 P = 90 mm^2	4. a = 3cm P = 6 ·3 cm^2 P = 18 cm^2 Мрежу коцке проверава учитељ.

Наставна јединица Површина коцке - утврђивање				**Решење наставног листа А**
1.P = 6 · 1 cm^2 P = 6 cm^2	2.P = 6 · 5cm^2 P = 30 cm^2	3.a = 54 cm^2 : 6 a = 9 cm^2	4. a = 2cm P = 6 · (a · a) P = 6 · (2cm ·2cm) P = 6 · 4cm^2 P = 24 cm^2	5. a = 48 cm : 12 a = 4 cm P = 6 · (a · a) P = 6 · (4cm ·4cm) P = 6 · 16cm^2 P = 96 cm^2

Наставна јединица Површина коцке - утврђивање			**Решење наставног листа Б**	
1. a = 2cm P = 6 · (a · a) P = 6 · (2cm ·2cm) P = 6 · 4cm^2 P = 24 cm^2	2. a = 48 cm : 12 a = 4 cm P = 6 · (a · a) P = 6 · (4cm ·4cm) P = 6 · 16cm^2 P = 96 cm^2	3 a = 32 dm : 4 a = 8 dm P = 6 · (a · a) P = 6 · (8cm · 8cm) P = 6 · 64cm^2 P = 384 cm^2	4. a = 2cm 4mm = 24 mm P = 3 456mm^2	5. Површина прве кутије је 864 cm^2 Површина друге кутије је 96. cm^2 Површина прве кутије је већа од површине друге кутије за 768 cm^2

Наставна јединица Површина коцке - утврђивање			**Решење наставног листа В**	
1. a = 2cm 4mm = 24 mm P = 3 456mm^2	2. Површина прве кутије је 864 cm^2 Површина друге кутије је 96. cm^2 Површина прве кутије је већа од површине друге кутије за 768 cm^2	3 За прављење веће кутије потребно је 294 dm^2 За прављење мање кутије потребно је 96 dm^2. Површина једне стране мање кутије је 96 dm^2: 6 = 16dm.	4. Три стране коцке имају заједничко теме. Површина једне стране коцке је 432cm^2: 3 = 144cm^2 a · a = 144cm^2 a= 12cm дужина ивице 12 · 12 cm = 144 cm збир ивица O = 4 ·a O = 4 · 12 cm O = 48cm обим једне стране P = a · a P = 12cm · 12cm P = 144cm^2 површина једне стране P = 6 · (12cm · 12cm) P = 6 · 144cm^2 P = 864 cm^2 површина коцке	5.Површину тела чине 18 квадрата дужине 2 cm P = 18 · (2cm · 2cm) P = 18 · 4m^2 P = 72 cm^2 Нека од могућих решења: 

Наставна јединица Површина квадра - обрада			**Решење наставног листа А**
Површина црвеног правоугаоника се израчунава $a \cdot c$	1. Проверава учитељ.	2. $P = 2 \cdot (8\ cm^2 + 6\ cm^2 + 12\ cm^2)$ $P = 2 \cdot 26\ cm^2$ $P = 52\ cm^2$	4. $a = 6\ cm$ $b = 4\ cm$ $c = 3\ cm$ $P = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$ $P = 2 \cdot (6cm \cdot 4cm + 4cm \cdot 3cm + 6cm \cdot 3cm)$ $P = 2 \cdot (24cm^2 + 12cm^2 + 18cm^2)$ $P = 2 \cdot 54\ cm^2$ $P = 108\ cm^2$

Наставна јединица Површина квадра - обрада			**Решење наставног листа Б**
$P = a \cdot a$ Површина квадра састоји из 3 пара подударних правоугаоника; $a \cdot b$ $b \cdot c$ црвеног правоугаоника $P = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot a \cdot c$	1. $a = 6\ cm$ $b = 4\ cm$ $c = 3\ cm$ $P = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$ $P = 2 \cdot (6cm \cdot 4cm + 4cm \cdot 3cm + + 6cm \cdot 3cm)$ $P = 2 \cdot (24cm^2 + 12cm^2 + 18cm^2)$ $P = 2 \cdot 54\ cm^2$ $P = 108\ cm^2$	2 $a \cdot b = 14\ cm^2$ $b \cdot c = 28\ cm^2$ $a \cdot c = 8\ cm^2$ $P = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$ $P = 2 \cdot (14cm^2 + 28cm^2 + 8cm^2)$ $P = 2 \cdot 50\ cm^2$ $P = 100\ cm^2$	3. $a = 15\ mm$ $b = 25\ mm$ $c = 10\ mm$ $P = 1\ 550\ mm^2$ Мрежу проверава учитељ.

Наставна јединица Површина квадра - обрада			**Решење наставног листа В**
темена:A,M,N,I,B,O,G,V ивице које су једнаке по дужини: AM = NI = BO = VG AB = IV= MO = NG AI = BV = MN = OG подидарне стране: AMOB и INGV BOGV и AMNI AIVB и MNGO; 6 правоугаоника 3 пара подударних правоугаоника; $a \cdot b$ $b \cdot c$ црвеног правоугаоника $P = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot a \cdot c$ $P = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$	1. $a = 6\ cm$ $b = 4\ cm$ $c = 3\ cm$ $P = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$ $P = 2 \cdot (6cm \cdot 4cm + 4cm \cdot 3cm + + 6cm \cdot 3cm)$ $P = 2 \cdot (24cm^2 + 12cm^2 + 18cm^2)$ $P = 2 \cdot 54\ cm^2$ $P = 108\ cm^2$	2 $a \cdot b = 14\ cm^2$ $b \cdot c = 28\ cm^2$ $a \cdot c = 8\ cm^2$ $P = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$ $P = 2 \cdot (14cm^2 + 28cm^2 + 8cm^2)$ $P = 2 \cdot 50\ cm^2$ $P = 100\ cm^2$	3. $a = 12dm$ $b = 80cm = 8dm$ $c = 5dm$ $P = 1196\ dm^2$

Наставна јединица Површина квадра - утврђивање			**Решење наставног листа А**	
1. $P = 10 \cdot\cdot 2\ cm^2$ $P = 20\ cm^2$	2. $P = 2 \cdot (12cm^2 + 30cm^2 + 10cm^2)$ $P = 2 \cdot 52cm^2$ $P = 104cm^2$	3 $P = 2 \cdot 47cm^2$ $P = 94cm^2$	4. $a = 5\ cm$ $b = 3\ cm$ $c = 7\ cm$ $P = 142\ cm^2$	5. $a = 3\ cm$ $b = 3\ cm$ $c = 5\ cm$ $P = 78\ cm^2$

Наставна јединица Површина квадра - утврђивање			**Решење наставног листа Б**	
1. a = 5 cm b = 3 cm c = 7 cm P = 142 cm^2	2. a = 3 cm b = 3 cm c = 5 cm P = 78 cm^2	3 a = 8 dm b = 15 dm c = 30 dm P = 1 620 dm^2	4. a = 16 cm b = 1 dm 2cm = 12 cm c = 12 cm : 3 = 4 cm P = 608 cm^2	5. a = 9 cm b = 54cm^2 : 9 cm = 6 cm c = 3 cm P = 198 cm^2

Наставна јединица Површина квадра - утврђивање			**Решење наставног листа В**	
1. a = 16 cm b = 1 dm 2cm = 12 cm c = 12 cm : 3 = 4 cm P = 608 cm^2	2. a = 9 cm b = 54cm^2 : 9 cm = 6 cm c = 3 cm P = 198 cm^2	3 O основе = 32cm a = b + 2cm 32cm = 2 · (a + b) 32cm = 2 · (b + 2cm + b) 16cm = b + 2cm + b 14cm = b + b b = 14cm : 2 b = 7cm a = 7 cm + 2cm = 9 cm c = 5 cm P = 2·(a·b + a·c + b·c) P = 2·(9·7 + 9·5 + 7·5) cm^2 P= 2·(63 + 45 + 35) cm^2 P= 2·143 cm^2 P = 286 cm^2	4. a = 6 cm b = 3 cm P = 180 cm^2 P = 2·(a·b + a·c + b·c) 180 = 2·(6·3 + 6·c + 3·c) 90 = 18 + 9·c 9·c = 72 c = 72 : 9 c = 8 Дужина странице c је 8 cm.	5. 2 · (a · c + b · c) = 304 cm^2 b = 10 cm c = 8 cm 2·(a · 8cm + 10cm · 8cm) = 304 cm^2 a · 8cm + 80cm^2 = 304 cm^2 : 2 a · 8cm + 80cm^2 = 152 cm^2 a · 8cm = 152 cm^2 - 80cm^2 a · 8cm =72 cm^2 a = 9 cm P = 2·(a·b + a·c + b·c) P = 2·(9·10 + 9·8 + 10·8) cm^2 P = 2·(90 + 72 + 80) cm^2 P = 2·242 cm^2 P = 484 cm^2

Наставна јединица Површина квадра и коцке - утврђивање			**Решење наставног листа А**	
1. Површина коцке је 6 cm^2. Површина квадра је 10 cm^2.	2. 42dm^2 : 6 = 8 dm^2	3 a · b = 12 cm^2 b · c = 21 cm^2 a · c = 28 cm^2 P = 2 · (a · b + b · c + a · c) P = 2 352 cm^2	4. Површина кутије облика коцке је 64dm^2 Површина кутије облика квадра је 180dm^2. Површина кутије облика коцке има мању површину од кутије облика квадра за 116 dm^2.	3 a = 6 cm b = 6 cm c = 12 cm P = 360 cm^2

Наставна јединица Површина квадра и коцке - утврђивање			**Решење наставног листа Б**	
1. Површина кутије облика коцке је 64dm^2 Површина кутије облика квадра је 180dm^2. Површина кутије облика коцке има мању површину од кутије облика квадра за 116 dm^2.	2 a = 6 cm b = 6 cm c = 12 cm P = 360 cm^2	3 a) P = 88 cm^2 б) P = 72 cm^2	4. Дужина коцке је 24 cm : 4 = 6 cm P = 216cm^2	5 Ивице квадра су: 3 dm, 9 dm, 9 dm P = 126cm^2

Наставна јединица Површина квадра и коцке - утврђивање			**Решење наставног листа В**	
1. Дужина коцке је 24 cm : 4 = 6 cm P = 216cm²	2 Ивице квадра су: 3 dm, 9 dm, 9 dm P = 126cm²	3 Површина коцке је 216 cm² a · b + b · c + a · c = 204cm² P = 408 cm²	4. Рплочице = 50cm² Купатило: a = 3m = 300cm=30dm b = 2m 5dm = 250cm=25dm c = 1m 60cm = 160cm=16dm P = 2·(a·b + a·c + b·c) P = 2·(30·25 + 30·16 + 25·16) dm² P = 2·(750 + 480 + 400) P = 2·1630 dm² P = 3260dm²= 326000cm² 326000 cm² : 50cm² = 6520 плочица	5. Под се не кречи. Површина која се кречи је: P = a · b + 2 · (a · c + b · c) P = 8m · 4m + 2 · (8m · 3m + 4m · 3m) P = 32 m² + 2 · (24 m² + 12 m²) P = 32 m² + 2 · 36 m² P = 32 m² + 72 m² P = 104 m² Површина прозора: a = 80dm = 8m b = 1m P = a · b P = 8 m² Површина врата: a = 1m 5dm b = 2m = 20dm P = a · b P = 300 dm² = 3m² Од површине зидова и плафона одузети површину прозора и врата 104 m² - (8m² + 3m²) = = 104m² -11m² = 93m²

Наставна јединица Читање и писање разломака **- обрада**				**Решење наставног листа А**	
1. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{6}$	2. а) $\frac{1}{3}$ б) $\frac{1}{7}$	3 једна трећина, једна четвртина једна шестина једна седмина једна осмина једна деветина једна десетина	4. 180	5. 60	6. 76

Наставна јединица Читање и писање разломака **- обрада**				**Решење наставног листа Б**	
1. $\frac{1}{6}, \frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \frac{5}{9}, \frac{3}{6}$	2. а) $\frac{1}{3}$ б) $\frac{1}{7}$	3 једна трећина, три четвртине пет шестина две седмине седам осмина две деветине три десетине	4. 120	5. 80	6. 94

Наставна јединица Читање и писање разломака - **обрада**				**Решење наставног листа В**		
1. $\frac{1}{6}, \frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \frac{5}{9}, \frac{3}{6}$	2. а) $\frac{1}{3}$ б) $\frac{1}{7}$	3 једна трећина, три четвртине пет шестина две седмине седам осмина две деветине три десетине	4. Обојити 3,2,5,4 дела	5. 2 400	6. 2 400	7. 2 850

Наставна јединица Читање и писање разломака - **утврђивање**			**Решење наставног листа А**	
1. $\mathbf{\frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}}$	2. једна половина, једна четвртина једна петина једна десетина	3 $\frac{1}{2}$ броја 420 је 210 $\frac{1}{4}$ броја 280 је 70 $\frac{1}{10}$ броја 850 је 85 $\frac{1}{2}$ броја 370 је 185	4. $\mathbf{\frac{3}{5}, \frac{2}{9}, \frac{5}{8}, \frac{3}{6}}$	5. две шестине, три седмине, четири деветине, пет четрнаестина

Наставна јединица Читање и писање разломака **- утврђивање**			**Решење наставног листа Б**	
1. $\mathbf{\frac{3}{5}, \frac{2}{9}, \frac{5}{8}, \frac{3}{6}}$	2.две шестине три седмине четири деветине пет четрнаестина	3 360 : 5 = 72	4. $\mathbf{\frac{3}{6}, \frac{4}{10}, \frac{6}{14}, \frac{2}{4}}$	5. Обоји: 3,5,4,2 дела

Наставна јединица Читање и писање разломака **- утврђивање**			**Решење наставног листа В**	
4. $\mathbf{\frac{3}{6}, \frac{4}{10}, \frac{6}{14}, \frac{2}{4}}$	5. Обоји: 3,5,4,2 дела	3 Одличан успех има 16 ученика, врло добар успех има 7 ученика, а добар успех има 5 ученика.	4. $\mathbf{\frac{3}{8}}$ уштеђевине су 1935 динара. Уштеђевина је 5 160 динара.	5. а) A = $\mathbf{\frac{1}{4}}$ **B =** $\mathbf{\frac{1}{8}}$ **C =** $\mathbf{\frac{1}{8}}$ **D =** $\mathbf{\frac{1}{8}}$ **E =** $\mathbf{\frac{1}{4}}$ **F =** $\mathbf{\frac{1}{8}}$ б) проверава учитељ

Наставна јединица Једнакост разломака - обрада		**Решење наставног листа А**	
1. $\frac{1}{2}$, да, различитим	2. $\frac{1}{2}$ једна половина $\frac{1}{8}$ једна осмина $\frac{1}{3}$ једна трећина $\frac{1}{2}$ једна шестина г) $\frac{4}{4}$, ђ) $\frac{8}{8}$, е) 3 ж) $\frac{3}{3}$, з) 6 и) $\frac{6}{6}$, једнаки **1=** $\frac{2}{2} = \frac{4}{4} = \frac{8}{8} = \frac{3}{3} = \frac{6}{6}$	4. Јесу б) $\frac{1}{2}$ квадрата је једнака са $\frac{2}{4}$ квадрата	5. б) $\frac{1}{4}$ круга је једнака са $\frac{2}{8}$ круга

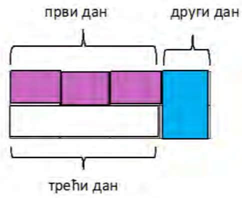
Наставна јединица Једнакост разломака - обрада			**Решење наставног листа Б**
1. $\mathbf{\frac{2}{4}, \frac{4}{8}, \frac{8}{16}}$ а) јесу б)различитим разломцима	2. $\frac{1}{2}$ једна половина $\frac{1}{8}$ једна осмина $\frac{1}{3}$ једна трећина $\frac{1}{2}$ једна шестина в) 4 г) $\frac{4}{4}$, д) 8 ђ) $\frac{8}{8}$, е) 3 ж) $\frac{3}{3}$, з) 6 и) $\frac{6}{6}$, једнаки **1=** $\frac{2}{2} = \frac{4}{4} = \frac{8}{8} = \frac{3}{3} = \frac{6}{6}$	3 а) $\mathbf{\frac{6}{10} = \frac{3}{5}}$ **б)** $\mathbf{\frac{2}{6} = \frac{1}{3}}$	4. Брат је појео исто у односу на то колико су укупно појеле сестре.

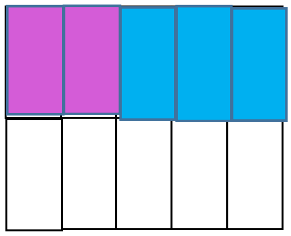
Наставна јединица Једнакост разломака - обрада			**Решење наставног листа В**
1. $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{4}{}, \frac{8}{16}$ **исти, различитим, различитим**	2. $\frac{1}{2}$ једна половина $\frac{1}{8}$ једна осмина $\frac{1}{4}$ једна четвртина $\frac{1}{3}$ једна трећина $\frac{1}{2}$ једна шестина а) 2 б) $\frac{2}{2}$ в) 4 г) $\frac{4}{4}$, д) 8 ђ) $\frac{8}{8}$, е) 3 ж) $\frac{3}{3}$, з) 6 и) $\frac{6}{6}$, једнаки **1=** $\frac{2}{2} = \frac{4}{4} = \frac{8}{8} = \frac{3}{3} = \frac{6}{6}$	3 а) $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ б) $\frac{8}{18} = \frac{4}{9}$	4. а) тачно б) није тачно 5.

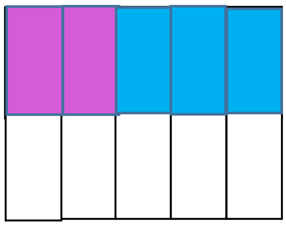
Наставна јединица Једнакост разломака - утврђивање			**Решење наставног листа А**	
1. Јесу б) $\frac{1}{2}$ правоугаоника је једнака са $\frac{2}{4}$ правоугаоника	2. $\frac{1}{3}$ и $\frac{2}{6}$ $\frac{1}{4}$ и $\frac{2}{8}$ $\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{4}$	3 Други, трећи, пети	4. $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$	5. $\frac{6}{10}$ $\frac{4}{10}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{5}$

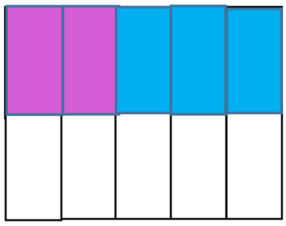
Наставна јединица Једнакост разломака - утврђивање			**Решење наставног листа Б**	
4. $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$	5. $\frac{6}{10}$ $\frac{4}{10}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{5}$	3 Доцртај 5 делова. Доцртај 10 делова.	4. $\frac{4}{10}$ Други део задатка прегледа учитељ.	5. А) нису Б) нису

Наставна јединица Једнакост разломака - утврђивање			**Решење наставног листа В**	
4. $\frac{4}{10}$ Други део задатка прегледа учитељ.	5. А) нису Б) нису	3 То је број 1 680.	4. $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$ $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$	5. п + д + т = 184 п = (184 : 8) · 3 = 23 · 3 = 69 д = 184 : 4 = 46 т = 184 – (46 + 69) = 184 – 115 = 69 Првог и трећег дана је прочитао по 69 страна, а другог дана 46. Једно од могућих графичких приказа решења:

Наставна јединица: Упоређивање разломака - обрада				**Решење наставног листа А**
1. $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{4}$ Виктор је појео веће парче бурека.	2. а)$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ Већи део представља $\frac{1}{2}$ б)$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ Већи део представља $\frac{1}{3}$ в)$\frac{1}{9}$ $\frac{1}{4}$ Већи део представља $\frac{1}{4}$ г)$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ Већи део представља $\frac{1}{2}$ мањи	3 а) $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ Већи део представља $\frac{1}{2}$ б) $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ Већи део представља $\frac{1}{3}$	4. Осенчити по један део. А) Већи део представља $\frac{1}{2}$ Б) Већи деи преставља $\frac{1}{4}$	5. торта  Виктор је појео већи део торте.
6. а) Обојити један део. Већи део представља $\frac{2}{3}$ а) Обојити један део. Већи део представља $\frac{3}{4}$				

Наставна јединица: Упоређивање разломака - обрада				**Решење наставног листа Б**
1. $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{4}$ Виктор је појео веће парче бурека.	2. а)$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ Већи део представља $\frac{1}{2}$ б)$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ Већи део представља $\frac{1}{3}$ в)$\frac{1}{9}$ $\frac{1}{4}$ Већи део представља $\frac{1}{4}$ г)$\frac{1}{5}$ $\frac{1}{10}$ Већи део представља $\frac{1}{5}$ мањи	3 а) $\frac{1}{10}, \frac{1}{9}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}$ б) $\frac{1}{8}, \frac{1}{7}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$	5. Осенчити по један део. А) Већи део представља $\frac{2}{3}$. Б) Већи део представља $\frac{3}{4}$ ВЕЋИ	4. торта  Виктор је појео већи део торте. $\frac{3}{10}$ торте је веће од $\frac{2}{10}$ торте
6. а)$\frac{4}{9}$ $\frac{5}{9}$ Већи део представља $\frac{5}{9}$ б)$\frac{4}{7}$ $\frac{3}{7}$ Већи део представља $\frac{4}{7}$				

Наставна јединица: Упоређивање разломака - обрада				Решење наставног листа В
1. $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{4}$ Виктор је појео веће парче бурека.	2. а)$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ Већи део представља $\frac{1}{2}$ б)$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ Већи део представља $\frac{1}{3}$ в)$\frac{2}{9}$ $\frac{2}{3}$ Већи део представља $\frac{2}{3}$ г)$\frac{3}{5}$ $\frac{3}{10}$ Већи део представља $\frac{3}{5}$ мањи	3 Осенчи по један део. а) Већи део представља $\frac{2}{3}$ б) Већи део представља $\frac{3}{4}$	5. $>$, $=$ $<$, $>$	3. торта  Виктор је појео већи део торте. $\frac{3}{10}$ торте је веће од $\frac{2}{10}$ торте већи
6. Првог дана дечак је прочитао 64 страна, другиг дана 120, а трећег 136 страна књиге. Највише страна је прочитао трећег дана, а најмање првог дана.				

Наставна јединица: Упоређивање разломака - утврђивање			Решење наставног листа А	
1. а) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{4}$ Мањи део представља $\frac{1}{4}$ б) $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{6}$ Мањи део представља $\frac{1}{6}$ В) $\frac{2}{4}$ и $\frac{3}{4}$ Мањи део представља $\frac{2}{4}$	2. $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$ и $\frac{1}{4}$ Највећи део представља $\frac{1}{2}$	3 Половина броја 240 је 120. Четвртина броја 240 је 60. Тачан одговор је под в)	4. а) $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{2}$	5. а) $\frac{1}{6} < \frac{1}{3}$ б) $\frac{1}{4} > \frac{1}{8}$

Наставна јединица: Упоређивање разломака - утврђивање			Решење наставног листа Б	
1. а) $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{2}$	2. а) $\frac{1}{6} < \frac{1}{3}$ б) $\frac{1}{4} > \frac{1}{8}$	3 Највећи део бурека је појео Влада, а најмањи део бурека је појео Душан.	4. а) $\frac{3}{10}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{4}$ б) $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{6}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{8}{10}$	5. $=$ $>$ $<$ $>$

<table>
<tr><td colspan="4">Наставна јединица: Упоређивање разломака - утврђивање</td><td colspan="2">Решење наставног листа В</td></tr>
<tr>
<td>1.
а) $\frac{3}{10}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{4}$

б) $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{6}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{8}{10}$</td>
<td>2.
= >

<
></td>
<td colspan="2">3
Путник је првог дана прешао 100km, другог дана 200 km, а трећег дана 150km.
Највише километара је прешао трећег дана, а најмање првог дана.</td>
<td>4.

Виктор је појео $\frac{3}{8}$ пице.
Цртеж проверава учитељ.</td>
<td>5.
Најпре је потребно да изразите разломке тако да имају исте бројиоце или имениоце, а затим упоредите.
Један од могућих начина је:
Први радник $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$
Други радник $\frac{3}{5}$
Већи посао је урадио други радник.</td>
</tr>
</table>

Прилог 6. Анкета за ученике

Упутство

У наредном тексту су питања у вези часова математике које си имао/ла у претходном периоду (које је држао експериментатор). Пажљиво прочитај свако питање и искрено одговори.

Изношењем мишљења у овом упитнику помажеш у истраживању. Одговоре задржавамо у тајности.

Хвала на сарадњи!

Име и презиме: ____

Разред: ________________ Одељење: _____________________

Школа: ____

1. Часови математике које смо имали у претходном периоду били су ми (Заокружи слово):

а) веома интересантни
б) интересантни
в) неодлучан сам
г) досадни
д) веома досадни

2. Бројевима од 1 до 5 рангирај (поређај) шта ти се на претходним часовима математике (које је држао експериментатор) највише допало, тако што ћеш на прво место ставити оно што ти се највише допало уписивањем броја један на црту испред и тако редом. (1 – највише; 5 – најмање)

______ самостално учење путем радних листова је веома занимљиво
______ схватио/ла сам да је математика занимљивија него што сам раније мислио/ла
______ схватио/ла сам да је математика много корисна
______ стално смо били активни
______ научио/ла сам да више мислим при решавању математичких задатака

3. Да ли би желео/ла још часова на којима се самостално учи путем радних листова и решавају диференцирани задаци по нивоима? (Заокружи одговор)

Да Неодлучан сам Не

Прилог 7. Анкетни упитник за учитеље

Назив школе: ____

Место: _____________________________

Разред: _____________________________

Године радног искуства:______________

Упутство

Поштовани учитељи,

У наредном тексту су питања која се односе на могућности диференцирања наставе у складу са образовним стандардима и утицај на постигнућа ученика у почетној настави математике. Користићемо одговоре у научне сврхе. Молимо Вас да пажљиво прочитате питања и искрено одговорите. На питања ћете одговарати заокруживањем слова испред става који представља Ваше мишљење или уношењем редног броја којим ћете одређивати важност наведеног. Код питања код којих нису понуђени одговори, одговоре упишите на црту поред питања.

Хвала на сарадњи

1. У ком делу часа најчешће примењујете диференцирану наставу на часовима почетне наставе математике? а) у уводном делу часа б) у главном делу часа (неком његовом делу) в) у завршном делу часа
2. На којим типовима часова почетне наставе математике најчешће примењујете диференцирану наставу? а) на часовима обраде б) на часовима утврђивања в) на часовима провере
3. У којој мери, према Вашем мишљењу, постоји повезаност између диференцирања садржаја и стандарда постигнућа ученика у почетној настави математике? а) постоји у великој мери б) углавном постоји в) неодлучан сам г) углавном не постоји д) уопште не постоји

4. Колико често Ви дајете ученицима листиће за самостално учење математике са диференцираним садржајима и захтевима? а) Веома често б) Често в) Просечно г) Ретко д) Веома ретко
5. Који ниво знања се највише подстиче диференцираним обликом почетне наставе математике? (Рангирајте их редним бројевима од 1 до 5; 1 – највише; 5 – најмање;) _______ препознавање _______ репродукција _______ разумевање _______ примена знања _______ стваралаштво и креативност
6. У којој мери, према Вашем мишљењу, диференцирање садржаја почетне наставе математике у складу са образовним стандардима утиче на постигнућа и трајност знања ученика? а) утиче у великој мери б) углавном утиче в) неодлучан сам г) углавном не утиче д) уопште не утиче

БИОГРАФИЈА

Весна Миленковић је рођена 29. марта 1980. године у Јагодини у Републици Србији. Основну школу „Вук Караџић“, Школу основног музичког образовања „Душан Сковран“ и Гимназију завршила је у Ћуприји. Учитељски факултет у Јагодини, Универзитета у Крагујевцу, завршила је 2003. године као *најбоље дипломирани студент генерације*. Током студирања добила је награду за *најбољи просек студената треће године студија*, 2002. године и *најбољи просек студената четврте године студија*, 2003. године. Специјалистичке студије из Методине наставе музичке културе завршила је на Учитељском факултету у Јагодини 2006. године одбранивши рад на тему *Повезаност музичке и математичке даровитости у четвртом разреду основне школе.* Магистарске студије из Методике наставе математике завршила је на Учитељском факултету у Јагодини 2007. године са просечном оценом 9 (девет) одбранивши рад на тему *Самосталан рад ученика у настави математике*. Школске 2011/12. године уписала је докторске студије на Учитељском факултету у Ужицу, изборни блок Методика наставе математике.

Професионални ангажман Весна Миленковић започела је 2004. године. Радила је на одређено време као: професор математике, професор српског језика и професор разредне наставе. Од 2010. године ради на неодређено време у ОШ „17. октобар“ у Јагодини као професор разредне наставе. Има лиценцу, положила је испит за дозволу за рад наставника, васпитача и стручних сарадника 2011. године. Стекла је звање педагошки саветник 2017. године. Добитник је Светосавске награде за постигнуте резултате у образовно-васпитном раду са ученицима за 2020. годину.

Редовни је учесник научних, стручних скупова и конференција из области Методике наставе математике. Аутор је и коаутор бројних научних радова. Коаутор је уџбеника из математике за 4. разред основне школе (2008), чији је издавач Епоха из Пожеге. Аутор је приручника за учитеље и васпитаче „Вежбам и учим“, чији је издавач Народна библиотека „Радислав Никчевић“ из Јагодине (2019).

Образац 1

ИЗЈАВА АУТОРА О ОРИГИНАЛНОСТИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Изјављујем да докторска дисертација под насловом:

„Диференцирање наставе у складу са образовним стандардима и утицај на постигнућа ученика у почетној настави математике"

представља *оригинално ауторско дело* настало као резултат *сопственог истраживачког рада*.

Овом Изјавом такође потврђујем:

- да сам *једини аутор* наведене докторске дисертације,
- да у наведеној докторској дисертацији *нисам извршио/ла повреду* ауторског нити другог права интелектуалне својине других лица,

У Ужицу, 29. 8. 2022. године,

Весна Миленковић

потпис аутора

Образац 2

ИЗЈАВА АУТОРА О ИСТОВЕТНОСТИ ШТАМПАНЕ И ЕЛЕКТРОНСКЕ ВЕРЗИЈЕ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Изјављујем да су штампана и електронска верзија докторске дисертације под насловом:

„Диференцирање наставе у складу са образовним стандардима и утицај на постигнућа ученика у почетној настави математике"

истоветне.

У Ужицу, 29. 8. 2022. године,

Весна Миленковић

потпис аутора

Образац 3

ИЗЈАВА АУТОРА О ИСКОРИШЋАВАЊУ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Ја, Весна Миленковић,

☑ дозвољавам

☐ не дозвољавам

Универзитетској библиотеци у Крагујевцу да начини два трајна умножена примерка у електронској форми докторске дисертације под насловом:

„Диференцирање наставе у складу са образовним стандардима и утицај на постигнућа ученика у почетној настави математике"

и то у целини, као и да по један примерак тако умножене докторске дисертације учини трајно доступним јавности путем дигиталног репозиторијума Универзитета у Крагујевцу и централног репозиторијума надлежног министарства, тако да припадници јавности могу начинити трајне умножене примерке у електронској форми наведене докторске дисертације путем *преузимања*.

Овом Изјавом такође

☑ дозвољавам

☐ не дозвољавам[1]

[1] Уколико аутор изабере да не дозволи припадницима јавности да тако доступну докторску дисертацију користе под условима утврђеним једном од *Creative Commons* лиценци, то не искључује право припадника јавности да наведену докторску дисертацију користе у складу са одредбама Закона о ауторском и сродним правима.

припадницима јавности да тако доступну докторску дисертацију користе под условима утврђеним једном од следећих *Creative Commons* лиценци:

1) Ауторство

2) Ауторство - делити под истим условима

3) Ауторство - без прерада

4) Ауторство - некомерцијално

5) Ауторство - некомерцијално - делити под истим условима

6) Ауторство - некомерцијално - без прерада[2]

У Ужицу, 29. 8. 2022. године.

Весна Миленковић
потпис аутора

[2] Молимо ауторе који су изабрали да дозволе припадницима јавности да тако доступну докторску дисертацију користе под условима утврђеним једном од *Creative Commons* лиценци да заокруже једну од понуђених лиценци. Детаљан садржај наведених лиценци доступан је на: http://creativecommons.org.rs/